Teste de comparação de médias

Universidade Federal do Oeste do Pará

Bioestatística

Prof. Rafael Rode

Teste de Médias

CONSIDERAÇÕES

- A análise de Variância (ANOVA) nos mostra apenas se há ou não diferença significativa entre as médias dos tratamentos
- A ANOVA não informa quais médias diferem entre si, ou qual(is) dos tratamentos é o melhor.

Teste de Médias

<u>CONSIDERAÇÕES</u>

- Quando se rejeita Ho na análise de variância é preciso identificar onde exatamente se encontra a diferença entre as médias detectada pelo teste F.

Teste de Médias

CONSIDERAÇÕES

- Os testes para comparações múltiplas, também denominados *testes de médias*, são utilizados para verificar diferenças entre tratamentos qualitativos e servem como complemento à análise de variância.

Teste de Médias

- Os testes de médias seguem basicamente o mesmo procedimento, que consiste em:

1) estabelecer as hipóteses.

2) escolher o nível de significância do teste a ser realizado.

3) calcular a diferença mínima significativa (DMS).

4) estabelecer os contrastes a serem testados e estimá-los.

5) comparar a diferença mínima significativa com as estimativas dos contrastes.

6) concluir o teste, com base na regra de decisão.

Teste de Médias

- Alguns teste utilizados para comparação de médias são:

Teste de Tukey

Teste de Duncan

Teste de Dunnett

Teste de Tukey

- O teste de médias proposto por Tukey (1953) é utilizado para comparar todo e qualquer contraste entre *duas* médias de tratamentos.
- É um teste muito mais usado na experimentação agrária por ser bastante rigoroso e de fácil aplicação.

Teste de Tukey

- Se o teste de F for não significativo, o teste de médias não é utilizado, pois também não haverá significância.
- Porém, se F calculado estiver próximo a significância é aconselhável a aplicação do teste de Tukey.

Teste de Tukey

HIPÓTESES

- Sendo **C** o contraste entre duas médias de tratamentos, ou seja, a diferença entre duas médias, as hipóteses para o teste podem ser escritas como:

- H_0: $C = 0$ (contraste estatisticamente nulo)
- H_1: $C \neq 0$

Teste de Tukey

Fórmula

$$\Delta\,(\alpha) = q\,.\sqrt{\frac{QMerro}{r}}$$

q = valor da amplitude total estudentizada ao nível de 5% de probabilidade (valor tabelado);

QMerro = Quadrado Médio do Resíduo (Erro) obtido da ANOVA;

r = número de repetições do experimento.

Tabela de amplitude total estudentizada (q), para uso no teste de Tukey, ao nível de 5% de probabilidade.

GLR	**Número de tratamentos**			
	2	**3**	**4**	**5**
1	17,97	26,98	32,82	37,08
2	6,09	8,33	9,80	10,88
3	4,50	5,91	6,83	7,50
4	3,93	5,04	5,76	6,29
5	3,64	4,60	5,22	5,67
6	3,46	4,34	4,90	5,31
7	3,34	4,17	4,68	5,06
8	3,26	4,04	4,53	4,89
9	3,20	3,95	4,42	4,76
10	3,15	3,88	4,33	4,65
11	3,11	3,82	4,26	4,57
12	3,08	3,77	4,20	4,51
13	3,06	3,74	4,15	4,45
14	3,03	3,70	4,11	4,41
15	3,01	3,67	4,08	4,37

Teste de Tukey

Exemplo

- Um experimento foi instalado no delineamento em blocos casualizados, com o objetivo de avaliar o efeito de cinco adubações sobre a produção de café, em quatro repetições. Os valores obtidos, em kg/ha, são:

Blocos	Adubos					Soma
	Não-adubado	Sulfato de amônio	Salitre do Chile	Uréia	Uréia + fosfato de Araxá	
1	324	422	394	408	408	1.956
2	359	499	345	506	450	2.159
3	408	506	415	485	464	2.278
4	387	478	401	471	478	2.215
Soma	1.478	1.905	1.555	1.870	1.800	8.608

Teste de Tukey

Exemplo

- Análise de Variância da Produção de Café

FV	GL	SQ	QM	F
Blocos	3	11.662,00	3.887,3333	
Tratamentos	4	37.225,30	9.306,3250	14,85 **
Resíduo	12	7.521,50	626,7917	

Resultado (Ftab(1%) = 5,41)

Fcalc>Ftab, rejeita-se H0, ou seja existe efeito significativo entre os tratamentos, considerando 1% de probabilidade pelo teste F. (Ou, existe pelo menos um contraste entre as médias dos tratamentos que difere estatisticamente de zero).

