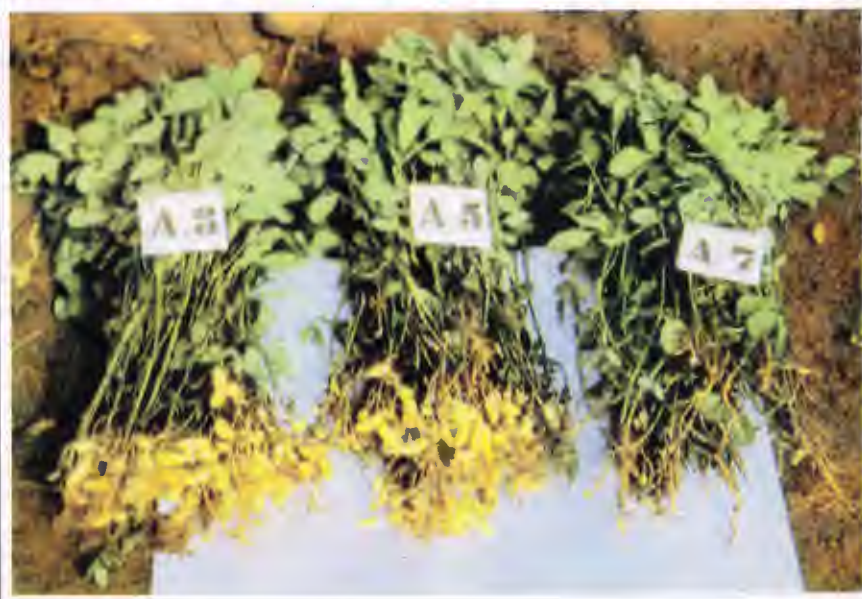


# EXPERIMENTAÇÃO AGRÍCOLA

David A. Banzatto

Sérgio do N. Kronka



## **EXPERIMENTAÇÃO AGRÍCOLA**

**Os autores** são engenheiros agrônomos formados pela Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" - USP e ex-docentes da Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias de Jaboticabal - UNESP, onde lecionaram disciplinas de Estatística aplicada à Agronomia, Zootecnia e Medicina Veterinária, em nível de graduação e pós-graduação, e prestaram assessoria estatística em trabalhos de pesquisa de docentes e alunos.

**David Ariovaldo Banzatto** tem curso de pós-graduação em "Experimentação e Estatística" na ESALQ - USP, é Doutor em Ciências, e Professor Adjunto na Disciplina "Experimentação Agrícola", pela FCAV - UNESP.

**Sérgio do Nascimento Kronka** é Mestre em "Experimentação e Estatística" pela ESALQ-USP, e Doutor em Ciências, Professor Adjunto e Professor Titular nas Disciplinas "Experimentação Agrícola" e "Experimentação Zootécnica", pela FCAV - UNESP. Atualmente, leciona na Universidade do Oeste Paulista - UNOESTE.





# **EXPERIMENTAÇÃO**

# **AGRÍCOLA**

**DAVID ARIOVALDO BANZATTO**

Engenheiro Agrônomo

**SÉRGIO DO NASCIMENTO KRONKA**

Engenheiro Agrônomo

4ª Edição  
Jaboticabal - SP  
Funep  
2006

Banzatto, David Ariovaldo  
B219e Experimentação agrícola / David Ariovaldo Banzatto, Sérgio do  
Nascimento Kronka. 4.ed. -- Jaboticabal: Funep, 2006  
237 p. : il. ; 29 cm

ISBN: 85-87632-71-X

1. Estatística experimental. I. Kronka, Sérgio do Nascimento. II.  
Título.

CDU 314.72

Ficha catalográfica elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação  
- Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação - Unesp, Câmpus de Jaboticabal.



2006

Proibida a reprodução total ou parcial.

Os infratores serão punidos na forma da lei.

FUNDAÇÃO DE APOIO A PESQUISA, ENSINO E EXTENSÃO - Funep

Via de Acesso Prof. Paulo Donato Castellane, s/nº

14884-900 - Jaboticabal - SP

(16) 3209-1300 Fax: (16) 3209-1301

Home Page: <http://www.funep.com.br>

## **PREFÁCIO DA 4ª EDIÇÃO**

Esgotada a edição anterior, solicitações enviadas à Funep e aos autores, por docentes, pesquisadores e alunos que utilizam a Estatística aplicada às Ciências Agrárias, motivaram esta quarta edição.

Nesta nova edição, diversas alterações foram realizadas: o formato do livro foi modificado; em alguns capítulos, exemplos foram substituídos; em outros, novas abordagens foram introduzidas; as Tabelas foram melhoradas; e um novo capítulo (Análise de Covariância) foi incluído.

Esperamos, dessa forma, que algumas falhas tenham sido corrigidas e que esta quarta edição tenha a mesma aceitação das edições anteriores.

Jaboticabal, março de 2006.

Os autores



# ÍNDICE

|                                                                                                         |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. INTRODUÇÃO .....                                                                                     | 1  |
| 1.1. Por que usar estatística? .....                                                                    | 1  |
| 1.2. Medidas de posição .....                                                                           | 2  |
| 1.2.1. Média aritmética .....                                                                           | 3  |
| 1.2.2. Mediana .....                                                                                    | 4  |
| 1.2.3. Moda .....                                                                                       | 4  |
| 1.3. Medidas de dispersão .....                                                                         | 5  |
| 1.3.1. Variância .....                                                                                  | 5  |
| 1.3.2. Desvio padrão .....                                                                              | 6  |
| 1.3.3. Coeficiente de variação .....                                                                    | 6  |
| 1.3.4. Erro padrão da média .....                                                                       | 7  |
| 1.4. Unidade experimental ou parcela .....                                                              | 7  |
| 1.5. Princípios básicos da experimentação .....                                                         | 9  |
| 1.5.1. Princípio da repetição .....                                                                     | 9  |
| 1.5.2. Princípio da casualização .....                                                                  | 9  |
| 1.5.3. Princípio do controle local .....                                                                | 10 |
| 1.5.4. Relações entre os princípios básicos da experimentação e os delineamentos<br>experimentais ..... | 10 |
| 1.6. Métodos para aumentar a precisão dos experimentos .....                                            | 12 |
| 1.6.1. Escolha do material experimental .....                                                           | 12 |
| 1.6.2. Escolha da unidade experimental .....                                                            | 12 |
| 1.6.3. Escolha dos tratamentos .....                                                                    | 12 |
| 1.6.4. Aumento do número de repetições .....                                                            | 13 |
| 1.6.5. Agrupamento das unidades experimentais .....                                                     | 13 |
| 1.6.6. Técnicas mais refinadas .....                                                                    | 13 |
| 1.7. Planejamento de experimentos .....                                                                 | 13 |
| 2. TESTES DE SIGNIFICÂNCIA .....                                                                        | 17 |
| 2.1. Introdução .....                                                                                   | 17 |
| 2.2. Teste F para a análise de variância .....                                                          | 18 |
| 2.3. Testes de comparações de médias .....                                                              | 21 |
| 2.3.1. Introdução .....                                                                                 | 21 |
| 2.3.2. Teste t de Student .....                                                                         | 23 |
| 2.3.3. Teste de Tukey .....                                                                             | 26 |
| 2.3.4. Teste de Duncan .....                                                                            | 29 |
| 2.3.5. Teste de Student-Newman-Keuls (S-N-K) .....                                                      | 31 |
| 2.3.6. Teste de Dunnett .....                                                                           | 33 |
| 2.3.7. Teste de Scheffé .....                                                                           | 34 |
| 2.3.8. Uso dos testes de comparação de médias no cálculo de intervalos de confiança ..                  | 36 |
| 2.3.9. Obtenção de valores não encontrados diretamente nas tabelas .....                                | 38 |
| 3. DELINEAMENTO INTEIRAMENTE CASUALIZADO .....                                                          | 41 |
| 3.1. Introdução .....                                                                                   | 41 |

|                                                                                                                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.2. Modelo matemático do delineamento e hipóteses básicas para a validade da análise de variância .....                                                        | 42  |
| 3.3. Obtenção da análise de variância .....                                                                                                                     | 45  |
| 3.4. Exemplo de obtenção da análise do experimento e interpretação dos resultados no caso de tratamentos igualmente repetidos, sem transformação de dados ..... | 50  |
| 3.5. Exemplo de obtenção da análise do experimento e interpretação dos resultados no caso de tratamentos igualmente repetidos, com transformação de dados ..... | 53  |
| 3.6. Exemplo de obtenção da análise do experimento e interpretação dos resultados no caso de tratamentos com números diferentes de repetições .....             | 57  |
| 3.7. Desdobramento de graus de liberdade para tratamentos qualitativos .....                                                                                    | 62  |
| 3.7.1. Introdução .....                                                                                                                                         | 62  |
| 3.7.2. Obtenção da análise de variância com desdobramento de graus de liberdade de tratamentos igualmente repetidos .....                                       | 64  |
| 3.7.3. Obtenção da análise de variância com desdobramento de graus de liberdade de tratamentos com números diferentes de repetições .....                       | 70  |
| 4. DELINEAMENTO EM BLOCOS CASUALIZADOS .....                                                                                                                    | 73  |
| 4.1. Introdução .....                                                                                                                                           | 73  |
| 4.2. Exemplo de planejamento de experimento .....                                                                                                               | 74  |
| 4.3. Modelo matemático do delineamento e hipóteses básicas para a validade da análise de variância .....                                                        | 79  |
| 4.4. Obtenção da análise de variância .....                                                                                                                     | 79  |
| 4.5. Exemplo de obtenção da análise do experimento e interpretação dos resultados .....                                                                         | 83  |
| 4.6. O caso de uma parcela perdida .....                                                                                                                        | 87  |
| 4.7. Blocos com tratamentos repetidos .....                                                                                                                     | 92  |
| 5. EXPERIMENTOS FATORIAIS .....                                                                                                                                 | 97  |
| 5.1. Introdução .....                                                                                                                                           | 97  |
| 5.2. Análise e interpretação de um experimento fatorial com dois fatores .....                                                                                  | 102 |
| 5.2.1. Com interação não significativa .....                                                                                                                    | 102 |
| 5.2.2. Com interação significativa .....                                                                                                                        | 106 |
| 5.3. Análise e interpretação de um experimento fatorial com três fatores .....                                                                                  | 112 |
| 5.3.1. Com interação tripla não significativa .....                                                                                                             | 112 |
| 5.3.2. Com interação tripla significativa .....                                                                                                                 | 120 |
| 5.4. A técnica do confundimento .....                                                                                                                           | 126 |
| 5.5. Estudo do fatorial $3^3$ com uma única repetição .....                                                                                                     | 130 |
| 6. EXPERIMENTOS EM PARCELAS SUBDIVIDIDAS .....                                                                                                                  | 135 |
| 6.1. Introdução .....                                                                                                                                           | 135 |
| 6.2. Obtenção da análise de variância de um experimento em parcelas subdivididas .....                                                                          | 137 |
| 6.2.1. Com interação Tratamentos Principais x Tratamentos Secundários não significativa ..                                                                      | 137 |
| 6.2.2. Com interação Tratamentos Principais x Tratamentos Secundários significativa ...                                                                         | 142 |
| 6.3. Experimentos em parcelas subsubdivididas .....                                                                                                             | 153 |
| 6.4. Experimentos em faixas .....                                                                                                                               | 161 |

|                                                                                                        |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 7. ANÁLISE DE REGRESSÃO POR POLINÔMIOS ORTOGONAIS .....                                                | 169 |
| 7.1. Introdução .....                                                                                  | 169 |
| 7.2. Obtenção da análise de variância, estudando-se a regressão pelos polinômios ortogonais ...        | 169 |
| 7.3. Estudo de regressão para níveis de fatores quantitativos .....                                    | 177 |
| 7.3.1. Estudo de regressão para níveis de fatores quantitativos, com interação não significativa ..... | 177 |
| 7.3.2. Estudo de regressão para níveis de fatores quantitativos, com interação significativa           | 181 |
| 8. ANÁLISE DE GRUPOS DE EXPERIMENTOS .....                                                             | 189 |
| 8.1. Introdução .....                                                                                  | 189 |
| 8.2. Obtenção da análise conjunta utilizando os dados originais .....                                  | 190 |
| 8.3. Obtenção da análise conjunta utilizando os totais de tratamentos .....                            | 195 |
| 8.4. Obtenção da análise conjunta utilizando as médias dos tratamentos .....                           | 199 |
| 9. ANÁLISE DE COVARIÂNCIA .....                                                                        | 205 |
| 9.1. Introdução .....                                                                                  | 205 |
| 9.2. Obtenção da análise de covariância para um experimento em blocos casualizados .....               | 205 |
| 9.3. Obtenção da análise de covariância para um experimento fatorial com dois fatores .....            | 211 |
| 10. LITERATURA CITADA .....                                                                            | 219 |
| 11. TABELAS .....                                                                                      | 221 |



## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. Por que usar estatística?

A experimentação agrícola tem por objetivo o estudo dos experimentos agrícolas, isto é: seu planejamento, sua execução, análise dos dados e interpretação dos resultados obtidos.

Existem alguns conceitos básicos relacionados a essas etapas da experimentação agrícola, que passaremos a enunciar:

a) **Experimento ou ensaio:** é um trabalho previamente planejado, que segue determinados princípios básicos e no qual se faz a comparação dos efeitos dos tratamentos.

b) **Tratamento:** é um termo genérico que utilizamos para designar o método, elemento ou material cujo efeito desejamos medir ou comparar em um experimento. Um tratamento pode ser, por exemplo: variedade de cana-de-açúcar, híbrido de sorgo, cultivar de soja, adubação para a cultura do milho, densidade de plantio para a cultura do trigo, inseticida para o controle da broca da cana-de-açúcar, recipiente para produção de mudas de espécies florestais etc.

c) **Unidade experimental ou parcela:** é a unidade que vai receber o tratamento e fornecer dados que deverão refletir seu efeito. Uma parcela pode ser, por exemplo: uma planta ou um grupo delas, uma área de terreno com plantas, um vaso com plantas, uma placa de Petri com um meio de cultura, uma amostra de solo, um lote de sementes etc.

d) **Delineamento experimental:** é o plano utilizado na experimentação e implica na forma como os tratamentos serão designados às unidades experimentais, além de um amplo entendimento das análises a serem feitas quando todos os dados estiverem disponíveis. Como exemplos de delineamentos experimentais, podemos citar: delineamento inteiramente casualizado, delineamento em blocos casualizados, delineamento em quadrado latino e outros.

e) **População ou conjunto universo:** é o conjunto constituído por todos os dados possíveis com relação à característica em estudo. Por exemplo, se desejamos estudar a produtividade de algodão em caroço no Estado de São Paulo, a população será constituída pelas produtividades de algodão em caroço de todas as fazendas que produzem algodão no estado.

f) **Amostra:** é uma parte representativa da população, isto é, um subconjunto do conjunto universo. Na prática, trabalhamos com amostras (experimentos) para obter informações que serão utilizadas nas populações amostradas.

Em qualquer pesquisa científica, o procedimento geral é o de formular hipóteses e verificá-las, diretamente, ou por meio de suas conseqüências. Para tanto é necessário um conjunto de observações ou dados, e o planejamento de experimentos é essencial para indicar o esquema sob o qual as hipóteses podem ser testadas.

As hipóteses são testadas por meio de métodos de análise estatística que dependem do modo como as observações ou os dados foram obtidos, e, desta forma, o planejamento de experimentos e a análise dos dados estão intimamente ligados e devem ser utilizados em uma certa seqüência nas pesquisas científicas. Isso pode ser visualizado na Figura 1.1.1, na qual verificamos que as técnicas de planejamento devem ser utilizadas entre as etapas (1) e (2), e os métodos de análise estatística, na etapa (3).

O que nos obriga a utilizar a análise estatística para testar as hipóteses formuladas é a presença, em todas as observações ou dados, de efeitos de **fatores não controlados**, que causam a **variação**. Esses fatores podem ou não ser controláveis. Entre os fatores considerados não controláveis, podemos citar: pequenas diferenças de fertilidade do solo, ligeiras variações nos espaçamentos, profundidade de semeadura um pouco maior ou menor que a prevista no trabalho, variação na constituição genética das plantas, pequenas variações nas doses de adubos, inseticidas, fungicidas, herbicidas etc.

Esses efeitos, que sempre ocorrem, não podem ser conhecidos individualmente e tendem a mascarar o efeito do tratamento em estudo. O conjunto dos efeitos de fatores não controlados é denominado **variação do acaso** ou **variação aleatória**.



FIGURA 1.1.1 – Circularidade do método científico.

Visando tornar mínima a variação do acaso, o experimentador deve fazer o planejamento do experimento de tal forma que consiga isolar os efeitos de todos os fatores que podem ser controlados.

Durante a instalação e execução do experimento, o experimentador deve procurar diminuir o efeito dos fatores não controlados. Por exemplo: para evitar variações de espaçamentos entre linhas, podemos estender barbantes espaçados de acordo com o espaçamento da cultura, e para evitar a variação de espaçamentos entre plantas, podemos utilizar uma ripa perfurada, com um furo distante do outro tantos centímetros quanto o espaçamento entre plantas, e a semeadura será feita manualmente.

Para evitar pequenas variações na profundidade de semeadura, podemos utilizar um soquete juntamente com a ripa perfurada, durante a semeadura. As sementes são colocadas na perfuração e comprimidas pelo soquete, que penetra até a profundidade recomendada para a cultura.

Variações nas doses de adubo podem ser evitadas pelo uso de uma calha de madeira para sua aplicação, que proporciona uma distribuição mais uniforme, na dose recomendada.

## 1.2. Medidas de posição

As populações são descritas por certas características denominadas **parâmetros**, enquanto as amostras são descritas pelas mesmas características, denominadas **estimativas dos parâmetros**. Desses parâmetros (ou estimativas), alguns são considerados medidas de posição (ou de tendência central), e outros, medidas de dispersão (ou variação).

De um modo geral, os dados de uma população ou amostra tendem a ser mais numerosos em torno de um valor central, e vão se tornando mais raros à medida que se afastam desse valor. A medida de posição representa o valor em torno do qual os dados observados tendem a se acumular.

### 1.2.1. Média aritmética

Das medidas de posição (média, mediana, moda, quartis, e outras), a mais utilizada em experimentação é a **média aritmética**, definida como: “a soma de todas as observações, dividida pelo número delas”.

Assim, para uma **população** com  $N$  elementos:  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ , a média aritmética ( $m$ ) será:

$$m = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N}{N} \quad \text{ou} \quad m = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

Para uma **amostra** com  $n$  elementos:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , a estimativa da média ( $\hat{m}$ ) será:

$$\hat{m} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \quad \text{ou} \quad \hat{m} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Assim, por exemplo, numa amostra com 30 valores de diâmetro à altura do peito (DAP), expressos em centímetros, obtidos em um povoamento de *Eucalyptus saligna* com 15 anos de idade, os resultados são mostrados no Quadro 1.2.1.

**QUADRO 1.2.1** – Diâmetro à altura do peito (DAP) de árvores de *Eucalyptus saligna*, em centímetros.

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 49,2 | 31,1 | 12,4 | 22,6 | 66,6 | 31,9 | 21,5 | 29,1 | 19,8 | 24,5 |
| 24,4 | 23,3 | 24,4 | 26,7 | 14,7 | 57,2 | 25,5 | 39,4 | 29,7 | 23,3 |
| 30,9 | 33,3 | 52,7 | 31,7 | 36,2 | 30,6 | 24,0 | 33,8 | 35,4 | 38,7 |

A estimativa da média é:

$$\hat{m} = \frac{\sum_{i=1}^{30} x_i}{30} = \frac{49,2 + 31,1 + \dots + 38,7}{30} = \frac{944,6}{30} = 31,5 \text{ cm}$$

A diferença entre um valor observado ( $x_i$ ) e a média aritmética ( $\hat{m}$ ) denomina-se desvio ( $d_i$ ). Para a amostra dos DAP, os desvios ( $d_i = x_i - \hat{m}$ ) são apresentados no Quadro 1.2.2.

**QUADRO 1.2.2** – Desvios dos dados de DAP em relação à média aritmética.

|      |      |       |      |       |      |       |      |       |      |
|------|------|-------|------|-------|------|-------|------|-------|------|
| 17,7 | -0,4 | -19,1 | -8,9 | 35,1  | 0,4  | -10,0 | -2,4 | -11,7 | -7,0 |
| -7,1 | -8,2 | -7,1  | -4,8 | -16,8 | 25,7 | -6,0  | 7,9  | -1,8  | -8,2 |
| -0,6 | 1,8  | 21,2  | 0,2  | 4,7   | -0,9 | -7,5  | 2,3  | 3,9   | 7,2  |

A soma algébrica dos desvios em relação à média aritmética é igual a zero.

$$\sum_{i=1}^n d_i = \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{m}) = \sum_{i=1}^n x_i - n \hat{m} = \sum_{i=1}^n x_i - n \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 0$$

Para a nossa amostra, como o valor da média (31,5 cm) não foi exato, tendo sido aproximado para uma casa decimal, a soma dos desvios em relação à média foi igual a -0,4, e não zero.

### 1.2.2. Mediana

A mediana de um conjunto de dados ordenados (rol) é o valor que divide esse conjunto em dois subconjuntos com igual número de dados. É um valor que ocupa a posição central dos dados. Acima desse valor temos 50% da população ou amostra, e abaixo dele, outros 50%. Se o conjunto tiver um número (n) ímpar de dados, a mediana, representada por md, será obtida por:

$$md = x_k \quad \text{em que} \quad k = \frac{n+1}{2}$$

Se o conjunto possuir um número par de dados, a mediana será obtida por:

$$md = \frac{x_k + x_{k+1}}{2} \quad \text{em que} \quad k = \frac{n}{2}$$

Os valores de DAP organizados em um rol são apresentados no Quadro 1.2.3.

**QUADRO 1.2.3** – Rol dos valores de diâmetro à altura do peito (DAP).

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 12,4 | 14,7 | 19,8 | 21,5 | 22,6 | 23,3 | 23,3 | 24,0 | 24,4 | 24,4 |
| 24,5 | 25,5 | 26,7 | 29,1 | 29,7 | 30,6 | 30,9 | 31,1 | 31,7 | 31,9 |
| 33,3 | 33,8 | 35,4 | 36,2 | 38,7 | 39,4 | 49,2 | 52,7 | 57,2 | 66,6 |

No Quadro 1.2.3, vemos que  $n = 30$ , logo:  $k = \frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$ , e a mediana é:

$$md = \frac{x_k + x_{k+1}}{2} = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = \frac{29,7 + 30,6}{2} = 30,2 \text{ cm}$$

Em distribuições assimétricas, a mediana é uma medida de posição mais indicada que a média aritmética, pois não é afetada pelos valores extremos.

### 1.2.3. Moda

A moda de um conjunto de dados é o valor que ocorre com maior frequência nesse conjunto. A moda, como a mediana, não é afetada pelos valores extremos. Às vezes, um conjunto de valores apresenta duas ou mais modas, o que indica uma certa heterogeneidade dos dados.

Pelo Quadro 1.2.3, verificamos que o conjunto dos diâmetros à altura do peito apresenta dois valores para a moda:  $mo = 23,3$  cm e  $mo = 24,4$  cm, indicando heterogeneidade dos dados.

Em alguns casos, o conjunto de valores não apresenta qualquer valor com frequência maior que a dos outros valores. Então, para se ter uma idéia do valor da moda podemos utilizar uma fórmula empírica, proposta por Pearson:

$$mo = \text{média} - 3(\text{média} - \text{mediana})$$

### 1.3. Medidas de dispersão

Dispersão ou variação é o grau com que os dados tendem a se afastar de um valor central, geralmente a média aritmética.

Em todas as amostras ou populações, ocorre variabilidade dos indivíduos que as constituem. Além disso, amostras com mesma média podem apresentar distribuições diferentes. Portanto, só a média não nos dá uma idéia clara de como os dados se distribuem. Então, é necessário calcular as medidas de dispersão ou variação para ter uma melhor noção da distribuição dos dados.

Das medidas de dispersão, veremos: a variância, o desvio padrão, o coeficiente de variação, e o erro padrão da média.

#### 1.3.1. Variância

A variância de uma população é representada por  $\sigma^2$  e pode ser definida como: "a média dos quadrados dos desvios em relação à média aritmética".

Então, para uma população com N elementos:

$$X_1, X_2, X_3, \dots, X_N, \quad \text{cuja média é:} \quad m = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

os desvios em relação à média serão:

$$d_1 = X_1 - m; \quad d_2 = X_2 - m; \quad \dots \quad d_N = X_N - m$$

e a variância será:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_N^2}{N}, \quad \text{ou:} \\ \sigma^2 &= \frac{SQD}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - m)^2}{N}, \quad \text{ou:} \\ \sigma^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N X_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^N X_i)^2}{N}}{N} \end{aligned}$$

Normalmente, trabalhamos com amostras, e a estimativa da variância (representada por  $s^2$ ) é calculada, para uma amostra com n elementos, por:

$$s^2 = \frac{d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2}{n - 1}, \quad \text{ou:}$$

$$s^2 = \frac{SQD}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{m})^2}{n-1}, \text{ ou:}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}}{n-1}$$

O denominador utilizado no cálculo da variância denomina-se **número de graus de liberdade (g.l.)**.

A variância é sempre um valor positivo, e sua unidade é quadrática.

Para a nossa amostra, a variância é:

$$s^2 = \frac{d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_{30}^2}{30-1} = \frac{17,7^2 + (-0,4)^2 + \dots + 7,2^2}{29} = \frac{4.188,58}{29} = 144,43$$

ou:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{30} x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{30} x_i)^2}{30}}{30-1} = \frac{(49,2^2 + 31,1^2 + \dots + 38,7^2) - \frac{(944,6)^2}{30}}{29} = \frac{33.930,88 - 29.742,31}{29} = 144,43$$

### 1.3.2. Desvio padrão

É a raiz quadrada da variância, tomada como valor positivo. É expresso na mesma unidade dos dados.

É a mais utilizada das medidas de dispersão, e é representado por  $\sigma$  para população, com estimativa  $s$  para amostra. Logo:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad \text{e} \quad s = \sqrt{s^2}$$

Na nossa amostra, o desvio padrão dos dados é:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{144,43} = 12,0 \text{ cm}$$

### 1.3.3. Coeficiente de variação

O coeficiente de variação (C.V.) relaciona o desvio padrão em termos de porcentagem da média aritmética.

Para:

$$\text{População - C.V.} = \frac{100 \sigma}{m}$$

$$\text{Amostra - C.V.} = \frac{100 s}{\hat{m}}$$

Os pesquisadores utilizam o coeficiente de variação para comparar a variabilidade de seus resultados com a obtida por pesquisadores que trabalham com material semelhante. Ele é sempre expresso em porcentagem, e dá uma idéia da precisão do experimento (quanto menor o coeficiente de variação, maior a precisão).

Para nossa amostra:

$$\text{C.V.} = 100 \frac{s}{\hat{m}} = 100 \frac{12,0}{31,5} = 38,1\%$$

#### 1.3.4. Erro padrão da média

É representado por  $s(\hat{m})$ , e dá uma idéia da precisão com que foi estimada a média da amostra. É calculado por:

$$s(\hat{m}) = \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ em que: } n = \text{número de dados com que foi calculada a média da}$$

amostra.

Quanto menor for o erro padrão da média, melhor será a estimativa da média da amostra.

Para a nossa amostra:

$$s(\hat{m}) = \frac{12,0}{\sqrt{30}} = 2,2 \text{ cm}$$

Sempre que citamos uma média, é interessante indicar também o erro padrão da média.

No exemplo, fica:  $\hat{m} \pm s(\hat{m}) = 31,5 \pm 2,2 \text{ cm}$ .

#### 1.4. Unidade experimental ou parcela

Já vimos, na seção anterior, que, para testar hipóteses, precisamos de um conjunto de observações ou dados.

Em qualquer pesquisa, é necessário que o experimentador discuta com o estatístico para definir adequadamente o que constituirá a unidade experimental. De um modo geral, a escolha da parcela deve ser orientada de forma a **minimizar o erro experimental**, isto é, as parcelas devem ser o mais uniformes possível, para que, ao serem submetidas a tratamentos diferentes, seus efeitos sejam detectados.

Na experimentação de campo, o **tamanho e a forma** das parcelas são bastante variáveis, em função de:

**a) Material com que se está trabalhando:** devemos aumentar ou diminuir o tamanho das parcelas em função da cultura que está sendo estudada. Por exemplo: parcelas para a cultura da cana-de-açúcar devem ser maiores que aquelas para a cultura da soja ou trigo.

**b) Objetivo da pesquisa:** o objetivo do trabalho experimental também influencia o tamanho da parcela. Por exemplo, se desejamos estudar o efeito da profundidade de semeadura do sorgo grânifero sobre o desenvolvimento inicial das plantas, não precisamos trabalhar com parcelas tão grandes como as que seriam necessárias para um estudo de produção da cultura. Outro exemplo: experimentos de comparação de níveis de irrigação por aspersão necessitam de parcelas maiores do que os de competição de variedades.

**c) Número de tratamentos em estudo:** quando o número de tratamentos é muito grande, como ocorre com os experimentos de melhoramento genético vegetal, o tamanho das parcelas deve ser reduzido, para diminuir a distância entre as parcelas extremas, visando homogeneidade entre elas.

**d) Quantidade disponível de sementes:** é outro fator que pode limitar o tamanho das parcelas, principalmente nos ensaios de introdução de novos materiais genéticos.

**e) Uso de máquinas agrícolas:** nos experimentos em que é necessária a utilização de máquinas agrícolas (como tratores e colheitadeiras), o tamanho das parcelas deve ser, obrigatoriamente, grande, para permitir as condições ideais de trabalho dessas máquinas.

**f) Área total disponível para a pesquisa:** freqüentemente, o experimentador tem que ajustar seu experimento ao tamanho da área disponível, que em geral é pequena, o que resulta na utilização de parcelas menores que o desejável.

**g) Custo, tempo e mão-de-obra:** são fatores que também limitam o tamanho das parcelas. Algumas vezes, o fator limitante é o custo de parcelas muito grandes; outras vezes, é a falta de tempo do pesquisador para poder obter as observações em parcelas muito grandes; e outras ainda, a falta de mão-de-obra para as operações durante a condução do experimento.

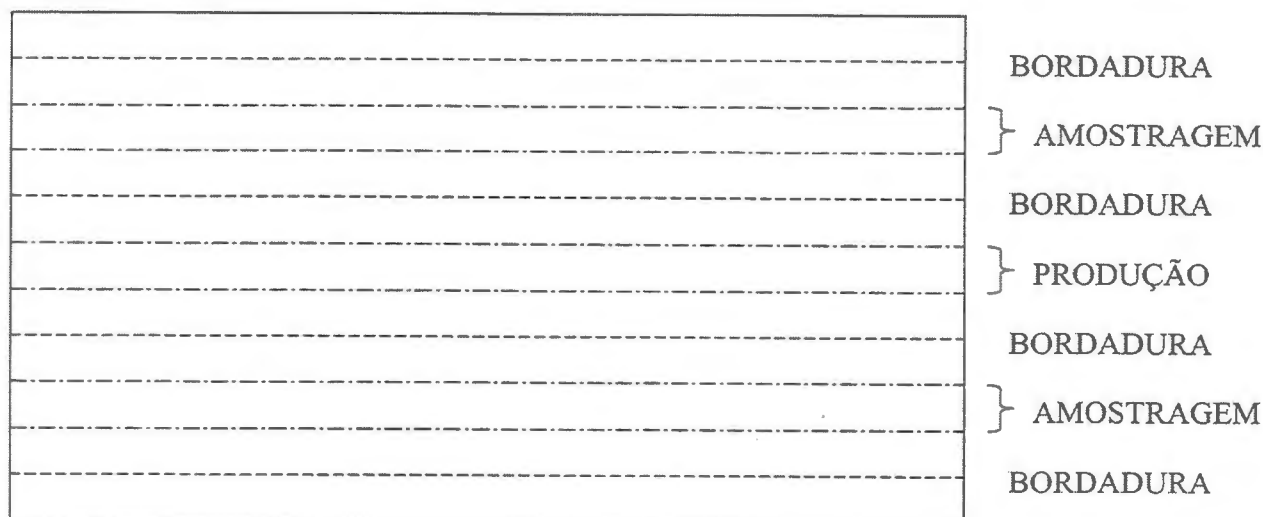
No que se refere à **forma das parcelas**, experimentos realizados em diversos países, com diferentes culturas, têm mostrado que, para se obter maior precisão, as parcelas devem ser relativamente compridas e estreitas, pois com essa forma é possível que um maior número de parcelas esteja localizado em qualquer mancha de alta ou baixa fertilidade do solo, maior ou menor infestação por plantas daninhas, maior ou menor ataque de pragas que possa ocorrer. Uma parcela quadrada, no entanto, pode chegar a coincidir com a mancha toda, apresentando, por este motivo, produções exageradamente altas ou baixas.

Para parcelas de tamanho pequeno, o efeito da forma é quase nulo. Porém em parcelas maiores ele pode ser considerável.

O tamanho e a forma ótimos para a parcela serão aqueles que resultem na menor variação entre parcelas dentro do bloco.

Em alguns experimentos, devemos separar as **bordaduras**, para evitar a influência sobre a parcela dos tratamentos aplicados nas parcelas vizinhas. Neste caso, teremos a **área total** e a **área útil** da parcela, e os dados a serem utilizados na análise estatística serão apenas aqueles coletados na área útil da parcela.

Em determinados experimentos, deseja-se acompanhar o **crescimento das plantas** por intermédio de uma análise de crescimento feita por meio de dados fisiológicos obtidos em amostragens semanais ou quinzenais de plantas. Nestes experimentos, devem ser separadas nas parcelas algumas linhas de cultura onde serão feitas as amostragens, deixando-se outras para a produção, conforme mostra a Figura 1.4.1.



**FIGURA 1.4.1** – Esquema da parcela com linhas de amostragem.

Nos experimentos em **casa de vegetação**, para a constituição de cada parcela podemos utilizar um conjunto de vasos, ou então, um único vaso com duas ou três plantas. Às vezes, uma única planta constitui a unidade experimental.

Em experimentos de **laboratório**, uma amostra simples do material poderá constituir a parcela; porém, às vezes, é necessário utilizar amostra composta. Na amostra obtida de cada parcela, devem ser feitas diversas determinações, das quais é obtida uma média para representar o valor observado nessa parcela. Não devemos confundir as diferentes determinações da mesma amostra de material com as repetições do experimento.

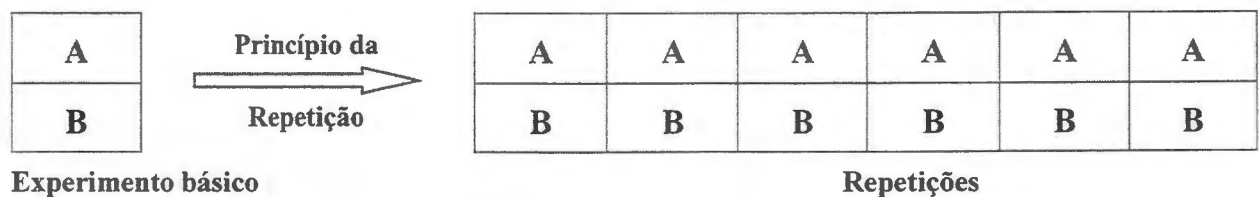
### 1.5. Princípios básicos da experimentação

A pesquisa científica está constantemente utilizando-se de experimentos para provar suas hipóteses. É claro que os experimentos variam de uma pesquisa para outra; porém, todos eles são regidos por alguns princípios básicos, necessários para que as conclusões obtidas se tornem válidas.

#### 1.5.1. Princípio da repetição

Ao compararmos, por exemplo, dois herbicidas (A e B), aplicados em duas parcelas perfeitamente homogêneas, apenas o fato do herbicida A ter apresentado maior controle que o B não é suficiente para que possamos concluir que o mesmo é mais eficiente, pois esse seu melhor controle poderá ter ocorrido por simples acaso, ou ter sido influenciado por fatores estranhos. Porém, se os dois herbicidas forem aplicados a várias parcelas, e, ainda assim, verificarmos que o herbicida A apresenta, em média, maior controle, existe já um indício de que ele seja mais eficiente.

O princípio da repetição consiste na **reprodução do experimento básico** e tem por finalidade propiciar a obtenção de uma estimativa do erro experimental. Esquematicamente:

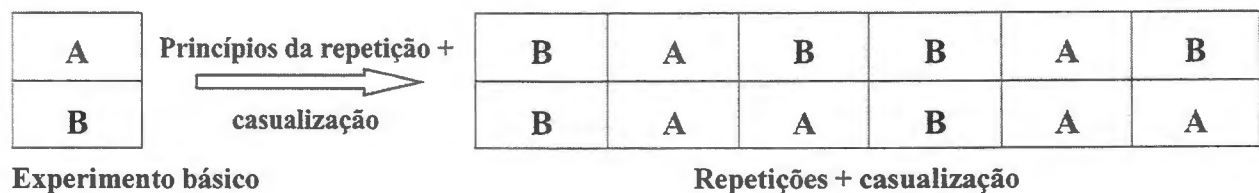


#### 1.5.2. Princípio da casualização

Mesmo reproduzindo o experimento básico, poderá ocorrer que o herbicida A apresente maior controle por ter sido favorecido por qualquer fator, como, por exemplo, ter todas as suas parcelas grupadas numa faixa de menor infestação.

Para evitar que um dos herbicidas seja sistematicamente favorecido por qualquer fator externo, procedemos à casualização dos herbicidas nas parcelas, isto é, eles são designados às unidades experimentais de forma totalmente casual.

O princípio da casualização consiste em atribuir a todos os tratamentos a **mesma probabilidade** de serem designados a qualquer das unidades experimentais, e tem por finalidade proporcionar uma estimativa válida para o erro experimental. Esquematicamente:

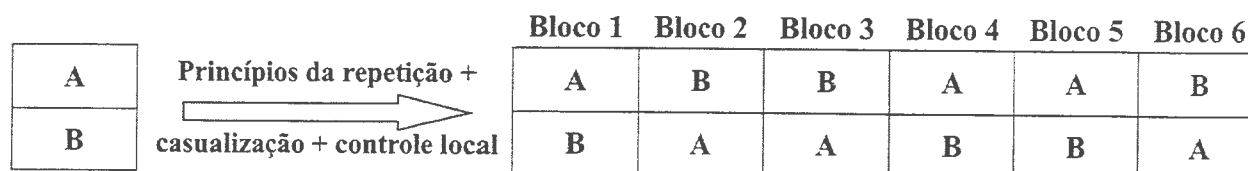


Se, ainda, o herbicida A apresentar maior controle, é de se esperar que essa conclusão seja realmente válida.

### 1.5.3. Princípio do controle local

Este princípio é freqüentemente utilizado, mas não é de uso obrigatório, uma vez que podemos realizar experimentos sem utilizá-lo. Ele consiste em aplicar os herbicidas A e B sempre em pares de parcelas o mais homogêneas possível com relação ao ambiente, podendo haver, inclusive, variação acentuada de um par para outro. A cada par de parcelas homogêneas denominamos **bloco**. Os tratamentos devem ser sorteados dentro de cada bloco.

Esquemáticamente:



Experimento básico

Repetições + casualização + controle local

Quando tivermos diversos tratamentos para comparar, cada bloco será constituído por um grupo de parcelas homogêneas, cujo número deve ser igual ao número de tratamentos.

O princípio do controle local consiste em dividir um ambiente heterogêneo em subambientes homogêneos e tem por finalidade tornar o delineamento experimental mais eficiente, pela **redução do erro experimental**.

### 1.5.4. Relações entre os princípios básicos da experimentação e os delineamentos experimentais

Fisher desenvolveu a técnica denominada **análise de variância**, que teve grande repercussão na pesquisa científica. Esta técnica consiste na decomposição do número de graus de liberdade e da variância total de um material heterogêneo em partes atribuídas a causas conhecidas e independentes (fatores controlados), e a uma porção residual de origem desconhecida e de natureza aleatória (fatores não controlados).

Em outras palavras, a técnica da análise de variância é a que nos permite fazer partições do número de graus de liberdade (denotados por **G.L.**) e das somas de quadrados (**S.Q.**), com cada uma das partes nos proporcionando uma estimativa de variância (denominada quadrado médio - **Q.M.**).

Para podermos utilizar a metodologia estatística nos resultados de um experimento, é necessário que o mesmo tenha considerado pelo menos os princípios da **repetição** e da **casualização**, a fim de que possamos obter uma **estimativa válida para o erro experimental**, que nos permite a aplicação dos testes de significância.

Ao fazer um experimento considerando apenas esses dois princípios, sem utilizar o princípio do controle local, temos o **delineamento inteiramente casualizado** ou **inteiramente ao acaso**. Neste delineamento (que só deve ser utilizado quando tivermos absoluta certeza de homogeneidade das condições experimentais), as parcelas que receberão cada um dos tratamentos são distribuídas de forma inteiramente casual, por meio de sorteio, para que cada unidade experimental tenha a mesma probabilidade de receber qualquer um dos tratamentos estudados, sem nenhuma restrição no critério de casualização.

Neste delineamento temos apenas duas causas ou fontes de variação: **Tratamentos** (causa conhecida ou fator controlado) e **Resíduo** ou **Erro** (causa desconhecida, de natureza aleatória, que reflete o efeito dos fatores não controlados). Considerando um experimento inteiramente casualizado de competição de inseticidas para controle da mosca-branca-do-feijoeiro, com 5 tratamentos e 5 repetições, o **esquema de análise de variância** será:

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. |
|-------------------|------|
| Tratamentos       | 4    |
| Resíduo           | 20   |
| Total             | 24   |

Se as condições experimentais forem sabidamente heterogêneas, ou se houver dúvida quanto à sua homogeneidade, devemos utilizar o princípio do **controle local**, estabelecendo, então, os **blocos** (grupos de parcelas homogêneas). Cada um deles deve conter todos os tratamentos.

O delineamento experimental assim obtido é denominado **delineamento em blocos casualizados** ou em **blocos ao acaso**. Vemos que, nesse caso, devemos isolar mais uma causa de variação conhecida (fator controlado), que são os **blocos**. Uma vez que cada bloco deve conter todos os tratamentos, há uma restrição na casualização, que deve ser feita designando os tratamentos às parcelas dentro de cada bloco. Considerando um experimento em blocos casualizados de competição de 5 cultivares de cana-de-açúcar com 5 repetições, o **esquema de análise de variância** será:

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. |
|-------------------|------|
| Tratamentos       | 4    |
| Blocos            | 4    |
| Resíduo           | 16   |
| Total             | 24   |

A utilização do princípio do controle local sempre nos conduz a uma redução no número de graus de liberdade do resíduo.