Teste de Tukey

Exemplo

- Diferença mínima significativa (DMS)

$$\Delta\,(5\%) = q\,.\,\sqrt{\frac{QMerro}{r}}$$

- Amplitude estudentizada: q_{α} (I;GLR) = $q_{5\%}$(5; 12) = **4,51**

Teste de Tukey

Exemplo

- Diferença mínima significativa (DMS)

$$\Delta\ (5\%) = 4{,}51\ .\ \sqrt{\frac{626{,}7917}{4}}$$

$$\Delta\ (\mathbf{5}\%) = \mathbf{56,46}$$

Teste de Tukey

Exemplo

- Para estabelecer os contrastes é necessário colocar as médias dos tratamentos em ordem decrescente:

$$\hat{m}_2 = 476{,}25$$

$$\hat{m}_4 = 467{,}50$$

$$\hat{m}_5 = 450{,}00$$

$$\hat{m}_3 = 388{,}75$$

$$\hat{m}_1 = 369{,}50$$

$\hat{C}_1 = \hat{m}_2 - \hat{m}_4 = 476{,}25 - 467{,}50 = 8{,}75$ $\hat{C}_2 = \hat{m}_2 - \hat{m}_5 = 476{,}25 - 450{,}00 = 26{,}25$

$\hat{C}_3 = \hat{m}_2 - \hat{m}_3 = 476{,}25 - 388{,}75 = 87{,}50$ $\hat{C}_4 = \hat{m}_2 - \hat{m}_1 = 476{,}25 - 369{,}50 = 106{,}75$

$\hat{C}_5 = \hat{m}_4 - \hat{m}_5 = 467{,}50 - 450{,}00 = 17{,}50$ $\hat{C}_6 = \hat{m}_4 - \hat{m}_3 = 467{,}50 - 388{,}75 = 78{,}75$

$\hat{C}_7 = \hat{m}_4 - \hat{m}_1 = 467{,}50 - 369{,}50 = 98{,}00$ $\hat{C}_8 = \hat{m}_5 - \hat{m}_3 = 450{,}00 - 388{,}75 = 61{,}25$

$\hat{C}_9 = \hat{m}_5 - \hat{m}_1 = 450{,}00 - 369{,}50 = 80{,}50$ $\hat{C}_{10} = \hat{m}_3 - \hat{m}_1 = 388{,}75 - 369{,}50 = 19{,}25$

Conclusão:

Como $|\hat{C}_1| < \Delta$, não se rejeita H_0, ou seja, não existe diferença significativa entre os tratamentos 2 e 4, que recebem a mesma letra, no caso, letra a.

Como $|\hat{C}_2| < \Delta$, não se rejeita H_0, ou seja, não existe diferença significativa entre os tratamentos 2 e 5, (o tratamento 2 já tem a letra a então, o tratamento 5 também recebe letra a).

Como $|\hat{C}_3| > \Delta$, rejeita-se H_0, ou seja, existe diferença significativa entre os tratamentos 2 e 3, (o tratamento 2 já tem a letra a então, o tratamento 3 recebe letra b).

Teste de Tukey

Exemplo

- Resultado do teste de Tukey

Tratamentos	Adubos	Produção
2	Sulfato de amônio	476,25 a
4	Uréia	467,50 a
5	Uréia + fosfato de Araxá	450,00 a
3	Salitre do Chile	388,75 b
1	Não-adubado	369,50 b

Médias seguidas de mesma letra não diferem entre si pelo teste de Duncan (P>0,05).

Conclusão do experimento

- A aplicação de salitre do Chile não aumentou a produção de café, uma vez que sua produção média é estatisticamente igual à do café não-adubado. Ambos os tratamentos apresentaram as menores produções quando comparados aos demais tratamentos, que não diferiram entre si.
- O acréscimo de fosfato de Araxá à ureia não alterou a produção, uma vez que este tratamento igualou-se estatisticamente ao tratamento que continha apenas ureia.
- Assim, como é desejável que a produção seja a maior possível, o tratamento com sulfato de amônio e o tratamento apenas com ureia são os mais indicados para aumentar a produção de café, de acordo com o teste de Tukey a 5% de probabilidade.