Se as condições experimentais forem duplamente heterogêneas, obrigando-nos a controlar os dois tipos de heterogeneidade, devemos nos utilizar de um delineamento que exagera no princípio do **controle local**, e que é denominado **delineamento em quadrado latino**. Neste delineamento, que não é muito utilizado, o número de repetições deve ser igual ao número de tratamentos, e, portanto, o número de parcelas deve ser um quadrado perfeito.

Nesse caso, temos parcelas totalmente diferentes que, no entanto, podem ser grupadas de acordo com duas classificações: em uma primeira etapa, organizamos blocos de acordo com uma das classificações (que denominamos **linhas**); a seguir, organizamos blocos de acordo com o outro critério de classificação (que denominamos **colunas**). Para a designação dos tratamentos às parcelas, devemos casualizá-los tanto nas linhas como nas colunas do quadrado latino. Considerando um

experimento em quadrado latino com 5 níveis de adubação para a cultura da soja, o **esquema de análise de variância** será:

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. |
|-------------------|------|
| Tratamentos       | 4    |
| Linhas            | 4    |
| Colunas           | 4    |
| Resíduo           | 12   |
| Total             | 24   |

Alertamos novamente para o fato de que o uso do princípio do controle local acarreta sempre uma redução no número de graus de liberdade do resíduo, o que constitui uma desvantagem. Entretanto, essa desvantagem geralmente é compensada, pois ocorrerá também uma redução na soma de quadrados do resíduo, e obteremos maior precisão, pois há uma redução na variância residual, devida ao fato de isolarmos o efeito de fatores que normalmente seriam incluídos no resíduo.

### **1.6. Métodos para aumentar a precisão dos experimentos**

A precisão se refere à ordem de grandeza da diferença entre dois tratamentos, passível de ser detectada em um experimento. Os procedimentos que podem nos levar a um aumento nessa precisão são: escolha do material experimental, escolha da unidade experimental, escolha dos tratamentos, aumento do número de repetições, agrupamento das unidades experimentais e técnicas mais refinadas.

#### **1.6.1. Escolha do material experimental**

Para certos tipos de trabalhos é desejável um material uniforme, cuidadosamente selecionado. Entretanto, na seleção do material experimental, devemos ter em mente a população a respeito da qual desejamos obter conclusões. Portanto, para muitas pesquisas aplicadas no campo da agricultura é importante utilizar os tipos de materiais experimentais que realmente serão usados na prática.

#### **1.6.2. Escolha da unidade experimental**

Conforme vimos, o tamanho e a forma das parcelas afetam a precisão. Em geral, a variabilidade entre parcelas decresce com o aumento do tamanho da parcela, mas, uma vez atingido um tamanho ideal, o aumento da precisão diminui rapidamente com tamanhos maiores. As parcelas retangulares são mais eficientes na superação da heterogeneidade do solo quando seu eixo maior está na direção da maior variação do solo.

#### **1.6.3. Escolha dos tratamentos**

A cuidadosa seleção dos tratamentos é importante não apenas na obtenção dos objetivos do experimentador, mas também para aumentar a precisão do experimento. Por exemplo, ao se estudar o efeito de um fertilizante, inseticida, fungicida ou herbicida, é melhor determinar como as parcelas

respondem a doses crescentes do produto do que decidir se duas doses sucessivas são ou não significativamente diferentes. Conseqüentemente, um conjunto apropriado de doses possibilitará planejar testes de significância que serão mais sensíveis do que simplesmente comparar médias adjacentes em um conjunto. O uso de **experimentos fatoriais**, nos quais dois ou mais fatores são testados simultaneamente, pode proporcionar considerável aumento na precisão.

#### 1.6.4. Aumento do número de repetições

A precisão de um experimento sempre pode ser aumentada pelo uso de repetições adicionais, mas o nível de melhoria nessa precisão diminui com o aumento do número de repetições. Por exemplo, para dobrar o grau de precisão com que duas médias são comparadas em um experimento com 4 repetições, **serão necessárias 16 repetições**.

De um modo geral, para a obtenção de uma precisão razoável em experimentos de campo com culturas, são necessárias de quatro a oito repetições.

Ao planejarmos um experimento, devemos ter certeza de que conseguiremos detectar uma diferença real entre tratamentos da ordem de grandeza em que estamos interessados. Se a probabilidade de conseguirmos esse objetivo com o número de repetições que podemos utilizar for pequena, é preferível deixarmos o experimento para uma outra ocasião em que tenhamos recursos suficientes para realizá-lo com o número de repetições adequado.

#### 1.6.5. Agrupamento das unidades experimentais

O agrupamento planejado das unidades experimentais envolve o uso do princípio do controle local. Por meio de certas restrições na casualização dos tratamentos nas parcelas, é possível remover algumas fontes de variação, tais como variações na fertilidade do solo, na disponibilidade de água, na infestação inicial e outras, ao longo da área experimental. O agrupamento das parcelas de modos diferentes dá origem aos diferentes delineamentos experimentais.

#### 1.6.6. Técnicas mais refinadas

Uma técnica errônea pode aumentar o erro experimental e distorcer os efeitos dos tratamentos. Uma técnica adequada tem por objetivos: a) aplicação uniforme dos tratamentos; b) proporcionar medidas adequadas e não viciadas dos efeitos dos tratamentos; c) prevenir erros grosseiros; e d) controlar influências externas de forma que todos os tratamentos sejam afetados igualmente.

Por exemplo, a técnica conhecida como **análise de covariância** pode, às vezes, ser usada para remover uma importante fonte de variação entre as unidades experimentais. Para que essa técnica possa ser utilizada, é necessária a tomada de algumas medidas adicionais, tais como número de plantas por parcela, número de vagens ou espigas por parcela e outras.

### 1.7. Planejamento de experimentos

O planejamento constitui a etapa inicial de qualquer trabalho, e, portanto, um experimento também deve ser devidamente planejado, de modo a atender aos interesses do experimentador e às hipóteses básicas necessárias para a validade da análise estatística.

Freqüentemente, o estatístico é consultado para tirar conclusões com base em dados experimentais. Considerando que essas conclusões dependem da forma como foi realizado o experimento, o estatístico solicitará uma descrição detalhada do experimento e de seus objetivos. Com relativa freqüência, ocorrem casos em que, após a descrição do experimento, o estatístico

verifica que não pode chegar a nenhuma conclusão, tendo em vista que o experimentador ou não utilizou um delineamento adequado, ou não atendeu às hipóteses básicas necessárias para a validade da análise estatística. Assim sendo, o estatístico pode apenas aconselhar o experimentador a repetir o experimento. Para evitar essa perda de tempo e de recursos, é essencial o planejamento adequado do experimento.

Ao iniciar o planejamento de um experimento, o experimentador deve formular uma série de quesitos e procurar respondê-los, da melhor forma possível. Como exemplo, podemos citar:

**a) Quais as características (ou variáveis) que serão analisadas?**

Num mesmo experimento, várias características (ou variáveis) podem ser estudadas. Por exemplo, num experimento com a cultura do milho, podemos determinar: altura de planta, altura de inserção da primeira espiga, resistência do colmo à penetração, porcentagem de plantas acamadas, número de plantas doentes, produção de grãos, relação grãos / sabugo etc. Portanto, no planejamento do experimento devemos definir antecipadamente quais as características de interesse, para que as mesmas possam ser avaliadas no decorrer do experimento.

**b) Quais os fatores que afetam essas características?**

Relacionar todos os fatores que possuem efeito sobre as características que serão estudadas, como por exemplo: variedade, cultivar ou híbrido, adubação, densidade de plantio, irrigação, sistema de cultivo, controle de pragas e doenças etc.

**c) Quais desses fatores serão estudados no experimento?**

Nos experimentos simples, apenas um tipo de tratamento ou fator pode ser estudado de cada vez, sendo os demais fatores mantidos constantes. Por exemplo, quando fazemos um experimento de competição de densidades de plantio para uma determinada cultura, todos os demais fatores, como cultivar, adubação, irrigação e tratos culturais devem ser os mesmos para todos os tratamentos. No caso de experimentos mais complexos, como os experimentos fatoriais e em parcelas subdivididas, podemos estudar simultaneamente os efeitos de dois ou mais tipos de tratamentos ou fatores, como, por exemplo, cultivares e adubações.

**d) Como será constituída a unidade experimental?**

A unidade experimental ou parcela poderá ser constituída por uma única planta ou por um grupo delas. Quando utilizamos uma única planta por parcela, se ocorrer qualquer problema com ela (doença, morte etc.) teremos um caso de parcela perdida, o que causa complicações na análise estatística. Portanto, devemos definir adequadamente o que constituirá a parcela.

**e) Quantas repetições deverão ser utilizadas?**

O número de repetições de um experimento depende do número de tratamentos a serem confrontados e do delineamento experimental escolhido. Quanto maior o número de repetições, maior será a precisão do experimento. De um modo geral, recomenda-se que o número de unidades experimentais ou parcelas não seja inferior a 20 e que o número de graus de liberdade associado ao efeito dos fatores não controlados (Resíduo) não seja inferior a 10.

**f) Como serão analisados os dados obtidos no experimento?**

A análise estatística dos dados depende apenas do delineamento experimental utilizado para realizar o experimento.

Sendo essas apenas uma pequena parte das questões que devem ser respondidas ao planejarmos um experimento, concluímos que o planejamento deve ser muito bem feito, para que a análise estatística possa ser efetuada de forma adequada e conduza a conclusões válidas.

No planejamento do experimento, devemos especificar os seguintes itens:

**a) Título:** o título do trabalho experimental deve ser o mais simples possível, de forma a não deixar dúvida sobre os objetivos da experimentação. Devemos evitar generalidades ou idéias vagas.

Por exemplo, não devemos utilizar “Estudo de relações fisiológicas em sorgo sacarino” e sim “Efeito do espaçamento sobre a produção de álcool etílico em três cultivares de sorgo sacarino”.

**b) Responsável e colaboradores:** indicar as pessoas que irão trabalhar na execução da pesquisa e as instituições a que pertencem.

**c) Objetivos:** expor claramente as questões que devem ser respondidas pelo trabalho. Devemos enumerar os objetivos como: determinar ..., avaliar ..., comparar ..., relacionar ..., encontrar ..., selecionar ... etc.

**d) Histórico:** indicar os motivos que levaram o experimentador a fazer a pesquisa, incluindo uma revisão de literatura com os trabalhos mais importantes desenvolvidos sobre o assunto nos últimos anos.

**e) Material e métodos:** neste item devemos especificar:

**1 – Localização do experimento:** indicar o lugar onde se realizará o experimento, especificando as coordenadas geográficas, o tipo de solo, a acidez, a topografia e a necessidade ou não de calagem, adubação e drenagem. É sempre interessante fazermos uma análise de terra antes da instalação do experimento.

**2 – Materiais:** especificar as variedades, os híbridos ou cultivares. Especificar também, quantificando, os adubos, os fungicidas, os herbicidas, os inseticidas, o calcário e outros produtos a serem utilizados e os equipamentos necessários para sua aplicação.

**3 – Tratamentos:** devem ser indicados da forma mais completa possível. Se forem variedades, citar os nomes (comum e científico) e as origens; se adubação, indicar as fórmulas, os produtos, as porcentagens de nutrientes, a época e a forma de aplicação; se inseticidas, fungicidas ou herbicidas, mencionar os produtos, o princípio ativo, as doses e a forma de aplicação. É também conveniente mencionar o custo de cada tratamento, visando estudos econômicos posteriores.

**4 – Adubação:** se for uniforme, citar os adubos empregados, as porcentagens de nutrientes, a época e a forma de aplicação, especificando a quantidade a ser utilizada por parcela e por hectare.

**5 – Semeadura ou plantio:** indicar a época de semeadura, o poder germinativo das sementes e a quantidade de sementes a ser utilizada. No caso de plantio, especificar a procedência das mudas e a quantidade a ser utilizada.

**6 – Delineamento experimental:** indicar o delineamento que será utilizado, apresentando um croqui da parcela e o esquema de instalação do experimento no campo, detalhando: espaçamento utilizado, número de sementes ou mudas por cova ou por metro de sulco, número de plantas na parcela, número de plantas na área útil da parcela, área total e área útil da parcela, área de cada bloco, área total do experimento e esquema de análise de variância.

**f) Tempo de execução provável:** especificar o tempo que demorará para a execução completa da pesquisa, indicando também, se for o caso, o número de anos em que o experimento será repetido.

**g) Orçamento:** fornecer uma estimativa dos gastos a serem realizados com: construções, mão-de-obra, serviços de terceiros, equipamentos, materiais de consumo, combustíveis, manutenção de equipamentos, diárias e imprevistos (10% do custo total do projeto).

É conveniente frisar, mais uma vez, a importância que o planejamento do experimento tem, pois de nada adiantará um experimento bem conduzido, se ele estiver baseado em um planejamento inadequado.

Durante a execução do experimento, o pesquisador deverá anotar todas as informações que julgar necessárias, e, ao final do mesmo, elaborar um **Relatório**, no qual deverá constar:

**1 – O planejamento experimental.****2 – Dados gerais:**

- a) solo: tipo, acidez, teores de nutrientes etc.;
- b) cultura anterior;
- c) data da semeadura ou plantio;
- d) datas das aplicações dos adubos;
- e) datas das irrigações (se foram feitas);
- f) apreciação sobre as condições climáticas que ocorreram durante a execução do experimento e avaliação do pesquisador a respeito da sua influência sobre a cultura. Se possível, indicar temperaturas máximas, médias e mínimas, precipitação pluvial, insolação, umidade relativa do ar, ventos e outros fatores.

**3 – Tratos culturais:** indicar o número de cultivos, capinas, pulverizações e polvilhamentos, com as respectivas datas.

**4 – Dados das parcelas:** devem ser reunidos num quadro todos os dados relativos a cada uma das parcelas, colocando em cada coluna do quadro um dos itens:

- a) número da parcela;
- b) data da germinação da maioria das plantas;
- c) data da floração da maioria das plantas;
- d) data da maturação da maioria das plantas;
- e) doenças e pragas que ocorreram;
- f) stand – informar se o stand foi uniforme em todas as parcelas. Se houver falhas uniformemente distribuídas, indicar o número de plantas, hastes ou espigas por parcela ou por metro quadrado e, se as falhas se apresentarem em manchas, incluir no relatório um esquema no qual esteja indicada a distribuição das plantas na parcela;
- g) produção – indicar as quantidades de frutos, sementes, grãos, algodão em caroço, hastes de plantas têxteis etc. No caso de cereais e leguminosas, convém incluir, além dos dados sobre os grãos e as vagens, os que se referem à produção de palha. Existem culturas em que os dados devem ser computados na unidade comercial em seus vários tipos e naqueles de colheita considerada pelo lavrador regional, como, por exemplo, a cultura do tomate, na qual se deve computar a produção em peso de frutos por hectare e a produção em caixas dos tipos comerciais extra, especial, primeira e segunda;
- h) outros dados – mencionar outros dados, como: peso específico dos grãos, teor de umidade das sementes, valor qualitativo das fibras, teor de óleo nas sementes de mamona, amendoim, algodão, girassol e soja, teor de sacarose na cana-de-açúcar ou sorgo sacarino etc.

**5 – Análise de variância e conclusões:** ao final do relatório, o pesquisador deverá fazer uma análise das conclusões e dar a explicação da razão do sucesso ou fracasso do experimento, dando sugestões com relação à conveniência ou não da continuação do experimento ou de sua alteração no(s) ano(s) seguinte(s).

## 2. TESTES DE SIGNIFICÂNCIA

### 2.1. Introdução

Um dos principais objetivos da Estatística é a tomada de decisões a respeito da população, com base na observação de amostras, ou seja, a obtenção de conclusões válidas para toda a população, com base em amostras retiradas dessa população.

Ao tentarmos tomar decisões, é conveniente a formulação de hipóteses relativas às populações. Essas suposições, que podem ou não ser verdadeiras, são denominadas **hipóteses estatísticas** e consistem, no geral, em considerações a respeito das distribuições de probabilidade das populações.

Freqüentemente, formulamos uma hipótese estatística com o objetivo de rejeitá-la ou invalidá-la. Por exemplo, quando vamos realizar um experimento de competição de cultivares de sorgo sacarino, para verificar se um cultivar é melhor que outro com relação à produção, formulamos uma hipótese inicial de que **não existem diferenças entre seus efeitos** (isto é, assumimos que quaisquer diferenças observadas na produção são devidas, exclusivamente, a fatores não controlados ou acaso). Esta hipótese inicial que formulamos é denominada **hipótese da nulidade** e é representada por  $H_0$ .

- $H_0$ : não há diferença entre as produções dos cultivares comparados;
- ou  $H_0$ : os cultivares apresentam efeitos semelhantes sobre a produção;
- ou  $H_0$ : a variância entre as produções dos cultivares comparados é nula ( $\sigma_T^2 = 0$ ).

Admitindo essa hipótese como verdadeira, se verificarmos que os resultados obtidos em uma amostra diferem acentuadamente dos resultados esperados para essa hipótese, com base na teoria das probabilidades, podemos concluir que as diferenças observadas são **significativas**, e rejeitamos a hipótese da nulidade em favor de uma outra, denominada **hipótese alternativa**, representada por  $H_1$  ou  $H_a$ . Por exemplo, no experimento de competição de cultivares de sorgo, a hipótese alternativa seria:

- $H_1$ : há diferença entre as produções dos cultivares comparados;
- ou  $H_1$ : os cultivares apresentam efeitos diferentes sobre a produção;
- ou  $H_1$ : a variância entre as produções dos cultivares comparados não é nula ( $\sigma_T^2 \neq 0$ ).

Os processos que nos permitem decidir se aceitamos ou rejeitamos uma determinada hipótese estatística, ou se a amostra observada difere significativamente dos valores esperados, são denominados **testes de hipóteses** ou **testes de significância**.

Porém, ao tomarmos a decisão de rejeitar ou aceitar uma hipótese, estamos sujeitos a incorrer em um dos erros:

**Erro do tipo I** - é o erro que cometemos ao rejeitar uma hipótese verdadeira, que deveria ser aceita.

**Erro do tipo II** - é o erro que cometemos ao aceitar uma hipótese falsa, que deveria ser rejeitada.

Esses dois tipos de erro estão associados de tal forma que, se diminuirmos a probabilidade de ocorrência de um deles, automaticamente, aumentamos a probabilidade de ocorrência do outro.

Em Estatística, de um modo geral, controlamos apenas o erro do tipo I, por meio do **nível de significância do teste**, representado por  $\alpha$  e que consiste na probabilidade máxima com que nos sujeitamos a correr o risco de cometer um erro do tipo I ao rejeitar uma determinada hipótese.

Na prática, é comum (embora não seja obrigatório) fixarmos o nível de significância em 5% ( $\alpha=0,05$ ) ou em 1% ( $\alpha=0,01$ ). Se, por exemplo, for escolhido o nível de 5% ( $\alpha=0,05$ ), isso significa

que teremos 5 possibilidades em 100 de que rejeitemos a hipótese  $H_0$  quando ela deveria ser aceita, ou seja, existe uma confiança de 95% de que tenhamos tomado uma decisão correta.

A confiança que temos de ter tomado uma decisão correta ao rejeitar a hipótese é denominada **grau de confiança do teste** e é representada por  $1 - \alpha$ , expressa em porcentagem.

## 2.2. Teste F para a análise de variância

Conforme visto (em 1.5.4.), **análise de variância** é uma técnica que consiste na decomposição da variância total (e dos graus de liberdade) em partes atribuídas a causas conhecidas e independentes (fatores controlados) e a uma porção residual de origem desconhecida e natureza aleatória (fatores não controlados).

O teste F, obtido por Snedecor, tem por finalidade comparar estimativas de variâncias.

Na análise de variância, as estimativas de variâncias são dadas pelos **quadrados médios** (Q.M.), obtendo-se um Q.M. para cada causa da variação. Assim, num experimento inteiramente casualizado, teremos duas estimativas de variância: uma devida aos efeitos de tratamentos (dada pelo **Q.M. Tratamentos**) e outra devida aos efeitos dos fatores não controlados ou acaso (dada pelo **Q.M. Resíduo**).

Para aplicarmos o teste F na análise de variância, utilizamos sempre no denominador o Q.M. Resíduo, ou seja, comparamos sempre uma variância devida aos efeitos do fator controlado (Tratamentos, Blocos, Linhas, Colunas etc) com a variância devida aos efeitos dos fatores não controlados ou acaso (Resíduo). Então:

$$F_{\text{TRAT}} = \frac{\text{Q.M. Tratamentos}}{\text{Q.M. Resíduo}} \qquad F_{\text{BLOCOS}} = \frac{\text{Q.M. Blocos}}{\text{Q.M. Resíduo}}$$

Para tratamentos, as hipóteses  $H_0$  e  $H_1$  podem ser representadas por:

$$H_0: \sigma_T^2 = 0 \qquad \text{e} \qquad H_1: \sigma_T^2 \neq 0$$

Mas:

**Q.M. Resíduo** – estima a variação do acaso =  $\sigma^2$ ; e

**Q.M. Tratamentos** – estima a variação do acaso mais a variação causada pelos efeitos de tratamentos =  $\sigma^2 + J \sigma_T^2$ , em que J é o número de repetições dos tratamentos.

Logo:

$$F_{\text{TRAT}} = \frac{\text{Q.M. Tratamentos}}{\text{Q.M. Resíduo}} = \frac{\sigma^2 + J \sigma_T^2}{\sigma^2}$$

Sob a hipótese da nulidade, isto é, supondo-se que os efeitos dos tratamentos são todos equivalentes, teríamos duas estimativas de variâncias (Q.M. Tratamentos e Q.M. Resíduo) que não deveriam diferir, a não ser por variações amostrais, pois ambas estimam a variação do acaso.

Calculado o valor de F, buscamos nas **tabelas da distribuição de F** (geralmente nos níveis de 5% e 1%) os valores críticos ou limites (**F tabela**), em função do **número de graus de liberdade de Tratamentos (ou Blocos, ...)** - na horizontal, e do **número de graus de liberdade do Resíduo** - na vertical.

O valor crítico de F obtido na tabela nos indica o valor máximo que a razão de variâncias (**F calculado**) poderá assumir devido apenas a flutuações amostrais.

Comparamos então F calculado com F da tabela:

a) Se  $F_{\text{calculado}} \geq F_{\text{tabela}}$ , o teste é significativo no nível testado ( $\alpha$ ). Então, devemos rejeitar a hipótese da nulidade ( $H_0$ ), e concluir que os efeitos dos tratamentos diferem nesse nível de probabilidade, e essas diferenças não devem ser atribuídas ao acaso, mas sim aos efeitos maiores de alguns dos tratamentos. Grau de confiança  $\geq 1 - \alpha$ .

b) Se  $F_{\text{calculado}} < F_{\text{tabela}}$ , o teste não é significativo no nível testado. Então, não devemos rejeitar a hipótese da nulidade ( $H_0$ ). Neste caso, não é possível comprovar diferenças entre os efeitos dos tratamentos, nesse nível de probabilidade.

Graficamente:

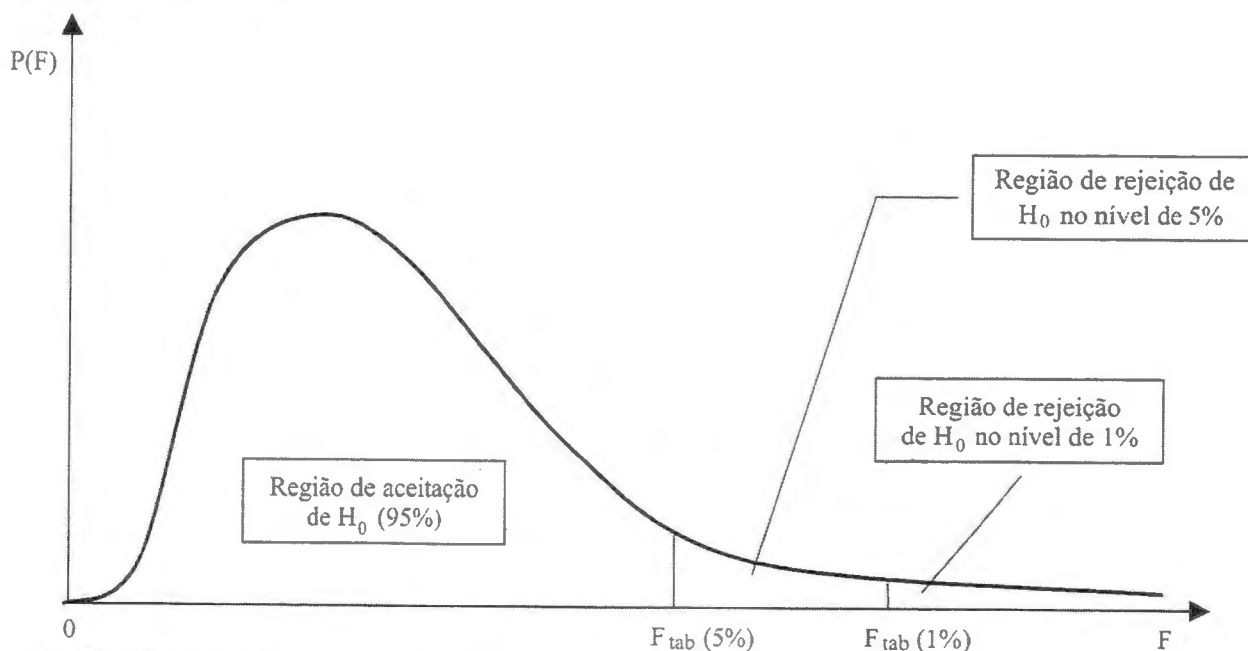


FIGURA 2.2.1 – Distribuição de F.

Resumidamente, temos:

- a)  $F_{\text{calc}} < F_{\text{tab a 5\%}}$  - o teste não é significativo no nível de 5% de probabilidade.  
- aceitamos  $H_0$ .
- b)  $F_{\text{calc}} \geq F_{\text{tab a 5\%}}$  e  $F_{\text{calc}} < F_{\text{tab a 1\%}}$  - o teste é significativo no nível de 5% de probabilidade.  
- rejeitamos  $H_0$  com um grau de confiança  $\geq 95\%$ .
- c)  $F_{\text{calc}} \geq F_{\text{tab a 1\%}}$  - o teste é significativo no nível de 1% de probabilidade.  
- rejeitamos  $H_0$  com um grau de confiança  $\geq 99\%$ .

Para indicar a significância do teste F, colocamos em F calculado uma das **notações**:

NS - se o teste não for significativo a 5% de probabilidade ( $P > 0,05$ ). Por ex.:  $F = 2,18^{\text{NS}}$ .

\* - se o teste for significativo a 5% de probabilidade ( $P < 0,05$ ). Por ex.:  $F = 4,15^*$ .

\*\* - se o teste for significativo a 1% de probabilidade ( $P < 0,01$ ). Por ex.:  $F = 7,21^{**}$ .

### Exemplo de Aplicação do Teste F

Num experimento de competição de cultivares de cana-de-açúcar, foram utilizados 5 tratamentos e 4 repetições, no delineamento em blocos casualizados. Os blocos controlavam diferenças de fertilidade do solo entre terraços.

Os cultivares de cana-de-açúcar (Tratamentos) testados foram:

- 1) Co 413      2) CB 40/19      3) CB 40/69      4) CB 41/70      5) CB 41/76.

Para a produção de cana-de-açúcar (variável analisada), em t/ha, foram obtidas as seguintes somas de quadrados, para a análise de variância:

$$\begin{aligned} \text{S.Q. Tratamentos} &= 3.978,88 \\ \text{S.Q. Blocos} &= 1.266,05 \\ \text{S.Q. Total} &= 8.678,29 \end{aligned}$$

Oportunamente, veremos como essas somas de quadrados são obtidas a partir dos dados originais das parcelas.

As hipóteses que desejamos testar são:

a) Para Tratamentos:

$H_0$ : Os cultivares de cana-de-açúcar comparados não diferem quanto à produção de cana-de-açúcar (ou  $\sigma_T^2 = 0$ )

$H_1$ : Os cultivares de cana-de-açúcar comparados apresentam diferença quanto à produção de cana-de-açúcar (ou  $\sigma_T^2 \neq 0$ ).

b) Para Blocos:

$H_0$ : As diferenças de fertilidade do solo entre os terraços (blocos) apresentam efeitos semelhantes sobre a produção de cana-de-açúcar (ou  $\sigma_B^2 = 0$ )

$H_1$ : As diferenças de fertilidade do solo entre os terraços (blocos) apresentam efeitos diferentes sobre a produção de cana-de-açúcar (ou  $\sigma_B^2 \neq 0$ ).

Para testar estas hipóteses, devemos realizar a análise de variância que se encontra no Quadro 2.2.1.

**QUADRO 2.2.1** – Análise de variância do experimento.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. | S.Q.     | Q.M.   | F                  |
|-------------------|------|----------|--------|--------------------|
| Tratamentos       | 4    | 3.978,88 | 994,72 | 3,48*              |
| Blocos            | 3    | 1.266,05 | 422,02 | 1,48 <sup>NS</sup> |
| Resíduo           | 12   | 3.433,36 | 286,11 | -                  |
| Total             | 19   | 8.678,29 | -      | -                  |

Valores de F da tabela:

|                              |            |            |
|------------------------------|------------|------------|
| - Tratamentos - 4 x 12 g.l.: | {5% = 3,26 | 1% = 5,41} |
| - Blocos - 3 x 12 g.l.:      | {5% = 3,49 | 1% = 5,95} |

**Conclusões:**

a) Tratamentos:

(O valor de F calculado é maior que F da tabela a 5% e menor que F da tabela a 1%).

O teste é significativo no nível de 5% de probabilidade.

Rejeitamos  $H_0$  para Tratamentos.

Concluimos que os cultivares de cana-de-açúcar comparados (pelo menos dois deles) possuem efeitos diferentes quanto à produção de cana-de-açúcar.

O grau de confiança nessa conclusão é superior a 95% de probabilidade.

#### b) Blocos

(O valor de F calculado é menor que F da tabela a 5%).

O teste não é significativo no nível de 5% de probabilidade.

Não rejeitamos  $H_0$  para Blocos.

Concluimos que as diferenças de fertilidade entre os terraços (blocos) possuem efeitos semelhantes (não influem) sobre a produção de cana-de-açúcar.

### 2.3. Testes de comparações de médias

#### 2.3.1. Introdução

O teste F significativo, para mais que dois tratamentos, nos permite, apenas, tirar conclusões muito gerais com relação ao comportamento dos tratamentos, indicando que entre eles existem efeitos diferentes sobre a variável analisada, nada nos informando sobre quais os melhores (ou piores) tratamentos.

Para verificar quais os melhores (ou piores) tratamentos, uma das maneiras é a utilização dos procedimentos para comparações múltiplas ou testes de comparações de médias dos tratamentos.

Para estudarmos esses testes, precisamos entender alguns conceitos:

#### a) Contrastes de médias - Y

Contrastes de médias são relações lineares entre as médias verdadeiras dos tratamentos ( $m_i$ ), de forma que a soma algébrica dos coeficientes das médias seja nula.

Então, uma relação linear das médias de I tratamentos, do tipo:

$$Y = c_1 m_1 + c_2 m_2 + \dots + c_I m_I$$

será um contraste se, e só se:

$$c_1 + c_2 + \dots + c_I = 0 \quad \text{ou} \quad \sum_{i=1}^I c_i = 0$$

Assim, se num experimento temos três tratamentos, cujas médias verdadeiras são:  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$ , podemos dizer que as relações:

$$Y_1 = m_1 - m_2$$

$$Y_2 = m_1 - m_3$$

$$Y_3 = m_1 + m_2 - 2m_3$$

são contrastes (nestas relações, as somas algébricas dos coeficientes são nulas), mas a relação:

$$Y_4 = m_1 + m_2 - m_3$$

não é um contraste (nesta relação, a soma algébrica dos coeficientes não é nula).

Num experimento, o número de contrastes que podemos formular com as médias dos tratamentos é grande, e, numa análise estatística, devemos formular apenas aqueles que são de interesse do pesquisador.

#### b) Contrastes ortogonais

Dois contrastes são ortogonais quando a soma algébrica dos produtos dos coeficientes das médias correspondentes é nula (para médias calculadas com mesmo número de repetições).

Considerando os contrastes  $Y_1$  e  $Y_3$ , vistos anteriormente, podemos escrevê-los da seguinte forma:

$$Y_1 = m_1 - m_2 + 0m_3$$

$$Y_3 = m_1 + m_2 - 2m_3$$

Neste caso, os coeficientes das médias correspondentes são:

|                     |               | $m_1$ |   | $m_2$ |   | $m_3$   |
|---------------------|---------------|-------|---|-------|---|---------|
| $Y_1$               | $\Rightarrow$ | 1     |   | -1    |   | 0       |
| $Y_3$               | $\Rightarrow$ | 1     |   | 1     |   | -2      |
| Soma dos produtos = |               | (1)   | + | (-1)  | + | (0) = 0 |

Portanto,  $Y_1$  e  $Y_3$  são ortogonais.

Consideremos, agora, os contrastes  $Y_1$  e  $Y_2$ , que podem ser escritos da seguinte forma:

$$Y_1 = m_1 - m_2 + 0m_3$$

$$Y_2 = m_1 + 0m_2 - m_3$$

Os coeficientes das médias correspondentes são:

|                     |               | $m_1$ |   | $m_2$ |   | $m_3$ |
|---------------------|---------------|-------|---|-------|---|-------|
| $Y_1$               | $\Rightarrow$ | 1     |   | -1    |   | 0     |
| $Y_2$               | $\Rightarrow$ | 1     |   | 0     |   | -1    |
| Soma dos produtos = |               | 1     | + | 0     | + | 0 = 1 |

Portanto,  $Y_1$  e  $Y_2$  não são ortogonais.

Generalizando, podemos dizer que:

$$Y_1 = c_1m_1 + c_2m_2 + \dots + c_I m_I \quad \left( \sum_{i=1}^I c_i = 0 \right)$$

e 
$$Y_2 = b_1m_1 + b_2m_2 + \dots + b_I m_I \quad \left( \sum_{i=1}^I b_i = 0 \right)$$

serão contrastes ortogonais, se:

$$c_1b_1 + c_2b_2 + \dots + c_I b_I = 0 \quad \left( \sum_{i=1}^I c_i b_i = 0 \right).$$

### Observações:

- 1) Três ou mais contrastes serão ortogonais entre si se eles forem ortogonais dois a dois;
- 2) Do ponto de vista prático, se dois ou mais contrastes são ortogonais entre si, isso indica que as comparações neles feitas são comparações independentes;
- 3) Num experimento qualquer, o número máximo de contrastes ortogonais que podemos obter é igual ao número de graus de liberdade de tratamentos desse experimento.

**c) Estimativa do contraste -  $\hat{Y}$** 

Vimos que contrastes são funções lineares de médias verdadeiras dos tratamentos ( $m_i$ ). Mas, num experimento, não conhecemos as médias verdadeiras dos tratamentos, de forma que o verdadeiro valor do contraste ( $Y$ ) não pode ser calculado. No entanto, como conhecemos as estimativas das médias dos tratamentos ( $\hat{m}_i$ ), podemos obter as estimativas dos contrastes ( $\hat{Y}$ ).

Se, num experimento, as estimativas das médias dos tratamentos forem:

$$\hat{m}_1 = 300 \quad \hat{m}_2 = 250 \quad \hat{m}_3 = 320,$$

podemos obter as estimativas dos contrastes:

$$Y_1 = m_1 - m_2$$

$$Y_2 = m_1 - m_3$$

$$Y_3 = m_1 + m_2 - 2m_3$$

substituindo as médias verdadeiras pelas suas estimativas:

$$\hat{Y}_1 = \hat{m}_1 - \hat{m}_2 = 300 - 250 = 50$$

$$\hat{Y}_2 = \hat{m}_1 - \hat{m}_3 = 300 - 320 = -20$$

$$\hat{Y}_3 = \hat{m}_1 + \hat{m}_2 - 2\hat{m}_3 = 300 + 250 - 2(320) = -90.$$

Verificamos que a estimativa do contraste pode ser positiva ou negativa. O sinal não tem nenhuma importância, a não ser indicar qual tratamento (ou grupo) apresentou maior valor numérico.

**d) Estimativa da variância da estimativa do contraste -  $\hat{V}(\hat{Y})$** 

Sendo a estimativa de um contraste uma relação entre as médias estimadas dos tratamentos ( $\hat{m}_i$ ), ela possui uma variância.

Então, num experimento, para um contraste da forma genérica:

$$Y = c_1 m_1 + c_2 m_2 + \dots + c_I m_I$$

cujas estimativas é dada por:

$$\hat{Y} = c_1 \hat{m}_1 + c_2 \hat{m}_2 + \dots + c_I \hat{m}_I$$

no qual as médias dos tratamentos foram calculadas com  $r$  repetições, temos:

$$\hat{V}(\hat{Y}) = (c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_I^2) \frac{s^2}{r}, \quad \text{em que: } s^2 = \text{Q.M. Resíduo.}$$

**e) Erro padrão do contraste -  $s(\hat{Y})$** 

O erro padrão do contraste é a raiz quadrada positiva da estimativa da variância da estimativa do contraste, ou seja:

$$s(\hat{Y}) = \sqrt{\hat{V}(\hat{Y})}.$$

**2.3.2. Teste t de Student**

O teste t de Student serve para testar médias de dois tratamentos ou médias de dois grupos de tratamentos (caso em que o contraste tem mais de duas médias envolvidas).

Para sua aplicação correta, devemos considerar os seguintes **requisitos básicos**:

a) Os contrastes a serem testados devem ser estabelecidos antes de obtidos os dados experimentais (não devem ser feitas comparações sugeridas pelos dados);

b) Os contrastes a serem testados devem ser ortogonais entre si.

Quando aplicamos o teste t a um contraste qualquer, estamos interessados em verificar se a estimativa do contraste ( $\hat{Y}$ ) difere ou não de zero (valor que o contraste deveria assumir, se a hipótese da nulidade fosse verdadeira).

Então, testamos  $H_0: Y = 0$  vs  $H_1: Y \neq 0$ .

#### Aplicação do teste t:

Num experimento com I tratamentos, todos com r repetições, vamos considerar o contraste:

$$Y = c_1 m_1 + c_2 m_2 + \dots + c_I m_I$$

a) Calcular a estimativa do contraste -  $\hat{Y}$

$$\hat{Y} = c_1 \hat{m}_1 + c_2 \hat{m}_2 + \dots + c_I \hat{m}_I$$

b) Calcular a estimativa de variância da estimativa do contraste -  $\hat{V}(\hat{Y})$

$$\hat{V}(\hat{Y}) = (c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_I^2) \frac{s^2}{r}$$

c) Calcular o erro padrão do contraste -  $s(\hat{Y})$

$$s(\hat{Y}) = \sqrt{\hat{V}(\hat{Y})}$$

d) Calcular o valor do teste, t, por:

$$t = \frac{\hat{Y}}{s(\hat{Y})}$$

e) Procurar numa tabela da distribuição de t (nos níveis de 5% e 1%), os valores tabelados, em função do número de graus de liberdade do resíduo.

f) Comparar o valor de t calculado (**em valor absoluto**) com o valor de t da tabela:

- Se  $|t| \geq t_{\text{tab}}$ , o teste é significativo, rejeitamos  $H_0$  para Y e concluímos que as médias dos tratamentos (ou grupos) testados no contraste diferem.

- Se  $|t| < t_{\text{tab}}$ , o teste não é significativo, não rejeitamos  $H_0$  para Y e concluímos que as médias dos tratamentos (ou grupos) testados no contraste não diferem.

g) Indicar a significância do teste, no valor de t calculado:

<sup>NS</sup> - teste não significativo no nível de 5% de probabilidade.

\* - teste significativo no nível de 5% de probabilidade.

\*\* - teste significativo no nível de 1% de probabilidade.

#### Exemplo de aplicação do teste t de Student

Para exemplificar a aplicação do teste t, vamos considerar os dados do exemplo utilizado no teste F, dado em 2.2., considerando-se que as médias de produção de cana-de-açúcar (t/ha) das 4 repetições de cada tratamento foram:

1 - Co 413  $\hat{m}_1 = 100,2$  t/ha

2 - CB 40/19  $\hat{m}_2 = 137,2$  t/ha

3 - CB 40/69  $\hat{m}_3 = 139,7$  t/ha

$$4 - \text{CB 41/70} \quad \hat{m}_4 = 129,8 \text{ t/ha}$$

$$5 - \text{CB 41/76} \quad \hat{m}_5 = 124,6 \text{ t/ha}$$

Conforme vimos,  $s^2 = \text{Q.M. Resíduo} = 286,11$ .

Como o experimento tem 5 tratamentos, podemos testar até 4 contrastes (desde que eles sejam ortogonais entre si). Vamos considerar, apenas, os dois contrastes seguintes (ortogonais entre si):

$$Y_1 = 4m_1 - m_2 - m_3 - m_4 - m_5 \quad (\text{Co vs CB})$$

$$Y_2 = m_4 - m_5 \quad (\text{CB 41/70 vs CB 41/76}).$$

### 1 - Para Co vs CB

$$H_0 : m_1 = \frac{m_2 + m_3 + m_4 + m_5}{4} \quad \text{vs} \quad H_1 : m_1 \neq \frac{m_2 + m_3 + m_4 + m_5}{4}$$

$$\text{ou:} \quad H_0 : Y_1 = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : Y_1 \neq 0$$

$$\hat{Y}_1 = 4\hat{m}_1 - \hat{m}_2 - \hat{m}_3 - \hat{m}_4 - \hat{m}_5 = 4(100,2) - 137,2 - 139,7 - 129,8 - 124,6 = -130,5 \text{ t/ha}$$

$$\hat{V}(\hat{Y}_1) = (c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + c_4^2 + c_5^2) \frac{s^2}{r} = [4^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2] \frac{\text{Q.M. Res}}{4} \quad \text{ou}$$

$$\hat{V}(\hat{Y}_1) = 20 \frac{286,11}{4} = 1.430,55$$

$$s(\hat{Y}_1) = \sqrt{\hat{V}(\hat{Y}_1)} = \sqrt{1.430,55} = 37,8 \text{ t/ha}$$

$$t = \frac{\hat{Y}_1}{s(\hat{Y}_1)} = \frac{-130,5}{37,8} = -3,45^{**}$$

t da tabela, para 12 g.l. Resíduo:  $\{5\% = 2,18 \quad 1\% = 3,06\}$ .

### Conclusão:

( $|t| > t_{\text{tab}}$  a 1%).

O teste é significativo no nível de 1% de probabilidade.

Rejeitamos  $H_0$  para  $Y_1$ .