Teste de Duncan

Considerações

- O teste de Duncan é utilizado para comparar todo e qualquer contraste entre *duas* médias.
- Embora mais trabalhoso, este teste permite que sejam detectadas diferenças significativas que eventualmente não o foram ao ser utilizado o teste de Tukey.
- Daí dizer-se que o teste de Duncan *discrimina mais* que o de Tukey.

Teste de Duncan

Considerações

Hipóteses:

H_0: $C = 0$ (ou seja, o contraste é estatisticamente nulo)

H_1: $C \neq 0$

Teste de Duncan

Considerações

- A diferença mínima significativa (DMS) do teste de Duncan é calculada de forma diferente do teste de Tukey, uma vez que leva em consideração a amplitude do contraste.
- Assim, o teste de Duncan utiliza mais de um comparador (DMS).

Teste de Duncan

Observação

- O primeiro contraste a ser testado deve envolver a maior e a menor média. Caso este contraste seja não-significativo, devem ser consideradas também não-significativas as diferenças entre as demais médias envolvidas por esse contraste.
- Caso o contraste entre a maior e menor média seja significativo, deve-se reduzir o número de médias envolvidas no próximo contraste a ser testado e assim sucessivamente.

Teste de Duncan

Exemplo: (slide 12)

Para estabelecer os contrastes é necessário colocar as médias dos tratamentos em ordem decrescente:

$$\hat{m}_2 = 476{,}25$$

$$\hat{m}_4 = 467{,}50$$

$$\hat{m}_5 = 450{,}00$$

$$\hat{m}_3 = 388{,}75$$

$$\hat{m}_1 = 369{,}50$$

Sabendo que o experimento tem cinco tratamentos, tem-se contrastes que envolvem até cinco médias. Assim, é necessário calcular a DMS para contrastes que envolvem 2, 3, 4 e 5 médias.

Teste de Duncan

Exemplo do slide 12

- **1º Passo:** Calcular o contraste 1 que envolve o tratamento de maior média com o de menor média.

$$\left.\begin{aligned}\hat{m}_2 &= 476{,}25\\ \hat{m}_4 &= 467{,}50\\ \hat{m}_5 &= 450{,}00\\ \hat{m}_3 &= 388{,}75\\ \hat{m}_1 &= 369{,}50\end{aligned}\right\} \quad \hat{C}_1 = \hat{m}_2 - \hat{m}_1 = 476{,}25 - 369{,}50 = 106{,}75$$

Exemplo do slide 12

- **2º Passo:** Calcular o DMS do contraste que envolve 5 médias.

$$\mathrm{Di} = zi \, . \sqrt{\frac{QMerro}{r}}$$

Em que:

- *Di* é a diferença mínima significativa calculada para um contraste de amplitude *i* , ou seja, um contraste que abrange *i* médias.
- *zi* é a amplitude total estudentizada, cujo valor é tabelado em função do nível de significância (α) do teste, do número de médias (*i*) abrangidas pelo contraste e do número de graus de liberdade do resíduo (*GLR*) , ou seja, *zi* α (*i*; *GLR*)

Teste de Duncan

Exemplo do slide 12

- **2º Passo:** Calcular o DMS do contraste que envolve 5 médias.

Amplitude estudentizada: $z_{i\,\alpha}\,(i; GLR) = z_{5\,(5\%)}\,(5;12) = 3{,}36$

$$\text{Di} = 3{,}36\,.\sqrt{\frac{626{,}7917}{4}} = 42{,}06$$

Como $|\hat{C}_1| > D_5$, rejeita-se H_0, ou seja, existe diferença significativa entre os tratamentos 2 e 1, (o número de médias envolvidas pelos contrastes a serem testados deve ser reduzido para 4).