A média de produção da variedade Co ( $m_1$ ) difere da média das variedades do grupo CB

$$\left( \frac{m_2 + m_3 + m_4 + m_5}{4} \right).$$

Pelos resultados, verificamos que o grupo CB é melhor que a variedade Co, produzindo, em média, 32,6 t/ha a mais.

O grau de confiança é maior que 99% de probabilidade.

### 2 - Para CB 41/70 vs CB 41/76

$$H_0 : m_4 = m_5 \quad \text{vs} \quad H_1 : m_4 \neq m_5$$

$$\text{ou:} \quad H_0 : Y_2 = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : Y_2 \neq 0$$

$$\hat{Y}_2 = \hat{m}_4 - \hat{m}_5 = 129,8 - 124,6 = 5,2 \text{ t/ha}$$

$$\hat{V}(\hat{Y}_2) = (c_4^2 + c_5^2) \frac{s^2}{r} = [(1)^2 + (-1)^2] \frac{286,11}{4} = 143,06$$

$$s(\hat{Y}_2) = \sqrt{\hat{V}(\hat{Y}_2)} = \sqrt{143,06} = 12,0 \text{ t/ha}$$

$$t = \frac{\hat{Y}_2}{s(\hat{Y}_2)} = \frac{5,2}{12,0} = 0,43^{\text{NS}}$$

t da tabela, para 12 g.l. Resíduo: {5% = 2,18    1% = 3,06}.

#### Conclusão:

(|t| < t<sub>tab</sub> a 5%).

O teste não é significativo no nível de 5% de probabilidade.

Não rejeitamos H<sub>0</sub> para Y<sub>2</sub>.

A média de produção da variedade CB 41/70 (m<sub>4</sub>) não difere da média da variedade CB 41/76 (m<sub>5</sub>).

#### Observação:

Embora não seja muito freqüente, às vezes existe interesse em comparar a estimativa do contraste com um valor arbitrário, A. Neste caso, a estatística t será calculada por:

$$t = \frac{\hat{Y} - A}{s(\hat{Y})}$$

Outra aplicação comum do teste t é na comparação de uma média com um valor estabelecido. Consideremos os dados de uma amostra de n elementos:

$$x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad \dots \quad x_n$$

A partir desses valores observados, podemos calcular a estimativa da média ( $\hat{m}$ ), a estimativa da variância ( $s^2$ ) e o erro padrão da média [ $s(\hat{m})$ ]. Admitindo-se um valor conhecido, A, a estatística t será:

$$t = \frac{\hat{m} - A}{s(\hat{m})}$$

Em qualquer das aplicações do teste t, o valor da estatística t deve ser comparado (**em valor absoluto**) com os valores críticos de t, tabelados em função do número de graus de liberdade associado à variância, e do nível de significância do teste.

### 2.3.3. Teste de Tukey

O teste de Tukey serve para testar qualquer contraste entre duas médias de tratamentos.

O número de contrastes que podem ser testados consiste no número de combinações das médias, duas a duas. Assim, num experimento com 5 tratamentos, podemos testar até 10 contrastes de duas médias de tratamentos.

O teste é exato quando as duas médias do contraste têm mesmo número de repetições.

Por ser um teste rigoroso, geralmente, o teste de Tukey é aplicado apenas no nível de 5% de probabilidade.

Atualmente, o teste de Tukey é o teste mais utilizado para comparações das médias de um experimento.

#### Aplicação do teste de Tukey:

a) Calcular a diferença mínima significativa, representada por  $\Delta$ , da seguinte forma:

$$\Delta = q \frac{s}{\sqrt{r}}$$

em que:

$q$  - é a amplitude total estudentizada, para uso no teste de Tukey, encontrada em tabelas, em função do **número de tratamentos** (na horizontal) e do **número de graus de liberdade do resíduo** (na vertical);

$$s = \sqrt{\text{Q.M. Resíduo}}$$

$r$  = número de repetições com que foram calculadas as médias.

b) Calcular as estimativas dos contrastes de duas médias -  $\hat{Y}$ .

c) Comparar cada estimativa de contraste, em valor absoluto ( $|\hat{Y}|$ ), com a diferença mínima significativa ( $\Delta$ ):

- Se  $|\hat{Y}| \geq \Delta$ , o teste é significativo, o que indica que as duas médias de  $Y$  diferem;
- Se  $|\hat{Y}| < \Delta$ , o teste não é significativo, o que indica que as duas médias de  $Y$  não diferem.

d) Indicar a significância do teste no valor da estimativa do contraste ( $\hat{Y}$ ).

Por exemplo:  $\hat{Y}_1 = 2,17^{\text{NS}}$

$$\hat{Y}_2 = 10,45^*$$

#### Observações:

1 - Para aplicação do teste de Tukey, as médias não precisam ser colocadas em ordem decrescente de valores. No entanto, se utilizarmos a ordem decrescente, a aplicação do teste é mais simples.

2 - Quando os números de repetições das duas médias do contraste forem diferentes, o teste de Tukey pode ser aplicado, mas de modo aproximado, calculando-se a diferença mínima significativa da seguinte forma:

$$\Delta' = q \sqrt{\frac{1}{2} \hat{V}(\hat{Y})}$$

Em cada delineamento que será estudado, veremos como obter  $\hat{V}(\hat{Y})$ , com números diferentes de repetições para as médias.

#### Exemplo de aplicação do teste de Tukey

Vamos considerar os dados, já vistos, para o exemplo do teste F e do teste t de Student.

Em ordem decrescente (apenas para facilitar a aplicação do teste), as médias dos tratamentos são:

|              |                                  |
|--------------|----------------------------------|
| 3 - CB 40/69 | $\hat{m}_3 = 139,7 \text{ t/ha}$ |
| 2 - CB 40/19 | $\hat{m}_2 = 137,2 \text{ t/ha}$ |
| 4 - CB 41/70 | $\hat{m}_4 = 129,8 \text{ t/ha}$ |
| 5 - CB 41/76 | $\hat{m}_5 = 124,6 \text{ t/ha}$ |
| 1 - Co 413   | $\hat{m}_1 = 100,2 \text{ t/ha}$ |

Cálculo da diferença mínima significativa:  $\Delta$

$$\Delta = q \frac{s}{\sqrt{r}} \quad s = \sqrt{\text{Q.M. Resíduo}} = \sqrt{286,11} = 16,9 \text{ t/ha}$$

$r$  = número de repetições = 4,

$q$  - valor da tabela para 5 tratamentos x 12 g.l. Resíduo = 4,51 (5%).

$$\Delta = 4,51 \frac{16,9}{\sqrt{4}} = 38,1 \text{ t/ha}$$

Como temos 5 médias de tratamentos, podemos testar 10 contrastes de 2 médias:

$$\hat{Y}_1 = \hat{m}_3 - \hat{m}_2 = 2,5^{\text{NS}} \text{ t/ha} \quad \hat{Y}_6 = \hat{m}_2 - \hat{m}_5 = 12,6^{\text{NS}} \text{ t/ha}$$

$$\hat{Y}_2 = \hat{m}_3 - \hat{m}_4 = 9,9^{\text{NS}} \text{ t/ha} \quad \hat{Y}_7 = \hat{m}_2 - \hat{m}_1 = 37,0^{\text{NS}} \text{ t/ha}$$

$$\hat{Y}_3 = \hat{m}_3 - \hat{m}_5 = 15,1^{\text{NS}} \text{ t/ha} \quad \hat{Y}_8 = \hat{m}_4 - \hat{m}_5 = 5,2^{\text{NS}} \text{ t/ha}$$

$$\hat{Y}_4 = \hat{m}_3 - \hat{m}_1 = 39,5^* \text{ t/ha} \quad \hat{Y}_9 = \hat{m}_4 - \hat{m}_1 = 29,6^{\text{NS}} \text{ t/ha}$$

$$\hat{Y}_5 = \hat{m}_2 - \hat{m}_4 = 7,4^{\text{NS}} \text{ t/ha} \quad \hat{Y}_{10} = \hat{m}_5 - \hat{m}_1 = 24,4^{\text{NS}} \text{ t/ha}$$

Existe outra maneira de representar as estimativas dos contrastes ( $\hat{Y}$ ), como pode ser visto no quadro seguinte:

|             |           | $\hat{m}_3$ | $\hat{m}_2$       | $\hat{m}_4$       | $\hat{m}_5$        | $\hat{m}_1$        |
|-------------|-----------|-------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| $\hat{m}_3$ | <b>a</b>  | -           | 2,5 <sup>NS</sup> | 9,9 <sup>NS</sup> | 15,1 <sup>NS</sup> | 39,5*              |
| $\hat{m}_2$ | <b>ab</b> | -           | -                 | 7,4 <sup>NS</sup> | 12,6 <sup>NS</sup> | 37,0 <sup>NS</sup> |
| $\hat{m}_4$ | <b>ab</b> | -           | -                 | -                 | 5,2 <sup>NS</sup>  | 29,6 <sup>NS</sup> |
| $\hat{m}_5$ | <b>ab</b> | -           | -                 | -                 | -                  | 24,4 <sup>NS</sup> |
| $\hat{m}_1$ | <b>b</b>  | -           | -                 | -                 | -                  | -                  |

Médias seguidas de uma mesma letra não diferem pelo teste de Tukey ( $P > 0,05$ ).

O teste de Tukey só acusou diferença significativa entre as médias  $m_3$  e  $m_1$ . As demais médias não diferiram entre si.

### 2.3.4. Teste de Duncan

O teste de Duncan é menos rigoroso que o teste de Tukey, mas é de aplicação mais trabalhosa. O teste exige que as médias sejam colocadas em ordem decrescente de valores e que todas as médias possuam o mesmo número de repetições para ser exato.

Normalmente, o teste é aplicado no nível de 5% de probabilidade, e a significância do teste é representada ligando-se, por uma barra contínua, duas médias que não diferem.

Em cada contraste só podemos comparar duas médias, mas a diferença entre elas pode abranger duas ou mais médias.

#### Aplicação do teste de Duncan:

Vamos considerar um experimento com  $I$  tratamentos, cujas médias foram todas calculadas com  $r$  repetições.

a) Colocar as  $I$  médias dos tratamentos em ordem decrescente.

b) Calcular a estimativa do contraste:

$$\hat{Y}_1 = \hat{m}_{\text{MAIOR}} - \hat{m}_{\text{MENOR}} \quad (\text{abrange } I \text{ médias}).$$

c) Calcular o valor da amplitude total mínima significativa,  $D_I$ , dada por:

$$D_I = z_I \frac{s}{\sqrt{r}}$$

em que:

$z_I$  - é a amplitude total estudentizada, para uso no teste de Duncan, encontrada em tabelas, em função do **número de médias abrangidas pelo contraste** (na horizontal) e do **número de graus de liberdade do resíduo** (na vertical),

$$s = \sqrt{\text{Q.M. Resíduo}}$$

$r$  = número de repetições com que foram calculadas as médias.

d) Comparar  $\hat{Y}_1$  com  $D_I$ :

- Se  $\hat{Y}_1 < D_I$ , o teste não é significativo, indicando que as duas médias que entraram no contraste  $\hat{Y}_1$  não diferem. Então, ligamos as médias abrangidas pelo contraste por uma barra contínua e não podemos mais comparar médias dentro da barra.

- Se  $\hat{Y}_1 \geq D_I$ , o teste é significativo, indicando que as duas médias que entraram no contraste  $\hat{Y}_1$  diferem. Então, passamos a testar contrastes que abrangem um número imediatamente inferior de médias ( $I - 1$ ).

e) Calcular as estimativas dos contrastes:

$$\hat{Y}_2 = \hat{m}_{\text{MAIOR}} - \hat{m}_{\text{PENÚLTIMA}}$$

$$\hat{Y}_3 = \hat{m}_{\text{SEGUNDA}} - \hat{m}_{\text{MENOR}} \quad [\text{abragem } (I - 1) \text{ médias}].$$

f) Calcular o novo valor de  $D \Rightarrow D_{(I-1)}$  (muda o valor de  $z$ )

$$D_{(I-1)} = z_{(I-1)} \frac{s}{\sqrt{r}}$$

g) Comparar:  $\hat{Y}_2$  com  $D_{(I-1)}$  e  $\hat{Y}_3$  com  $D_{(I-1)}$

- Se ...

O processo deve continuar, até que todas as médias estejam unidas por barras, ou que tenham sido testados contrastes que abrangem duas médias.

### Exemplo de aplicação do teste de Duncan

Vamos considerar os dados do mesmo exemplo, já visto, para o teste de Tukey.

Médias dos tratamentos, em ordem decrescente:

$$3 - \text{CB } 40/69 \quad \hat{m}_3 = 139,7 \text{ t/ha}$$

$$2 - \text{CB } 40/19 \quad \hat{m}_2 = 137,2 \text{ t/ha}$$

$$4 - \text{CB } 41/70 \quad \hat{m}_4 = 129,8 \text{ t/ha}$$

$$5 - \text{CB } 41/76 \quad \hat{m}_5 = 124,6 \text{ t/ha}$$

$$1 - \text{Co } 413 \quad \hat{m}_1 = 100,2 \text{ t/ha}$$

a) Para o contraste que abrange 5 médias:

$$\hat{Y}_1 = \hat{m}_3 - \hat{m}_1 = 39,5 \text{ t/ha}$$

$$D_5 = z_5 \frac{s}{\sqrt{r}} = 3,36 \frac{\sqrt{286,11}}{\sqrt{4}} = 28,4 \text{ t/ha} \quad z_5: 5 \text{ médias} \times 12 \text{ g.l. Resíduo} = 3,36 (5\%).$$

Como  $\hat{Y}_1 > D_5$ , concluímos que  $m_3 \neq m_1$ .

b) Para contrastes que abrangem 4 médias:

$$\hat{Y}_2 = \hat{m}_3 - \hat{m}_5 = 15,1 \text{ t/ha}$$

$$\hat{Y}_3 = \hat{m}_2 - \hat{m}_1 = 37,0 \text{ t/ha}$$

$$D_4 = z_4 \frac{s}{\sqrt{r}} = 3,33 \frac{\sqrt{286,11}}{\sqrt{4}} = 28,2 \text{ t/ha} \quad z_4: 4 \text{ médias} \times 12 \text{ g.l. Resíduo} = 3,33 (5\%).$$

Como  $\hat{Y}_2 < D_4$ , concluímos que  $m_3 = m_5$ . Neste caso, devemos unir  $m_3$  a  $m_5$  por uma barra contínua, e nenhuma outra comparação deve ser feita com duas médias dentro dessa barra.

Como  $\hat{Y}_3 > D_4$ , concluímos que  $m_2 \neq m_1$ .

c) Para o contraste que abrange 3 médias:

$$\hat{Y}_4 = \hat{m}_4 - \hat{m}_1 = 29,6 \text{ t/ha}$$

$$D_3 = z_3 \frac{s}{\sqrt{r}} = 3,23 \frac{\sqrt{286,11}}{\sqrt{4}} = 27,3 \text{ t/ha} \quad z_3: 3 \text{ médias} \times 12 \text{ g.l. Resíduo} = 3,23 (5\%).$$

Como  $\hat{Y}_4 > D_3$ , concluímos que  $m_4 \neq m_1$ .

d) Para o contraste que abrange 2 médias:

$$\hat{Y}_5 = \hat{m}_5 - \hat{m}_1 = 24,4 \text{ t/ha}$$

$$D_2 = z_2 \frac{s}{\sqrt{r}} = 3,08 \frac{\sqrt{286,11}}{\sqrt{4}} = 26,0 \text{ t/ha} \quad z_2: 2 \text{ médias} \times 12 \text{ g.l. Resíduo} = 3,08 (5\%).$$

Como  $\hat{Y}_5 < D_2$ , concluímos que  $m_5 = m_1$ . Neste caso, devemos unir  $m_5$  a  $m_1$  por uma barra contínua.

**Representação:**

|             |   |            |    |
|-------------|---|------------|----|
| $\hat{m}_3$ | = | 139,7 t/ha | a  |
| $\hat{m}_2$ | = | 137,2 t/ha | a  |
| $\hat{m}_4$ | = | 129,8 t/ha | a  |
| $\hat{m}_5$ | = | 124,6 t/ha | ab |
| $\hat{m}_1$ | = | 100,2 t/ha | b  |

Médias seguidas de uma mesma letra não diferem pelo teste de Duncan ( $P > 0,05$ ).

Pelo teste de Duncan, verificamos que houve diferença significativa entre as médias:  $m_3$  e  $m_1$ ;  $m_2$  e  $m_1$ ; e  $m_4$  e  $m_1$ .

Pelo teste de Tukey, foi detectada diferença significativa, somente, entre as médias  $m_3$  e  $m_1$ .

Verifica-se, dessa forma, que o teste de Duncan é menos rigoroso que o teste de Tukey, já que ele mostra como significativas diferenças que não são significativas pelo teste de Tukey.

**2.3.5. Teste de Student-Newman-Keuls (S-N-K)**

É um teste aplicado da mesma forma que o teste de Duncan, com a diferença que, ao calcularmos a amplitude total mínima significativa do teste,  $W_p$ , utilizamos os valores da tabela de Tukey, em vez de utilizarmos os valores da tabela de Duncan.

Então, o teste de Student-Newman-Keuls é um teste intermediário entre o teste de Tukey (mais rigoroso) e o teste de Duncan (menos rigoroso).

Na aplicação do teste, o valor da amplitude total mínima significativa ( $W_p$ ), para um contraste que abrange I médias, é calculado por:

$$W_I = q \frac{s}{\sqrt{r}}$$

em que:

$q$  – é o valor obtido na tabela de Tukey, em função do **número de médias abrangidas pelo contraste** (na horizontal) e do **número de graus liberdade do resíduo** (na vertical),

$$s = \sqrt{Q.M. \text{ Resíduo}}$$

$r$  = número de repetições com que foram calculadas as médias.

**Exemplo de aplicação do teste de Student-Newman-Keuls**

Vamos utilizar os dados do exemplo já visto para os testes anteriores.

As médias dos tratamentos, em ordem decrescente são:

|              |                                  |
|--------------|----------------------------------|
| 3 – CB 40/69 | $\hat{m}_3 = 139,7 \text{ t/ha}$ |
| 2 – CB 40/19 | $\hat{m}_2 = 137,2 \text{ t/ha}$ |
| 4 – CB 41/70 | $\hat{m}_4 = 129,8 \text{ t/ha}$ |
| 5 – CB 41/76 | $\hat{m}_5 = 124,6 \text{ t/ha}$ |
| 1 – Co 413   | $\hat{m}_1 = 100,2 \text{ t/ha}$ |

a) Para o contraste que abrange 5 médias:

$$\hat{Y}_1 = \hat{m}_3 - \hat{m}_1 = 39,5 \text{ t/ha}$$

$$W_5 = q \frac{s}{\sqrt{r}} = 4,51 \frac{\sqrt{286,11}}{\sqrt{4}} = 38,1 \text{ t/ha} \quad q: 5 \text{ médias} \times 12 \text{ g.l. Resíduo} = 4,51 (5\%).$$

Como  $\hat{Y}_1 > W_5$ , concluímos que  $m_3 \neq m_1$ .

b) Para contrastes que abrangem 4 médias:

$$\hat{Y}_2 = \hat{m}_3 - \hat{m}_5 = 15,1 \text{ t/ha}$$

$$\hat{Y}_3 = \hat{m}_2 - \hat{m}_1 = 37,0 \text{ t/ha}$$

$$W_4 = q \frac{s}{\sqrt{r}} = 4,20 \frac{\sqrt{286,11}}{\sqrt{4}} = 35,5 \text{ t/ha} \quad q: 4 \text{ médias} \times 12 \text{ g.l. Resíduo} = 4,20 (5\%).$$

Como  $\hat{Y}_2 < W_4$ , concluímos que  $m_3 = m_5$ . Neste caso, devemos unir  $m_3$  a  $m_5$  por uma barra contínua, e nenhuma outra comparação deve ser feita com duas médias dentro dessa barra.

Como  $\hat{Y}_3 > W_4$ , concluímos que  $m_2 \neq m_1$ .

c) Para o contraste que abrange 3 médias:

$$\hat{Y}_4 = \hat{m}_4 - \hat{m}_1 = 29,6 \text{ t/ha}$$

$$W_3 = q \frac{s}{\sqrt{r}} = 3,77 \frac{\sqrt{286,11}}{\sqrt{4}} = 31,9 \text{ t/ha} \quad q: 3 \text{ médias} \times 12 \text{ g.l. Resíduo} = 3,77 (5\%).$$

Como  $\hat{Y}_4 < W_3$ , concluímos que  $m_4 = m_1$ . Neste caso, devemos unir  $m_4$  a  $m_1$  por uma barra contínua, e nenhuma outra comparação deve ser feita com duas médias dentro dessa barra.

Então, não há mais nenhum contraste que possa ser testado.

O resultado final do teste de Student-Newman-Keuls, para o exemplo, é apresentado a seguir, no qual médias seguidas de uma mesma letra não diferem:

|             |   |            |  |           |
|-------------|---|------------|--|-----------|
| $\hat{m}_3$ | = | 139,7 t/ha |  | <b>a</b>  |
| $\hat{m}_2$ | = | 137,2 t/ha |  | <b>a</b>  |
| $\hat{m}_4$ | = | 129,8 t/ha |  | <b>ab</b> |
| $\hat{m}_5$ | = | 124,6 t/ha |  | <b>ab</b> |
| $\hat{m}_1$ | = | 100,2 t/ha |  | <b>b</b>  |

Verificamos, pelo teste de Student-Newman-Keuls, que existem diferenças significativas entre as médias:  $m_3$  e  $m_1$  e entre  $m_2$  e  $m_1$ .

Pelo teste de Duncan, verificamos que houve diferença significativa entre as médias:  $m_3$  e  $m_1$ ;  $m_2$  e  $m_1$  e entre  $m_4$  e  $m_1$ .

Pelo teste de Tukey, foi detectada diferença significativa, somente, entre as médias  $m_3$  e  $m_1$ .

Dessa forma, confirmamos que o teste de Student-Newman-Keuls é um teste intermediário entre o teste de Tukey (mais rigoroso) e o teste de Duncan (menos rigoroso).

### 2.3.6. Teste de Dunnett

Este teste é utilizado quando as únicas comparações que interessam ao experimentador são aquelas entre um determinado tratamento padrão (geralmente o **Controle** ou **Testemunha**) e cada um dos demais tratamentos.

Assim, um experimento com I tratamentos (um dos quais o tratamento padrão) permite a aplicação do teste a (I - 1) comparações.

#### Aplicação do teste de Dunnett:

a) Calcular o valor do teste, representado por **d**, dado por:

$$d = t_d s(\hat{Y})$$

em que:

$t_d$  - é o valor obtido na tabela, para uso no teste de Dunnett, em função do **número de graus de liberdade de tratamentos** (na horizontal) e do **número de graus de liberdade do resíduo** (na vertical).

$$s(\hat{Y}) = \sqrt{\hat{V}(\hat{Y})} \quad \text{sendo:} \quad \hat{V}(\hat{Y}) = 2 \frac{s^2}{r} \quad \text{e} \quad r = \text{número de repetições.}$$

b) Calcular as estimativas dos contrastes:

$$\hat{Y}_1 = \hat{m}_1 - \hat{m}_{\text{CONTROLE}}$$

$$\hat{Y}_2 = \hat{m}_2 - \hat{m}_{\text{CONTROLE}}$$

...

$$\hat{Y}_{(I-1)} = \hat{m}_{(I-1)} - \hat{m}_{\text{CONTROLE}}$$

c) Comparar cada estimativa de contraste, em valor absoluto, com **d**:

- Se  $|\hat{Y}| \geq d$ , o teste é significativo, indicando que a média do Controle difere significativamente da média do tratamento com ele comparado.

- Se  $|\hat{Y}| < d$ , o teste não é significativo, indicando que a média do Controle não difere significativamente da média do tratamento com ele comparado.

d) Indicar a significância do teste no valor da estimativa do contraste ( $\hat{Y}$ ).

#### Exemplo de aplicação do teste de Dunnett

Para o exemplo que estamos utilizando, vamos considerar a variedade Co 413 como tratamento Controle. Então, devemos comparar sua média com cada uma das médias das demais variedades.

a) Cálculo do valor de **d**:

$$d = t_d s(\hat{Y}) \quad t_d \text{ da tabela, para 4 g.l. de tratamentos x 12 g.l. resíduo} = 2,81 (5\%).$$

$$\hat{V}(\hat{Y}) = 2 \frac{s^2}{r} = 2 \frac{286,11}{4} = 143,06$$

$$s(\hat{Y}) = \sqrt{\hat{V}(\hat{Y})} = \sqrt{143,06} = 12,0 \text{ t/ha}$$

$$d = 2,81 \times 12,0 = 33,7 \text{ t/ha}$$

b) Cálculo das estimativas dos contrastes:

$$\hat{Y}_1 = \hat{m}_2 - \hat{m}_1 = 37,0 * \text{ t / ha}$$

$$\hat{Y}_2 = \hat{m}_3 - \hat{m}_1 = 39,5 * \text{ t / ha}$$

$$\hat{Y}_3 = \hat{m}_4 - \hat{m}_1 = 29,6^{NS} \text{ t / ha}$$

$$\hat{Y}_4 = \hat{m}_5 - \hat{m}_1 = 24,4^{NS} \text{ t / ha}$$

ou:

|             | $\hat{m}_2$ | $\hat{m}_3$ | $\hat{m}_4$        | $\hat{m}_5$        |
|-------------|-------------|-------------|--------------------|--------------------|
| $\hat{m}_1$ | 37,0*       | 39,5*       | 29,6 <sup>NS</sup> | 24,4 <sup>NS</sup> |

Verificamos que, pelo teste de Dunnett (5%), a média da variedade 1 difere significativamente das médias das variedades 2 e 3, mas não difere significativamente das médias das variedades 4 e 5.

### 2.3.7. Teste de Scheffé

Este teste pode ser usado para testar qualquer contraste entre médias de tratamentos. No entanto, como se trata de um teste muito rigoroso, normalmente, ele é mais utilizado para testar contrastes que apresentam mais de duas médias, isto é, comparam médias de grupos de tratamentos.

Para sua aplicação correta, exige apenas que o teste F da análise de variância para Tratamentos seja significativo, pois quando o teste F é significativo, isso indica que devemos ter, pelo menos, um contraste de médias de tratamentos que seja significativo. Isso não implica que o contraste significativo tenha que ser um contraste entre duas médias.

#### Aplicação do teste de Scheffé:

Seja um contraste qualquer:

$$Y = c_1 m_1 + c_2 m_2 + \dots + c_I m_I$$

em que as médias foram todas calculadas com  $r$  repetições.

a) Calcular a estimativa do contraste -  $\hat{Y}$

$$\hat{Y} = c_1 \hat{m}_1 + c_2 \hat{m}_2 + \dots + c_I \hat{m}_I$$

b) Calcular a estimativa de variância da estimativa do contraste -  $\hat{V}(\hat{Y})$

$$\hat{V}(\hat{Y}) = (c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_I^2) \frac{s^2}{r}$$

c) Calcular o valor do teste,  $S$ , por:

$$S = \sqrt{(I - 1) F \hat{V}(\hat{Y})}$$

em que:

$I - 1$  = número de graus de liberdade de tratamentos,

$F$  = valor da tabela, em função do **número de graus de liberdade de tratamentos** e do **número de graus de liberdade do resíduo**.

d) Comparar a estimativa do contraste (em valor absoluto) com  $S$ :

- Se  $|\hat{Y}| \geq S$ , o teste é significativo, rejeitamos  $H_0$  para  $Y$ , e concluímos que as médias dos dois tratamentos (ou dos dois grupos) de  $Y$  diferem significativamente.

- Se  $|\hat{Y}| < S$ , o teste não é significativo, não rejeitamos  $H_0$  para  $Y$ , e concluímos que as médias dos dois tratamentos (ou dos dois grupos) de  $Y$  não diferem significativamente.

e) Indicar a significância do teste no valor da estimativa do contraste ( $\hat{Y}$ ).

### Exemplo de aplicação do teste de Scheffé

Vamos exemplificar o teste de Scheffé, com os dois contrastes seguintes:

$$1 - Y_1 = 4m_1 - m_2 - m_3 - m_4 - m_5 \quad (\text{Co vs CB})$$

$$2 - Y_2 = m_3 - m_1 \quad (\text{CB 40/69 vs Co 413}).$$

#### 1 - Co vs CB

$$H_0 : m_1 = \frac{m_2 + m_3 + m_4 + m_5}{4} \quad \text{vs} \quad H_1 : m_1 \neq \frac{m_2 + m_3 + m_4 + m_5}{4}$$

$$\text{ou} \quad H_0 : Y_1 = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : Y_1 \neq 0$$

$$\hat{Y}_1 = 4\hat{m}_1 - \hat{m}_2 - \hat{m}_3 - \hat{m}_4 - \hat{m}_5 = 4(100,2) - 137,2 - 139,7 - 129,8 - 124,6 = -130,5^{\text{NS}} \text{ t/ha}$$

$$\hat{V}(\hat{Y}_1) = (c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + c_4^2 + c_5^2) \frac{s^2}{r} = [4^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2] \frac{\text{Q.M. Res}}{4}$$

$$\hat{V}(\hat{Y}_1) = 20 \frac{286,11}{4} = 1.430,55$$

$$S = \sqrt{(I-1) F \hat{V}(\hat{Y})} \quad F \text{ da tabela} - 4 \text{ g.l. Trat.} \times 12 \text{ g.l. Resíduo} = 3,26 (5\%).$$

$$S = \sqrt{4 \times 3,26 \times 1.430,55} = 136,6 \text{ t/ha}$$

#### Conclusão:

Como  $|\hat{Y}_1| < S$ , o teste não é significativo no nível de 5% de probabilidade. Não rejeitamos

$H_0$  para  $Y_1$ . A média das variedades CB ( $\frac{m_2 + m_3 + m_4 + m_5}{4}$ ) não difere da média da variedade

Co ( $m_1$ ).

Verifica-se que este mesmo contraste foi significativo (no nível de 1% de probabilidade) pelo teste t de Student, mas não foi significativo no nível de 5% de probabilidade para o teste de Scheffé.

#### 2 - CB 40/69 vs Co 413

$$H_0 : m_3 = m_1 \quad \text{vs} \quad H_1 : m_3 \neq m_1$$

$$\text{ou} \quad H_0 : Y_2 = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : Y_2 \neq 0$$

$$\hat{Y}_2 = \hat{m}_3 - \hat{m}_1 = 139,7 - 100,2 = 39,5^{\text{NS}} \text{ t/ha}$$

$$\hat{V}(\hat{Y}_2) = (c_3^2 + c_1^2) \frac{s^2}{r} = [(1)^2 + (-1)^2] \frac{286,11}{4} = 143,06$$

$$S = \sqrt{4 \times 3,26 \times 143,06} = 43,2 \text{ t/ha}$$

**Conclusão:**

Como  $|\hat{Y}_2| < S$ , o teste não é significativo no nível de 5% de probabilidade. Não rejeitamos  $H_0$  para  $Y_2$ . A média da variedade CB 40/69 ( $m_3$ ) não difere da média da variedade Co ( $m_1$ ).

Verifica-se que este mesmo contraste foi significativo (no nível de 5% de probabilidade) pelo teste de Tukey, teste de Duncan, teste de Student-Newman-Keuls e teste de Dunnett, mas não foi significativo (no nível de 5% de probabilidade) pelo teste de Scheffé.

Ainda, o valor de  $S$  (43,2 t/ha) serve para testar qualquer contraste entre duas médias, pelo teste de Scheffé. Isso mostra que, neste experimento, nenhum contraste entre duas médias é significativo pelo teste de Scheffé (a maior diferença entre elas é de 39,5 t/ha), confirmando que o teste de Scheffé é o mais rigoroso dos testes estudados.

**2.3.8. Uso dos testes de comparação de médias no cálculo de intervalos de confiança**

Num experimento, consideremos uma estimativa  $\hat{Y}$  de um contraste  $Y$ , e seja  $s(\hat{Y})$  seu erro padrão, com  $n'$  graus de liberdade do Resíduo. Considerando que o valor de  $t$  da tabela a 5% de probabilidade para  $n'$  graus de liberdade é  $t_\alpha$ , então há uma probabilidade de 95% de que tenhamos:

$$\hat{Y} - t_\alpha s(\hat{Y}) \leq Y \leq \hat{Y} + t_\alpha s(\hat{Y})$$

isto é, há 95% de probabilidade de que o intervalo de confiança de extremos:  $\hat{Y} - t_\alpha s(\hat{Y})$  e  $\hat{Y} + t_\alpha s(\hat{Y})$  inclua o verdadeiro valor do contraste,  $Y$ .

Por exemplo, considerando o contraste  $Y = m_4 - m_1$ , do experimento que estamos utilizando, temos:

$$\hat{Y} = \hat{m}_4 - \hat{m}_1 = 129,8 - 100,2 = 29,6 \text{ t/ha}$$

$$\hat{V}(\hat{Y}) = 2 \frac{s^2}{r} = 2 \frac{286,11}{4} = 143,06$$

$$s(\hat{Y}) = \sqrt{\hat{V}(\hat{Y})} = \sqrt{143,06} = 12,0 \text{ t/ha}$$

$$t_\alpha \text{ para 12 g.l. Resíduo: } \{5\% = 2,18 \quad 1\% = 3,06\}.$$

Então:

$$\hat{Y} - t_\alpha s(\hat{Y}) = 29,6 - 2,18 (12,0) = 3,4 \text{ t/ha}$$

$$\hat{Y} + t_\alpha s(\hat{Y}) = 29,6 + 2,18 (12,0) = 55,8 \text{ t/ha}$$

e  $3,4 \leq Y \leq 55,8$

Dizemos que há 95% de probabilidade de que o intervalo de confiança com extremos: 3,4 t/ha (limite inferior) e 55,8 t/ha (limite superior) inclua o verdadeiro valor do contraste,  $Y$ .

Verificamos que o intervalo de confiança determinado para  $Y$  não inclui o **zero**, o que significa que  $Y$  difere de zero e, portanto,  $m_4$  difere significativamente de  $m_1$ , pelo teste  $t$ , no nível de 5% de probabilidade.

O intervalo de confiança de  $Y$ , para 99% de probabilidade, será:

$$29,6 - 3,06 (12,0) \leq Y \leq 29,6 + 3,06 (12,0)$$

e  $-7,1 \leq Y \leq 66,3$

Dizemos que há 99% de probabilidade de que o intervalo de confiança com extremos: - 7,1 t/ha (limite inferior) e 66,3 t/ha (limite superior) inclua o verdadeiro valor do contraste,  $Y$ . Neste caso, o intervalo de confiança inclui o zero, o que significa que  $Y$  não é significativo no nível de 1% de probabilidade, pelo teste  $t$ .

Qualquer outro teste de comparação de médias poderia ser utilizado para determinar o intervalo de confiança.

Por exemplo, no caso do teste de Tukey, os extremos do intervalo seriam:

$$\hat{Y} - q \frac{s}{\sqrt{r}} \text{ e } \hat{Y} + q \frac{s}{\sqrt{r}}.$$

Logo:

$$\hat{Y} - \Delta \leq Y \leq \hat{Y} + \Delta$$

Para o contraste:  $Y = m_4 - m_1$ , o intervalo de confiança pelo teste de Tukey, no nível de 5% de probabilidade, seria:

$$29,6 - 38,1 \leq Y \leq 29,6 + 38,1$$

e  $-8,5 \leq Y \leq 67,7$

Então, pelo teste de Tukey, há 95% de probabilidade, de que o intervalo de extremos: - 8,5 t/ha (limite inferior) e 67,7 t/ha (limite superior) inclua o verdadeiro valor do contraste,  $Y$ .

Verificamos que o intervalo de confiança determinado pelo teste de Tukey é mais amplo que o determinado pelo teste  $t$ .

Verificamos, também, que o intervalo de confiança determinado pelo teste de Tukey para o contraste  $Y = m_4 - m_1$  inclui o zero, o que significa que  $m_4$  não difere de  $m_1$ , no nível de 5% de probabilidade.

No caso de termos não um contraste, mas apenas uma média  $m_i$ , podemos obter um intervalo de confiança para a média, com extremos:  $\hat{m}_i - t_\alpha s(\hat{m}_i)$  e  $\hat{m}_i + t_\alpha s(\hat{m}_i)$ .

Por exemplo, se considerarmos a média  $\hat{m}_1 = 100,2$  t/ha, temos que:

$$s(\hat{m}_1) = \frac{s}{\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{286,11}}{\sqrt{4}} = 8,5 \text{ t/ha}, \quad t_\alpha \text{ para 12 g.l. Resíduo} = 2,18 (5\%)$$

Então:

$$100,2 - 2,18 (8,5) \leq m_1 \leq 100,2 + 2,18 (8,5)$$

ou  $81,7 \leq m_1 \leq 118,7$

Portanto, existe 95% de probabilidade de que o intervalo compreendido entre os extremos 81,7 t/ha (limite inferior) e 118,7 t/ha (limite superior) contenha o verdadeiro valor da média do tratamento 1 ( $m_1$ ).

Para outros níveis de probabilidade, só mudariam os valores da tabela.

### 2.3.9. Obtenção de valores não encontrados diretamente nas tabelas

Muitas vezes as tabelas dos testes de significância não nos fornecem diretamente os valores que necessitamos. Assim, por exemplo, num experimento em blocos casualizados, com 10 tratamentos e 5 blocos, o esquema de análise de variância seria:

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. |
|-------------------|-----|
| Tratamentos       | 9   |
| Blocos            | 4   |
| Resíduo           | 36  |
| Total             | 49  |

Para obtermos os valores de F da tabela, deveríamos procurar para:

- Tratamentos: 9 x 36 g.l.
- Blocos: 4 x 36 g.l.

As Tabelas 1 e 2 não nos fornecem diretamente os valores que necessitamos. Para obtê-los, vamos exemplificar com o valor de F da tabela no nível de 5% de probabilidade, para Tratamentos.

A Tabela 1 nos fornece, para 9 x 30 g.l., o valor 2,21. Para 9 x 40 g.l. o valor fornecido é 2,12.

Então, para um acréscimo de 10 g.l. (40 - 30), ocorre uma diminuição de 0,09 (2,21 - 2,12) no valor da tabela. Para um acréscimo de 6 g.l. (36 - 30) a diminuição será de  $x$ .

Podemos montar uma regra de três:

|         |   |      |
|---------|---|------|
| 10 g.l. | → | 0,09 |
| 6 g.l.  | → | $x$  |

$$x = \frac{6 \times 0,09}{10} = 0,05$$

Logo, o valor da tabela, para 9 x 36 g.l., será de  $2,21 - 0,05 = 2,16$ .

Os valores procurados serão:

|                            |            |            |
|----------------------------|------------|------------|
| Tratamentos - 9 x 36 g.l.: | {5% = 2,16 | 1% = 2,96} |
| Blocos - 4 x 36 g.l.:      | {5% = 2,64 | 1% = 3,91} |

Vamos agora supor que necessitamos obter o valor de F da tabela, para 5 x 150 g.l., no nível de 5% de probabilidade.

A Tabela 1 nos fornece os valores para 5 x 120 g.l. (2,29) e para 5 x  $\infty$  g.l. (2,21). Neste caso, não é possível calcular a diferença entre 120 e  $\infty$ . Então, devemos utilizar a interpolação harmônica, da forma seguinte:

|                                                    |   |             |
|----------------------------------------------------|---|-------------|
| $\frac{1}{120} - \frac{1}{\infty} = \frac{1}{120}$ | → | 2,29 - 2,21 |
| $\frac{1}{120} - \frac{1}{150} = \frac{1}{600}$    | → | x           |
| $\frac{1}{120}$                                    | → | 0,08        |
| $\frac{1}{600}$                                    | → | x           |

$$x = \frac{\frac{1}{600} \times 0,08}{\frac{1}{120}} = 0,02$$

Logo, o valor da tabela, para 5 x 150 g.l. será de  $2,29 - 0,02 = 2,27$ .

Os procedimentos mostrados valem para todas as tabelas dos testes de significância.



### 3. DELINEAMENTO INTEIRAMENTE CASUALIZADO

#### 3.1. Introdução

O delineamento inteiramente casualizado é o mais simples de todos os delineamentos experimentais, e os experimentos instalados de acordo com este delineamento são denominados **experimentos inteiramente casualizados** ou **experimentos inteiramente ao acaso**.

Este delineamento apresenta as seguintes **características**:

- a) utiliza apenas os princípios da repetição e da casualização, deixando de lado o princípio do controle local, e, portanto, as repetições não são organizadas em blocos;
- b) os tratamentos são designados às parcelas de forma inteiramente casual, com números iguais ou diferentes de repetições por tratamento.

Para a instalação desses experimentos no campo, devemos ter certeza da **homogeneidade** das condições ambientais e do material experimental.

Freqüentemente, este delineamento experimental é mais utilizado em experimentos de laboratório e nos ensaios com vasos, realizados dentro de casas de vegetação, nos quais as condições experimentais podem ser perfeitamente controladas. Nos experimentos realizados com vasos, estes devem ser constantemente mudados de posição, de forma inteiramente casual, para evitar influências externas sempre sobre os mesmos vasos.

O delineamento inteiramente casualizado apresenta, em relação aos outros delineamentos, as seguintes **vantagens**:

- a) é um delineamento bastante flexível, visto que o número de tratamentos e de repetições depende apenas do número de parcelas disponíveis;
- b) o número de repetições pode ser diferente de um tratamento para outro, embora o ideal seja que eles se apresentem igualmente repetidos;
- c) a análise estatística é simples, mesmo quando o número de repetições por tratamento é variável;
- d) o número de graus de liberdade para o resíduo é o maior possível.

Em relação aos outros delineamentos experimentais, este apresenta as seguintes **desvantagens**:

- a) exige homogeneidade total das condições experimentais;
- b) pode conduzir a uma estimativa de variância residual bastante alta, uma vez que, não se utilizando do princípio do controle local, todas as variações, exceto as devidas a tratamentos, são consideradas como variação do acaso

Neste delineamento, as parcelas que receberão cada um dos tratamentos são determinadas de forma inteiramente casual, por meio de um sorteio, para que cada unidade experimental tenha a mesma probabilidade de receber qualquer um dos tratamentos estudados, sem nenhuma restrição na casualização.