Teste de Duncan

Exemplo do slide 12

- **3º Passo:** Estimar os contrastes que envolvem 4 médias.

$$\hat{m}_2 = 476{,}25$$

$$\hat{m}_4 = 467{,}50$$

$$\hat{m}_5 = 450{,}00$$

$$\hat{m}_3 = 388{,}75$$

$$\hat{m}_1 = 369{,}50$$

$$\hat{C}_2 = \hat{m}_2 - \hat{m}_3 = 476{,}25 - 388{,}75 = 87{,}50$$

$$\hat{C}_3 = \hat{m}_4 - \hat{m}_1 = 467{,}50 - 369{,}50 = 98{,}00$$

Teste de Duncan

Exemplo do slide 12

- **4º Passo:** Calcular o DMS do contraste que envolve 4 médias.

Amplitude estudentizada: $z_{i\,\alpha}\,(i;GLR) = z_{4\,(5\%)}\,(4;12) = 3{,}33$

$$D4 = 3{,}33\ .\ \sqrt{\frac{626{,}7917}{4}} = 42{,}68$$

- Como C2 > D4; e C3 > D4, rejeita-se H0, ou seja existe diferença entre os tratamentos 2 e 3; e 4 e 1 (então, devem ser calculados contrastes que envolvam 3 médias).

Teste de Duncan

Exemplo do slide 12

- **5º Passo:** Estimar os contrastes que envolvem 3 médias.

$$\hat{m}_2 = 476{,}25$$

$$\hat{m}_4 = 467{,}50$$

$$\hat{m}_5 = 450{,}00$$

$$\hat{m}_3 = 388{,}75$$

$$\hat{m}_1 = 369{,}50$$

$$\hat{C}_4 = \hat{m}_2 - \hat{m}_5 = 476{,}25 - 450{,}00 = 26{,}25$$

$$\hat{C}_5 = \hat{m}_4 - \hat{m}_3 = 467{,}50 - 388{,}75 = 78{,}75$$

$$\hat{C}_6 = \hat{m}_5 - \hat{m}_1 = 450{,}00 - 369{,}50 = 80{,}50$$

Teste de Duncan

Exemplo do slide 12

- **6º Passo:** Calcular o DMS do contraste que envolve 3 médias.

Amplitude estudentizada: $z_{i\,\alpha}\,(i; GLR) = z_{3\,(5\%)}\,(3; 12) = 3{,}23$

$$D3 = 3{,}23\,.\sqrt{\frac{626{,}7917}{4}} = 40{,}43$$

Exemplo do slide 12

Como $|\hat{C}_4| < D_3$, não se rejeita H_0, ou seja, não existe diferença significativa entre os tratamentos 2 e 5, (deve-se unir estas médias por uma barra ou colocar a mesma letra em todas as médias envolvidas por este contraste, no caso, letra *a*). Assim, não há necessidade de se testar os contrastes $\hat{C}_7 = \hat{m}_2 - \hat{m}_4$ e $\hat{C}_8 = \hat{m}_4 - \hat{m}_5$ (que envolvem duas médias), uma vez que os mesmos pertencem ao grupo de médias já testado pelo contraste $\hat{C}_4$.

Como $|\hat{C}_5| > D_3$, rejeita-se H_0, ou seja, existe diferença significativa entre os tratamentos 4 e 3, (o número de médias envolvidas pelos contrastes a serem testados deve ser reduzido para 2).

Como $|\hat{C}_6| > D_3$, rejeita-se H_0, ou seja, existe diferença significativa entre os tratamentos 5 e 1, (o número de médias envolvidas pelos contrastes a serem testados deve ser reduzido para 2).

Teste de Duncan

Exemplo do slide 12

- **7º Passo:** Estimar os contrastes que envolvem 2 médias.

$$\hat{m}_2 = 476{,}25$$

$$\hat{m}_4 = 467{,}50$$

$$\hat{m}_5 = 450{,}00$$

$$\hat{m}_3 = 388{,}75$$

$$\hat{m}_1 = 369{,}50$$

$$\hat{C}_9 = \hat{m}_5 - \hat{m}_3 = 450{,}00 - 388{,}75 = 61{,}25$$

$$\hat{C}_{10} = \hat{m}_3 - \hat{m}_1 = 388{,}75 - 369{,}50 = 19{,}25$$

Teste de Duncan

Exemplo do slide 12

- **7º Passo:** Calcular o DMS do contraste que envolve 2 médias.