Assim, por exemplo, consideremos que estamos planejando um experimento de competição de inseticidas para o controle da mosca-branca-do-feijoeiro, com 5 tratamentos (4 inseticidas e uma testemunha), representados por A, B, C, D e E, com 5 repetições, no delineamento inteiramente casualizado. Para procedermos à casualização dos tratamentos, devemos numerar as parcelas de 1 a 25 e colocar as repetições de cada tratamento em seqüência:

A<sub>1</sub> A<sub>2</sub> A<sub>3</sub> A<sub>4</sub> A<sub>5</sub>    B<sub>1</sub> B<sub>2</sub> B<sub>3</sub> B<sub>4</sub> B<sub>5</sub>    C<sub>1</sub> C<sub>2</sub> C<sub>3</sub> C<sub>4</sub> C<sub>5</sub>    D<sub>1</sub> D<sub>2</sub> D<sub>3</sub> D<sub>4</sub> D<sub>5</sub>    E<sub>1</sub> E<sub>2</sub> E<sub>3</sub> E<sub>4</sub> E<sub>5</sub>

e, a seguir, pelo uso de uma tabela de números aleatórios ou de fichas numeradas, sortearmos uma seqüência de números de 1 a 25, por exemplo:

15 7 14 4 12    23 20 13 11 25    19 2 1 22 21    6 16 24 8 3    18 10 9 5 17

Finalmente, montamos o esquema de disposição do experimento no campo, como mostra a Figura 3.1.1.

|                |                |                |                |                |                |                |                |                |                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1              | 2              | 3              | 4              | 5              | 6              | 7              | 8              | 9              | 10             | 11             | 12             | 13             |
| C <sub>3</sub> | C <sub>2</sub> | D <sub>5</sub> | A <sub>4</sub> | E <sub>4</sub> | D <sub>1</sub> | A <sub>2</sub> | D <sub>4</sub> | E <sub>3</sub> | E <sub>2</sub> | B <sub>4</sub> | A <sub>5</sub> | B <sub>3</sub> |

|                |                |                |                |                |                |                |                |                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 14             | 15             | 16             | 17             | 18             | 19             | 20             | 21             | 22             | 23             | 24             | 25             |
| A <sub>3</sub> | A <sub>1</sub> | D <sub>2</sub> | E <sub>5</sub> | E <sub>1</sub> | C <sub>1</sub> | B <sub>2</sub> | C <sub>5</sub> | C <sub>4</sub> | B <sub>1</sub> | D <sub>3</sub> | B <sub>5</sub> |

FIGURA 3.1.1 – Disposição do experimento inteiramente casualizado no campo.

### 3.2. Modelo matemático do delineamento e hipóteses básicas para a validade da análise de variância

Todo delineamento experimental possui um modelo matemático, e, para podermos efetuar a análise de variância de um experimento em um dado delineamento, devemos considerar seu modelo matemático e aceitar algumas hipóteses básicas necessárias para a validade da **análise de variância**.

Para o delineamento inteiramente casualizado o **modelo matemático** é:

$$x_{ij} = m + t_i + e_{ij} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, 3, \dots, I \\ j = 1, 2, 3, \dots, J \end{array}$$

em que:  $x_{ij}$  = valor observado na parcela que recebeu o tratamento  $i$  na repetição  $j$ ;

$m$  = média da população;

$t_i$  = efeito do tratamento  $i$  aplicado na parcela;

$e_{ij}$  = efeito dos fatores não controlados na parcela.

As hipóteses básicas que devemos admitir para a validade da análise de variância são:

**a) Aditividade:** os efeitos dos fatores que ocorrem no modelo matemático devem ser aditivos.

**b) Independência:** os erros ou desvios  $e_{ij}$  devidos aos efeitos de fatores não controlados devem ser **independentes**. Isso implica que os efeitos de tratamentos sejam independentes, que não haja correlação entre eles. Isso pode não ocorrer quando os tratamentos são níveis crescentes de adubos, inseticidas, fungicidas, herbicidas etc., ocasião em que a análise de variância deve ser feita estudando-se a regressão.

**c) Homogeneidade de variâncias:** os erros ou desvios  $e_{ij}$  devidos aos efeitos de fatores não controlados devem possuir uma variância comum  $\sigma^2$ . Isso significa que a variabilidade das repetições de um tratamento deve ser semelhante à dos outros tratamentos, isto é, os tratamentos devem possuir variâncias homogêneas.

**d) Normalidade:** os erros ou desvios  $e_{ij}$  devidos aos efeitos de fatores não controlados devem possuir uma distribuição normal de probabilidades. Isso implica que os dados experimentais se ajustem a uma distribuição normal de probabilidades. A função densidade de probabilidade da distribuição normal é:

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

em que  $\mu$  e  $\sigma$  são a média e o desvio padrão da população, e  $\pi$  é a constante 3,141592...

Com relativa frequência, constata-se que uma ou mais dessas hipóteses básicas não se verifica, e, então, antes de se proceder à análise de variância, os dados experimentais devem ser transformados, de tal forma que as suposições básicas sejam satisfeitas.

Um dos casos mais freqüentes de não satisfação das hipóteses básicas é aquele em que não existe homogeneidade de variâncias, ou seja, as variâncias não são da mesma ordem de grandeza nos diferentes tratamentos. Isso caracteriza o que denominamos **heterogeneidade dos erros**, que pode ser de dois tipos:

**1 – Heterogeneidade irregular:** ocorre quando certos tratamentos apresentam maior variabilidade que outros, como nos experimentos com inseticidas, nos quais é considerado um grupo de parcelas não tratadas (testemunha). De um modo geral, verificamos que os números de insetos vivos nas parcelas tratadas são menores e mais homogêneos que os da testemunha, que apresentam maior variabilidade.

**2 – Heterogeneidade regular:** ocorre devido à falta de normalidade dos dados experimentais, existindo, freqüentemente, certa relação entre a média e a variância dos diversos tratamentos testados. Se a distribuição de probabilidade dos dados for conhecida, a relação  $\hat{m}/s^2$  dos tratamentos também o será, e os dados poderão ser transformados de forma que passem a ter uma distribuição aproximadamente normal e as médias e variâncias se tornem independentes, permitindo estruturar a análise de variância.

Um dos testes mais utilizados para verificação da homogeneidade de variâncias é o **Teste de Hartley** ou **teste da razão máxima** ou ainda **teste do F máximo**.

Consideremos um conjunto com I grupos, cada um com J dados, para os quais desejamos testar a homogeneidade de variâncias. Para tanto, calculamos as estimativas de variância  $s_i^2$  dos diferentes grupos e a estatística

$$H_c = \frac{s_{\max}^2}{s_{\min}^2} \quad \begin{array}{l} s_{\max}^2 - \text{maior variância} \\ s_{\min}^2 - \text{menor variância} \end{array}$$

e comparamos seu valor com os valores críticos de  $H_{(I, J-1)\alpha}$ .

Se  $H_c \geq H_{(I, J-1)\alpha}$ , rejeitamos a hipótese de homogeneidade de variâncias entre os grupos.

Se os grupos não possuírem o mesmo número de dados e esses números forem semelhantes, podemos utilizar

$$J = \frac{\sum_{i=1}^I r_i}{I} \quad \text{em que } r_i \text{ é o número de repetições do grupo } i.$$

Este teste é mais eficiente para  $I \leq 12$  e todos os grupos com o mesmo número de dados.

Além deste, existem outros testes para a verificação da homogeneidade de variâncias, como o **teste de Cochran**, o **teste de Bartlett** e o **teste de Levene**, porém o de Hartley é de aplicação mais simples.

**EXEMPLO 3.1** – Num experimento visando ao controle do pulgão (*Aphis gossypii* Glover) em cultura de pepino, Macedo (1970) utilizou 6 repetições dos tratamentos:

- A – Testemunha
- B – Azinfós etílico
- C – Supracid 40CE dose 1
- D – Supracid 40CE dose 2
- E – Diazinon 60CE.

O delineamento experimental adotado foi o inteiramente casualizado, e os dados obtidos, referentes ao número de pulgões coletados 36 horas após a pulverização, são apresentados no Quadro 3.2.1.

**QUADRO 3.2.1** – Números de pulgões coletados 36 horas após a pulverização.

| TRATAMENTOS | REPETIÇÕES |       |       |       |       |       | $s^2$   |
|-------------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|
|             | 1          | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     |         |
| A           | 2.370      | 1.687 | 2.592 | 2.283 | 2.910 | 3.020 | 233.750 |
| B           | 1.282      | 1.527 | 871   | 1.025 | 825   | 920   | 75.559  |
| C           | 562        | 321   | 636   | 317   | 485   | 842   | 40.126  |
| D           | 173        | 127   | 132   | 150   | 129   | 227   | 1.502   |
| E           | 193        | 71    | 82    | 62    | 96    | 44    | 2.792   |

Pelo quadro, vemos que as variâncias parecem não ser homogêneas e, para verificar a hipótese da homogeneidade de variâncias, aplicamos o teste de Hartley:

$$H_c = \frac{s_{\max}^2}{s_{\min}^2} = \frac{233.750}{1.502} = 155,63^{**}$$

Nas Tabelas 7 e 8, para 5 grupos e 5 graus de liberdade, obtemos  $H_{5\%} = 16,30$  e  $H_{1\%} = 33,0$ . Como  $H_c$  foi maior que o valor da tabela no nível de 1%, rejeitamos a hipótese de homogeneidade de variâncias e concluímos que os dados experimentais não apresentam variâncias homogêneas.

Constatada a heterogeneidade de variâncias, devemos verificar se ela é regular ou irregular.

Se a heterogeneidade for regular, devemos buscar uma transformação tal que os dados passem a apresentar uma distribuição aproximadamente normal. As transformações mais utilizadas são:

**a) Transformação de raiz quadrada** -  $\sqrt{x}$  : freqüentemente utilizada para dados de contagens, que geralmente seguem a distribuição de Poisson, na qual a média é igual à variância. Exemplos: número de plantas daninhas por parcela, número de insetos capturados em armadilhas luminosas, número de pulgões ou ácaros por folha etc. Quando ocorrem zeros ou valores baixos (menores que 10 ou 15), as transformações recomendadas são  $\sqrt{x + 0,5}$  ou  $\sqrt{x + 1,0}$ . A função densidade de probabilidade de Poisson é:

$$P(x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$$

em que  $\mu$  é a média da população.

**b) Transformação angular** -  $\arcsen \sqrt{\frac{x}{100}}$  : recomendável para dados expressos em porcentagens, que geralmente seguem a distribuição binomial. Existem tabelas apropriadas para

essa transformação, nas quais entramos diretamente com a porcentagem  $x$  e obtemos  $\text{arc sen } \sqrt{\frac{x}{100}}$ .

A função densidade da distribuição binomial é:

$$P(x) = C_n^x p^x q^{n-x}$$

em que  $C_n^x$  é o número de combinações,  $p$  é a probabilidade favorável à ocorrência do evento,  $q$  é a probabilidade contrária à ocorrência do evento, e  $n$  é o número de observações.

Se as porcentagens estiverem todas na faixa de 30% a 70%, torna-se desnecessária a transformação, e podemos analisar diretamente os dados originais.

A transformação também é desnecessária quando as porcentagens são resultantes da divisão dos valores observados nas parcelas por um valor constante, como, por exemplo, a média do tratamento testemunha ou quando são representativas de concentração, como teor de  $N$  na folha, pureza da semente, teor de proteína do trigo, teor de sacarose da cana-de-açúcar etc.

Devem ser transformados os dados de porcentagem provenientes de dados discretos num total de casos, como, por exemplo, porcentagem de germinação (número de sementes germinadas/número total de sementes), porcentagem de plantas doentes (número de plantas doentes/número de plantas consideradas) etc.

**c) Transformação logarítmica –  $\log x$  ou  $\ln x$ :** utilizada quando é constatada certa proporcionalidade entre as médias e os desvios padrões dos diversos tratamentos.

Consideremos, por exemplo, o caso de contagens de insetos: se a população é numerosa, as contagens serão altas tanto para a testemunha como para os tratamentos não eficientes (por exemplo, variação de 1.000 a 10.000 insetos), ao passo que, para os outros tratamentos que controlam melhor a praga, a amplitude de variação será baixa (por exemplo, entre 5 e 100 insetos). A transformação logarítmica é aconselhável nesses casos. Quando ocorrerem zeros, os dados devem ser transformados para  $\log(x + C)$ , na qual, geralmente, se toma  $C = 1$ .

**Observação:** verificada a necessidade de transformação, os dados serão transformados, e toda a análise estatística (análise de variância, testes de comparação de médias e desdobramento de graus de liberdade de tratamentos) deverá ser feita com os dados transformados. Se houver interesse em ilustrar com as médias não transformadas, as mesmas não deverão ser calculadas a partir dos dados originais, e sim aplicando à média dos dados transformados a operação inversa da transformação. Por exemplo, se a transformação foi a de  $\sqrt{x + 0,5}$ , a média não transformada será calculada elevando-se a média transformada ao quadrado e subtraindo-se 0,5.

Se a heterogeneidade for **irregular**, para eliminá-la, podemos simplesmente eliminar os tratamentos discrepantes ou, se isso não for possível ou recomendável, devemos subdividi-los em grupos e testá-los separadamente, com resíduos apropriados a cada grupo.

### 3.3. Obtenção da análise de variância

Admitido o modelo matemático do delineamento e satisfeitas as hipóteses básicas necessárias para a validade da análise de variância, podemos passar à obtenção da análise de variância do experimento.

Consideremos um experimento inteiramente casualizado com  $I$  tratamentos e  $J$  repetições. De acordo com o modelo matemático do delineamento, o valor observado na parcela que recebeu o

tratamento  $i$  na repetição  $j$ , referente à característica ou variável em estudo, é representado por  $x_{ij}$ , de forma que podemos organizar os valores observados no experimento, de acordo com o Quadro 3.3.1.

A cada um dos valores observados, podemos associar o modelo matemático do delineamento, e, para o valor observado no tratamento  $i$  na repetição  $j$ , temos:

$$x_{ij} = m + t_i + e_{ij}$$

do qual obtemos:

$$e_{ij} = x_{ij} - m - t_i$$

Devemos agora buscar obter as estimativas dos parâmetros  $m$  e  $t_i$  ( $i = 1, 2, \dots, I$ ), e, para tanto, nos utilizamos do método dos quadrados mínimos, que consiste em tornar mínima a soma dos quadrados dos desvios. Então,

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J e_{ij}^2 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (x_{ij} - m - t_i)^2$$

Fazendo  $\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J e_{ij}^2 = z(m, t_i)$ , temos:

$$z(m, t_i) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (x_{ij} - m - t_i)^2$$

**QUADRO 3.3.1** – Valores observados no experimento.

| TRATAMENTOS | REPETIÇÕES |          |     |          |     |          | TOTAIS                                 |
|-------------|------------|----------|-----|----------|-----|----------|----------------------------------------|
|             | 1          | 2        | ... | j        | ... | J        |                                        |
| 1           | $x_{11}$   | $x_{12}$ | ... | $x_{1j}$ | ... | $x_{1J}$ | $\sum_{j=1}^J x_{1j} = T_1$            |
| 2           | $x_{21}$   | $x_{22}$ | ... | $x_{2j}$ | ... | $x_{2J}$ | $\sum_{j=1}^J x_{2j} = T_2$            |
| ...         | ...        | ...      | ... | ...      | ... | ...      | ...                                    |
| i           | $x_{i1}$   | $x_{i2}$ | ... | $x_{ij}$ | ... | $x_{iJ}$ | $\sum_{j=1}^J x_{ij} = T_i$            |
| ...         | ...        | ...      | ... | ...      | ... | ...      | ...                                    |
| I           | $x_{I1}$   | $x_{I2}$ | ... | $x_{Ij}$ | ... | $x_{IJ}$ | $\sum_{j=1}^J x_{Ij} = T_I$            |
|             |            |          |     |          |     |          | $\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij} = G$ |

Para minimizar essa função, devemos derivá-la parcialmente em relação a cada um dos parâmetros  $m$  e  $t_i$  ( $i = 1, 2, \dots, I$ ) e igualar essas derivadas a zero. Logo:

$$\frac{\partial z(m, t_i)}{\partial m} = -2 \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (x_{ij} - \hat{m} - \hat{t}_i) = 0$$

$$\frac{\partial z(m, t_i)}{\partial t_i} = -2 \sum_{j=1}^J (x_{ij} - \hat{m} - \hat{t}_i) = 0$$

que podemos escrever:

$$IJ\hat{m} + J \sum_{i=1}^I \hat{t}_i = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij} = G$$

$$J\hat{m} + J\hat{t}_i = T_i \quad (i = 1, 2, \dots, I)$$

Este sistema, denominado **sistema de equações normais**, tem  $I + 1$  equações a  $I + 1$  incógnitas  $(\hat{t}_1, \hat{t}_2, \dots, \hat{t}_I, \hat{m})$  e é **indeterminado**, pois a soma das  $I$  equações de tratamentos é igual à equação da média, indicando que as equações não são independentes e o sistema admite **infinitas soluções**. Como o que nos interessa é uma solução, devemos estabelecer uma **restrição**, sendo mais interessante aquela que nos possibilita obter a estimativa da média independentemente do efeito de tratamento, ou seja:

$$\sum_{i=1}^I \hat{t}_i = 0$$

Admitida essa restrição, a primeira equação do sistema nos fornece

$$IJ\hat{m} = G \quad \therefore \quad \hat{m} = \frac{G}{IJ}$$

e, generalizando para um tratamento  $i$  qualquer, as outras equações do sistema nos fornecem:

$$J\hat{m} + J\hat{t}_i = T_i \quad \therefore \quad \hat{t}_i = \frac{T_i}{J} - \hat{m}$$

Obtidas as estimativas dos parâmetros do modelo matemático, podemos passar ao cálculo das somas de quadrados.

A soma de quadrados total corresponde à soma dos quadrados dos desvios de todos os dados em relação à média, ou seja:

$$S.Q. \text{ Total} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (x_{ij} - \hat{m})^2$$

e isso equivale a

$$S.Q. \text{ Total} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - C$$

em que  $C$  é denominada Correção e é calculada por:

$$C = \frac{\left( \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij} \right)^2}{IJ} = \frac{G^2}{IJ}$$

A soma de quadrados de tratamentos corresponde à soma dos quadrados dos efeitos de todos os tratamentos, e, como em cada parcela ocorre o efeito de um tratamento, podemos escrever:

$$\text{S.Q. Tratamentos} = \hat{t}_1^2 + \hat{t}_1^2 + \dots + \hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2 + \hat{t}_2^2 + \dots + \hat{t}_2^2 + \dots + \hat{t}_I^2 + \hat{t}_I^2 + \dots + \hat{t}_I^2$$

ou

$$\text{S.Q. Tratamentos} = J\hat{t}_1^2 + J\hat{t}_2^2 + \dots + J\hat{t}_I^2 = J(\hat{t}_1^2 + \hat{t}_2^2 + \dots + \hat{t}_I^2)$$

Substituindo as estimativas dos efeitos de tratamentos, temos:

$$\text{S.Q. Tratamentos} = J \left[ \left( \frac{T_1}{J} - \hat{m} \right)^2 + \left( \frac{T_2}{J} - \hat{m} \right)^2 + \dots + \left( \frac{T_I}{J} - \hat{m} \right)^2 \right]$$

e desenvolvendo os quadrados:

$$\text{S.Q. Tratamentos} = J \left( \frac{T_1^2}{J^2} - 2\hat{m} \frac{T_1}{J} + \hat{m}^2 + \frac{T_2^2}{J^2} - 2\hat{m} \frac{T_2}{J} + \hat{m}^2 + \dots + \frac{T_I^2}{J^2} - 2\hat{m} \frac{T_I}{J} + \hat{m}^2 \right)$$

$$\text{ou: S.Q. Tratamentos} = \frac{T_1^2}{J} - 2\hat{m}T_1 + J\hat{m}^2 + \frac{T_2^2}{J} - 2\hat{m}T_2 + J\hat{m}^2 + \dots + \frac{T_I^2}{J} - 2\hat{m}T_I + J\hat{m}^2$$

que podemos escrever:

$$\text{S.Q. Tratamentos} = \frac{T_1^2}{J} + \frac{T_2^2}{J} + \dots + \frac{T_I^2}{J} - 2\hat{m}(T_1 + T_2 + \dots + T_I) + IJ\hat{m}^2$$

Lembrando que  $\hat{m} = \frac{G}{IJ}$  e que a soma dos totais de tratamentos é  $G$ , temos:

$$\text{S.Q. Tratamentos} = \frac{1}{J}(T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_I^2) - 2\frac{G}{IJ}G + IJ\frac{G^2}{I^2J^2}$$

$$\text{ou: S.Q. Tratamentos} = \frac{1}{J}(T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_I^2) - \frac{G^2}{IJ} = \frac{1}{J}(T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_I^2) - C$$

$$\text{Logo: S.Q. Tratamentos} = \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C$$

Resta agora para calcularmos a soma dos quadrados devida aos efeitos dos fatores não controlados ou acaso, isto é, falta calcular a soma de quadrados do resíduo.