Amplitude estudentizada: $z_{i\,\alpha}\,(i; GLR) = z_{2\,(5\%)}\,(2; 12) = 3{,}08$

$$D2 = 3{,}08\,.\sqrt{\frac{626{,}7917}{4}} = 38{,}56$$

Exemplo do slide 12

Como $|\hat{C}_9| > D_2$, rejeita-se H_0, ou seja, existe diferença significativa entre os tratamentos 5 e 3, (no caso de representação com barras, não se faz nada e no caso de representação por letras, coloca-se a letra b em seguida do tratamento 3, uma vez que o tratamento 5 já se apresenta seguido pela letra a).

Como $|\hat{C}_{10}| < D_2$, não se rejeita H_0, ou seja, não existe diferença significativa entre os tratamentos 3 e 1, (no caso de representação com barras, coloca-se uma barra unindo os tratamentos 3 e 1. No caso de representação por letras, coloca-se a letra b em seguida do tratamento 1, uma vez que o tratamento 3 já está seguido dessa letra).

Teste de Duncan

Exemplo do slide 12

Resultado do teste de Duncan

Tratamentos	Adubos	Produção
2	Sulfato de amônio	476,25 a
4	Uréia	467,50 a
5	Uréia + fosfato de Araxá	450,00 a
3	Salitre do Chile	388,75 b
1	Não-adubado	369,50 b

Médias seguidas de mesma letra não diferem entre si pelo teste de Duncan (P>0,05).

Teste de Dunnett

Considerações

- O teste de Dunnett é utilizado quando as únicas comparações de interesse são aquelas entre um tratamento-padrão (testemunha) e cada um dos demais tratamentos. Neste caso, não há interesse na comparação dos demais tratamentos entre si.

Teste de Dunnett

Considerações

- Neste teste, o contraste é dado por:

$$C = m_i - m_p$$

Sendo m_i a média do tratamento i e m_p a média do tratamento-padrão ou testemunha, ou controle.

Teste de Dunnett

Considerações

- Desta forma, as hipóteses podem ser escritas como:

H_0: $m_i - m_p = 0$

H_1: $m_i - m_p \neq 0$

- ou ainda:

H_0: $mi = mp$

H_1: $mi \neq mp$

Teste de Dunnett

Diferença mínima significativa (DMS)

$$d' = t_{\alpha} \, . \sqrt{\frac{2 * QMR}{r}}$$

d' = é a diferença mínima significativa

t_{α} = valor na tabela de Dunnett, em função do nível de significância (α) do teste, do número dos Graus de Liberdades dos Tratamentos GLTr) e do Resíduo (GLR);

r = número de repetições (ou blocos)

Teste de Dunnett

Exemplo do slide 12

- Cálculo do comparador (DMS)

$$d' = t_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{2 . QMR}{r}}$$

$$t_{\alpha}\ (GLT; GLR) = t_{5\%}\ (4; 12) = 2,81$$

$$\mathbf{d' = 2,81 \cdot \sqrt{\frac{2 . 626,7917}{4}} = 35,18}$$

Tabela 14 – Valores de t_d para uso no teste de Dunnett, ao nível de 5% de probabilidade

	I – 1 = número de graus de liberdade de tratamentos													
n'	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**15**	**20**
5	2,57	3,03	3,29	3,48	3,62	3,73	3,82	3,90	3,97	4,03	4,09	4,14	4,26	4,42
6	2,45	2,86	3,10	3,26	3,39	3,49	3,57	3,64	3,71	3,76	3,81	3,86	3,97	4,11
7	2,36	2,75	2,97	3,12	3,24	3,33	3,41	3,47	3,53	3,58	3,63	3,67	3,78	3,91
8	2,31	2,67	2,88	3,02	3,13	3,22	3,29	3,35	3,41	3,46	3,50	3,54	3,64	3,76
9	2,26	2,61	2,81	2,95	3,05	3,14	3,20	3,26	3,32	3,36	3,40	3,44	3,53	3,65
10	2,23	2,57	2,76	2,89	2,99	3,07	3,14	3,19	3,24	3,29	3,33	3,36	3,45	3,57
11	2,20	2,53	2,72	2,84	2,94	3,02	3,08	3,14	3,19	3,23	3,27	3,30	3,39	3,50
12	2,18	2,50	2,68	2,81	2,90	2,98	3,04	3,09	3,14	3,18	3,22	3,25	3,34	3,45
13	2,16	2,48	2,65	2,78	2,87	2,94	3,00	3,06	3,10	3,14	3,18	3,21	3,29	3,40
14	2,14	2,46	2,63	2,75	2,84	2,91	2,97	3,02	3,07	3,11	3,14	3,18	3,26	3,36
15	2,13	2,44	2,61	2,73	2,82	2,89	2,95	3,00	3,04	3,08	3,12	3,15	3,23	3,33
16	2,12	2,42	2,59	2,71	2,80	2,87	2,92	2,97	3,02	3,06	3,09	3,12	3,20	3,30
17	2,11	2,41	2,58	2,69	2,78	2,85	2,90	2,95	3,00	3,03	3,07	3,10	3,18	3,27
18	2,10	2,40	2,56	2,68	2,76	2,83	2,89	2,94	2,98	3,01	3,05	3,08	3,16	3,25
19	2,09	2,39	2,55	2,66	2,75	2,81	2,87	2,92	2,96	3,00	3,03	3,06	3,14	3,23
20	2,09	2,38	2,54	2,65	2,73	2,80	2,86	2,90	2,95	2,98	3,02	3,05	3,12	3,22
24	2,06	2,35	2,51	2,61	2,70	2,76	2,81	2,86	2,90	2,94	2,97	3,00	3,07	3,16
30	2,04	2,32	2,47	2,58	2,66	2,72	2,77	2,81	2,86	2,89	2,92	2,95	3,02	3,11
40	2,02	2,29	2,44	2,54	2,62	2,68	2,73	2,77	2,81	2,85	2,87	2,90	2,97	3,06
60	2,00	2,27	2,41	2,51	2,58	2,64	2,69	2,73	2,77	2,80	2,83	2,86	2,92	3,00
120	1,98	2,24	2,38	2,47	2,55	2,60	2,65	2,69	2,73	2,76	2,79	2,81	2,87	2,95
∞	1,96	2,21	2,35	2,44	2,51	2,57	2,61	2,65	2,69	2,72	2,74	2,77	2,83	2,91

n' = número de graus de liberdade do resíduo.

Estimativa dos contrastes:

$\hat{C}_1 = \hat{m}_1 - \hat{m}_2 = 369{,}50 - 476{,}25 = -106{,}75$ $\hat{C}_2 = \hat{m}_1 - \hat{m}_3 = 369{,}50 - 388{,}75 = -19{,}25$

$\hat{C}_3 = \hat{m}_1 - \hat{m}_4 = 369{,}50 - 467{,}50 = -98{,}00$ $\hat{C}_4 = \hat{m}_1 - \hat{m}_5 = 369{,}50 - 450{,}00 = -80{,}50$

Regra de decisão:

Como $|\hat{C}_1| > d'$, rejeita-se H_0, ou seja, existe diferença significativa entre os tratamentos 1 e 2.

Como $|\hat{C}_2| < d'$, não se rejeita H_0, ou seja, não existe diferença significativa entre os tratamentos 1 e 3.

Como $|\hat{C}_3| > d'$, rejeita-se H_0, ou seja, existe diferença significativa entre os tratamentos 1 e 4.

Como $|\hat{C}_4| > d'$, rejeita-se H_0, ou seja, existe diferença significativa entre os tratamentos 1 e 5.

Teste de Dunnett

Exemplo do slide 12

Tabela da produção média de café (kg/ha)

Tratamentos	Adubos	Produção
2	Sulfato de amônio	476,25 *
4	Uréia	467,50 *
5	Uréia + fosfato de Araxá	450,00 *
3	Salitre do Chile	388,75
1	Não-adubado	369,50

* Estatisticamente diferente da testemunha pelo teste de Dunnett (P<0,05).

Teste de Dunnett

Exemplo do slide 12

Conclusão:

- Apenas a aplicação de salitre do Chile não aumentou significativamente a produção de café, uma vez que sua produção média foi estatisticamente igual à produção média do café não-adubado.
- Os demais tratamentos diferiram estatisticamente da testemunha, a 5% de probabilidade pelo teste de Dunnett.