Se da soma de quadrados de todas as parcelas subtrairmos a soma de quadrados devida aos parâmetros estimados, vamos obter a soma de quadrados do resíduo, ou seja:

$$\text{S.Q. Resíduo} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - \text{S.Q. Parâmetros}(\hat{m}, \hat{t}_1, \hat{t}_2, \dots, \hat{t}_I)$$

A soma de quadrados de parâmetros é obtida pela soma dos produtos de cada parâmetro pelo respectivo segundo membro da equação normal, isto é:

$$\text{S.Q. Parâmetros} = \hat{m}G + \hat{t}_1T_1 + \hat{t}_2T_2 + \dots + \hat{t}_IT_I$$

Substituindo as estimativas dos parâmetros pelos seus valores, obtemos:

$$\text{S.Q. Parâmetros} = \frac{G}{IJ}G + \left(\frac{T_1}{J} - \hat{m}\right)T_1 + \left(\frac{T_2}{J} - \hat{m}\right)T_2 + \dots + \left(\frac{T_I}{J} - \hat{m}\right)T_I$$

ou:

$$\text{S.Q. Parâmetros} = \frac{G^2}{IJ} + \frac{T_1^2}{J} - \hat{m}T_1 + \frac{T_2^2}{J} - \hat{m}T_2 + \dots + \frac{T_I^2}{J} - \hat{m}T_I$$

ou ainda:

$$\text{S.Q. Parâmetros} = \frac{G^2}{IJ} + \frac{1}{J}(T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_I^2) - \hat{m}(T_1 + T_2 + \dots + T_I)$$

Substituindo a média pelo seu valor e lembrando que a soma dos totais de tratamentos é o total geral  $G$ , vem:

$$\text{S.Q. Parâmetros} = \frac{G^2}{IJ} + \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - \frac{G^2}{IJ} = C + \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C$$

Substituindo a soma de quadrados de parâmetros na expressão da soma de quadrados do resíduo, temos:

$$\text{S.Q. Resíduo} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - \left( C + \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C \right)$$

ou:

$$\text{S.Q. Resíduo} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - C - \left( \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C \right)$$

Vemos pois que:  $\text{S.Q. Resíduo} = \text{S.Q. Total} - \text{S.Q. Tratamentos}$ .

Desta forma, vemos que realmente a soma de quadrados do resíduo pode ser obtida por diferença entre a soma de quadrados total e a soma de quadrados de tratamentos.

Calculadas as somas de quadrados, podemos montar o quadro de análise de variância do experimento. Assim, para um experimento inteiramente casualizado com  $I$  tratamentos e  $J$  repetições, a análise de variância pelo teste  $F$  é apresentada no Quadro 3.3.2.

**QUADRO 3.3.2** – Análise de variância do experimento.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL.         | S.Q.                                     | Q.M.                                    | F                                                     |
|-------------------|-------------|------------------------------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| Tratamentos       | $I - 1$     | $\frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C$     | $\frac{\text{S.Q. Tratamentos}}{I - 1}$ | $\frac{\text{Q.M. Tratamentos}}{\text{Q.M. Resíduo}}$ |
| Resíduo           | $I (J - 1)$ | Diferença                                | $\frac{\text{S.Q. Resíduo}}{I(J - 1)}$  | -                                                     |
| Total             | $IJ - 1$    | $\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - C$ | -                                       | -                                                     |

Obtido o valor da estatística  $F$ , verificamos sua significância e concluímos, passando, se necessário, à aplicação dos testes de comparações de médias, da forma já vista no capítulo anterior.

### 3.4. Exemplo de obtenção da análise do experimento e interpretação dos resultados no caso de tratamentos igualmente repetidos, sem transformação de dados

Com o objetivo de apresentar a obtenção da análise do experimento e a interpretação dos resultados obtidos em um experimento inteiramente casualizado com os tratamentos igualmente repetidos, sem transformação de dados, consideremos o exemplo 3.2.

**EXEMPLO 3.2** – Num experimento inteiramente casualizado, de competição da cultivares de mandioca, realizado numa área perfeitamente homogênea quanto às condições experimentais, foram utilizados 5 cultivares e 5 repetições. Os cultivares utilizados foram:

A – IAC 5

B – IAC 7

C – IAC 11

D – IRACEMA

E – MANTIQUEIRA

A designação dos tratamentos às parcelas no campo, juntamente com as produtividades, em t/ha, é apresentada na Figura 3.4.1.

|                           |                           |                           |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| (A <sub>3</sub> )<br>20,3 | (E <sub>1</sub> )<br>47,8 | (C <sub>3</sub> )<br>25,8 | (B <sub>5</sub> )<br>28,7 | (B <sub>1</sub> )<br>20,9 |
| (B <sub>4</sub> )<br>28,3 | (D <sub>2</sub> )<br>43,2 | (A <sub>5</sub> )<br>29,3 | (A <sub>1</sub> )<br>38,9 | (D <sub>3</sub> )<br>41,7 |
| (E <sub>2</sub> )<br>47,8 | (A <sub>2</sub> )<br>25,4 | (E <sub>4</sub> )<br>50,5 | (D <sub>1</sub> )<br>38,7 | (C <sub>1</sub> )<br>28,1 |
| (C <sub>2</sub> )<br>27,0 | (D <sub>5</sub> )<br>40,3 | (B <sub>3</sub> )<br>32,3 | (C <sub>4</sub> )<br>26,9 | (B <sub>2</sub> )<br>26,2 |
| (E <sub>5</sub> )<br>56,4 | (A <sub>4</sub> )<br>25,7 | (C <sub>5</sub> )<br>22,3 | (E <sub>3</sub> )<br>44,7 | (D <sub>4</sub> )<br>39,0 |

**FIGURA 3.4.1** – Esquema da disposição do experimento no campo.

O primeiro passo para a obtenção da análise do experimento consiste na organização do quadro que mostra a produtividade de cada tratamento em suas diferentes repetições, transcrevendo os dados mostrados na Figura 3.4.1 para o Quadro 3.4.1.

**QUADRO 3.4.1** – Produtividades dos cultivares de mandioca, em t/ha.

| TRATAMENTOS     | REPETIÇÕES |      |      |      |      | TOTAIS |
|-----------------|------------|------|------|------|------|--------|
|                 | 1          | 2    | 3    | 4    | 5    |        |
| A – IAC 5       | 38,9       | 25,4 | 20,3 | 25,7 | 29,3 | 139,6  |
| B – IAC 7       | 20,9       | 26,2 | 32,3 | 28,3 | 28,7 | 136,4  |
| C – IAC 11      | 28,1       | 27,0 | 25,8 | 26,9 | 22,3 | 130,1  |
| D – IRACEMA     | 38,7       | 43,2 | 41,7 | 39,0 | 40,3 | 202,9  |
| E – MANTIQUEIRA | 47,8       | 47,8 | 44,7 | 50,5 | 56,4 | 247,2  |
|                 |            |      |      |      |      | 856,2  |

**1 – Obtenção da análise de variância do experimento**

Para a obtenção da análise de variância do experimento, necessitamos calcular as somas de quadrados de cada uma das causas da variação.

Do Quadro 3.4.1, obtemos:

$$G = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij} = 856,2$$

e a correção C é calculada por:

$$C = \frac{G^2}{IJ} = \frac{856,2^2}{5 \times 5} = 29.323,14$$

$$e \quad \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 = 38,9^2 + 25,4^2 + \dots + 56,4^2 = 31.832,60$$

$$\text{Logo:} \quad \text{S.Q. Total} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - C = 2.509,46$$

Já demonstramos que

$$\text{S.Q. Tratamentos} = \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C$$

$$\text{Portanto,} \quad \text{S.Q. Tratamentos} = \frac{1}{5} 139,6^2 + 136,4^2 + \dots + 247,2^2 - C = 2.135,94$$

Também já foi demonstrado que:

$$\text{S.Q. Resíduo} = \text{S.Q. Total} - \text{S.Q. Tratamentos}$$

$$\text{Logo:} \quad \text{S.Q. Resíduo} = 2.509,46 - 2.135,94 = 373,52$$

As hipóteses que desejamos testar para tratamentos são:

$H_0$ : os cultivares testados possuem efeitos semelhantes sobre a produtividade de mandioca.

$H_1$ : os cultivares testados possuem efeitos diferentes sobre a produtividade de mandioca.

Para testar essas hipóteses montamos a análise de variância apresentada no Quadro 3.4.2.

**QUADRO 3.4.2 – Análise de variância do experimento.**

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. | S.Q.     | Q.M.   | F       |
|-------------------|------|----------|--------|---------|
| Tratamentos       | 4    | 2.135,94 | 533,99 | 28,59** |
| Resíduo           | 20   | 373,52   | 18,68  | -       |
| Total             | 24   | 2.509,46 | -      | -       |

Obtido o valor da estatística F, buscamos os valores críticos da tabela nos níveis de 5% e 1% de probabilidade, obtendo:

Valores de F da tabela 4 x 20 g.l.: {5% - 2,87 1% - 4,43}

Como o valor da estatística F (28,59) supera o valor crítico no nível de 1% de probabilidade (4,43), ele é significativo nesse nível ( $P < 0,01$ ), o que indicamos colocando sobre seu valor os 2 asteriscos e podemos chegar à seguinte **conclusão**:

O teste foi significativo no nível de 1% de probabilidade ( $P < 0,01$ ).

Rejeitamos a hipótese  $H_0$ .

Concluimos que os cultivares testados (pelo menos dois) possuem efeitos diferentes sobre a produtividade de mandioca.

O grau de confiança é superior a 99% de probabilidade.

## 2 – Cálculo das médias dos tratamentos e erro padrão

As médias dos tratamentos são calculadas do modo usual, dividindo-se o total do tratamento pelo número de repetições, isto é:

$$\hat{m}_i = \frac{T_i}{J}$$

$$\text{Logo: } \hat{m}_A = \frac{139,6}{5} = 27,9 \text{ t / ha}$$

$$\hat{m}_B = \frac{136,4}{5} = 27,3 \text{ t / ha}$$

$$\hat{m}_C = \frac{130,1}{5} = 26,0 \text{ t / ha}$$

$$\hat{m}_D = \frac{202,9}{5} = 40,6 \text{ t / ha}$$

$$\hat{m}_E = \frac{247,2}{5} = 49,4 \text{ t / ha}$$

O erro padrão das médias é o mesmo para todas e é obtido por:

$$s(\hat{m}) = \frac{s}{\sqrt{r}} = \sqrt{\frac{\text{Q.M. Res.}}{J}} = \sqrt{\frac{18,68}{5}} = 1,9 \text{ t / ha}$$

## 3 – Aplicação do teste de Tukey às médias de cultivares

Já vimos que, no caso de médias com o mesmo número de repetições, o valor da diferença mínima significativa,  $\Delta$ , é calculado por:

$$\Delta = q \frac{s}{\sqrt{r}} = q s(\hat{m})$$

O valor da amplitude total estudatizada,  $q$ , para 5 tratamentos e 20 graus de liberdade do resíduo, no nível de 5% de probabilidade, é obtido na Tabela 4. e é igual a 4,23, portanto:

$$\Delta = 4,23 \times 1,9 = 8,0 \text{ t/ha}$$

Toda diferença entre 2 médias que seja igual ou superior a 8,0 t/ha é significativa. O resumo do teste de Tukey é apresentado a seguir:

|             |   | $\hat{m}_E$ | $\hat{m}_D$ | $\hat{m}_A$ | $\hat{m}_B$       | $\hat{m}_C$       |
|-------------|---|-------------|-------------|-------------|-------------------|-------------------|
| $\hat{m}_E$ | a | -           | 8,8*        | 21,5*       | 22,1*             | 23,4*             |
| $\hat{m}_D$ | b | -           | -           | 12,7*       | 13,3*             | 14,6*             |
| $\hat{m}_A$ | c | -           | -           | -           | 0,6 <sup>NS</sup> | 1,9 <sup>NS</sup> |
| $\hat{m}_B$ | c | -           | -           | -           | -                 | 1,3 <sup>NS</sup> |
| $\hat{m}_C$ | c | -           | -           | -           | -                 | -                 |

Médias seguidas de mesma letra não diferem pelo teste de Tukey ( $P>0,05$ ).

Verificamos que o melhor cultivar de mandioca foi Mantiqueira (E), que diferiu significativamente de todos os outros e apresentou maior produtividade. O cultivar Iracema (D) também diferiu significativamente dos cultivares IAC, sendo mais produtivo, e os cultivares IAC (A, B e C) não diferiram entre si.

#### 4 – Cálculo do coeficiente de variação do experimento

O coeficiente de variação do experimento é calculado por:

$$C.V. = \frac{100 s}{\hat{m}}$$

$$s = \sqrt{Q.M. \text{ Res.}} = \sqrt{18,68} = 4,3 \text{ t / ha.}$$

$$\hat{m} = \frac{G}{IJ} = \frac{856,2}{25} = 34,2 \text{ t / ha.}$$

Logo: 
$$C.V. = \frac{100 \times 4,3}{34,2} = 12,57\%.$$

#### 3.5. Exemplo de obtenção da análise do experimento e interpretação dos resultados no caso de tratamentos igualmente repetidos, com transformação de dados

Para apresentar a obtenção da análise do experimento e a interpretação dos resultados no caso de tratamentos igualmente repetidos, com transformação de dados, consideraremos o Exemplo 3.3.

**EXEMPLO 3.3** – No Exemplo 3.1 foram apresentados os dados referentes aos números de pulgões coletados nas parcelas do experimento, 36 horas após a pulverização. Já constatamos que as variâncias dos tratamentos não são homogêneas, apresentando **heterogeneidade regular**. Para serem analisados, os dados devem ser transformados, e a transformação adequada é a transformação logarítmica ( $\ln x$ ), uma vez que existe uma proporcionalidade entre a média e o desvio padrão dos tratamentos. Os dados referentes aos números de pulgões coletados 36 horas após a pulverização, transformados em  $\ln x$ , são apresentados no Quadro 3.5.1.

Verificamos que a transformação logarítmica homogeneizou as variâncias dos tratamentos, uma vez que

$$H_c = \frac{s_{\max}^2}{s_{\min}^2} = \frac{0,2484}{0,0445} = 5,58^{\text{NS}}$$

Este valor não é significativo ( $P>0,05$ ), pois  $H_{(5,5) 5\%} = 16,30$ . Satisfeita a hipótese da homogeneidade de variâncias, podemos efetuar a análise de variância do experimento.

### 1 – Obtenção da análise de variância do experimento

Para tanto, necessitamos calcular as somas de quadrados de cada uma das causas da variação. Do Quadro 3.5.1, obtemos:

$$G = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij} = 182,31$$

e a correção C é calculada por:

$$C = \frac{G^2}{IJ} = \frac{182,31^2}{5 \times 6} = 1.107,8979$$

e

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 = 7,77^2 + 7,43^2 + \dots + 3,78^2 = 1.156,6257$$

Logo:

$$S.Q. \text{ Total} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - C = 48,7278$$

**QUADRO 3.5.1** – Números de pulgões coletados 36 horas após a pulverização, transformados em ln x.

| TRATAMENTOS | REPETIÇÕES |      |      |      |      |      | TOTAIS | s <sup>2</sup> |
|-------------|------------|------|------|------|------|------|--------|----------------|
|             | 1          | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    |        |                |
| A           | 7,77       | 7,43 | 7,86 | 7,73 | 7,98 | 8,01 | 46,78  | 0,0445         |
| B           | 7,16       | 7,33 | 6,77 | 6,93 | 6,72 | 6,82 | 41,73  | 0,0582         |
| C           | 6,33       | 5,77 | 6,46 | 5,76 | 6,18 | 6,74 | 37,24  | 0,1509         |
| D           | 5,15       | 4,84 | 4,88 | 5,01 | 4,86 | 5,42 | 30,16  | 0,0509         |
| E           | 5,26       | 4,26 | 4,41 | 4,13 | 4,56 | 3,78 | 26,40  | 0,2484         |
|             |            |      |      |      |      |      | 182,31 | -              |

Já demonstramos que

$$S.Q. \text{ Tratamentos} = \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C$$

Portanto,  $S.Q. \text{ Tratamentos} = \frac{1}{6} 46,78^2 + 41,73^2 + \dots + 26,40^2 - C = 45,9629$

Também já foi demonstrado que:

$$S.Q. \text{ Resíduo} = S.Q. \text{ Total} - S.Q. \text{ Tratamentos}$$

Logo:  $S.Q. \text{ Resíduo} = 48,7278 - 45,9629 = 2,7649$

As hipóteses que desejamos testar para tratamentos são:

$H_0$ : os tratamentos testados possuem efeitos semelhantes sobre o número de pulgões coletados 36 horas após a pulverização.

$H_1$ : os tratamentos testados possuem efeitos diferentes sobre o número de pulgões coletados 36 horas após a pulverização.

Para testar essas hipóteses montamos a análise de variância apresentada no Quadro 3.5.2.

**QUADRO 3.5.2 – Análise de variância do experimento.**

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. | S.Q.    | Q.M.    | F        |
|-------------------|-----|---------|---------|----------|
| Tratamentos       | 4   | 45,9629 | 11,4907 | 103,89** |
| Resíduo           | 25  | 2,7649  | 0,1106  | -        |
| Total             | 29  | 48,7278 | -       | -        |

Obtido o valor da estatística F, buscamos os valores críticos da tabela nos níveis de 5% e 1% de probabilidade, obtendo:

Valores de F da tabela 4 x 25 g.l.: {5% - 2,76 1% - 4,18}

Como o valor da estatística F (103,89) supera o valor crítico no nível de 1% de probabilidade (4,18), ele é significativo nesse nível ( $P < 0,01$ ), o que indicamos colocando sobre seu valor os 2 asteriscos e podemos chegar à seguinte **conclusão**:

O teste foi significativo no nível de 1% de probabilidade ( $P < 0,01$ ).

Rejeitamos a hipótese  $H_0$ .

Concluimos que os tratamentos testados possuem efeitos diferentes sobre o número de pulgões coletados 36 horas após a pulverização.

O grau de confiança é superior a 99% de probabilidade.

## 2 – Cálculo das médias dos tratamentos e erro padrão

As médias dos tratamentos são calculadas do modo usual, dividindo-se o total do tratamento pelo número de repetições, isto é:

$$\hat{m}_i = \frac{T_i}{J}$$

$$\text{Logo: } \hat{m}_A = \frac{46,78}{6} = 7,80$$

$$\hat{m}_B = \frac{41,73}{6} = 6,96$$

$$\hat{m}_C = \frac{37,24}{6} = 6,21$$

$$\hat{m}_D = \frac{30,16}{6} = 5,03$$

$$\hat{m}_E = \frac{26,40}{6} = 4,40$$

O erro padrão das médias é o mesmo para todas e é obtido por:

$$s(\hat{m}) = \frac{s}{\sqrt{r}} = \sqrt{\frac{\text{Q.M. Resíduo}}{J}} = \sqrt{\frac{0,1106}{6}} = 0,14$$

## 3 – Aplicação do teste de Tukey às médias de tratamentos

Já vimos que, no caso de médias com o mesmo número de repetições, o valor da diferença mínima significativa,  $\Delta$ , é calculado por:

$$\Delta = q \frac{s}{\sqrt{r}} = q s(\hat{m})$$

O valor da amplitude total estudentizada,  $q$ , para 5 tratamentos e 25 graus de liberdade do resíduo, no nível de 5% de probabilidade, é obtido a partir da Tabela 4, e é igual a 4,16, portanto:

$$\Delta = 4,16 \times 0,14 = 0,58$$

Toda diferença entre 2 médias que seja igual ou superior a 0,58 é significativa. O resumo do teste de Tukey é apresentado a seguir:

|                      | $\hat{m}_A$ | $\hat{m}_B$ | $\hat{m}_C$ | $\hat{m}_D$ | $\hat{m}_E$ |
|----------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $\hat{m}_A$ <b>a</b> | -           | 0,84*       | 1,59*       | 2,77*       | 3,40*       |
| $\hat{m}_B$ <b>b</b> | -           | -           | 0,75*       | 1,93*       | 2,56*       |
| $\hat{m}_C$ <b>c</b> | -           | -           | -           | 1,18*       | 1,81*       |
| $\hat{m}_D$ <b>d</b> | -           | -           | -           | -           | 0,63*       |
| $\hat{m}_E$ <b>e</b> | -           | -           | -           | -           | -           |

Médias seguidas de mesma letra não diferem pelo teste de Tukey ( $P > 0,05$ ).

O teste é feito com as médias transformadas, mas, para efeito de ilustração, podemos apresentar as médias dos números de pulgões coletados, fazendo a operação inversa da transformação, calculando a exponencial ( $e^{\hat{m}}$ ). As médias dos tratamentos e o resultado do teste de Tukey encontram-se no Quadro 3.5.3.

**QUADRO 3.5.3** – Médias dos tratamentos e resultados do teste de Tukey.

| TRATAMENTOS              | MÉDIAS<br>TRANSFORMADAS <sup>(1)</sup> | MÉDIAS<br>NÃO TRANSFORMADAS |
|--------------------------|----------------------------------------|-----------------------------|
| A – Testemunha           | 7,80 <b>a</b>                          | 2.441                       |
| B – Azinfós etílico      | 6,96 <b>b</b>                          | 1.054                       |
| C – Supracid 40CE dose 1 | 6,21 <b>c</b>                          | 498                         |
| D – Supracid 40CE dose 2 | 5,03 <b>d</b>                          | 153                         |
| E – Diazinon 60CE        | 4,40 <b>e</b>                          | 81                          |
| $s(\hat{m})$             | 0,14                                   | -                           |
| $\Delta (5\%)$           | 0,58                                   | -                           |

<sup>(1)</sup> – Médias seguidas de mesma letra não diferem pelo teste de Tukey ( $P > 0,05$ ).

Verificamos que o melhor inseticida foi o Diazinon 60CE, que diferiu significativamente de todos os outros e apresentou menor número de pulgões coletados 36 horas após a pulverização.

#### 4 – Cálculo do coeficiente de variação do experimento

O coeficiente de variação do experimento é calculado por:

$$C.V. = \frac{100 s}{\hat{m}} \quad s = \sqrt{Q.M. \text{ Res.}} = \sqrt{0,1106} = 0,33$$

$$\hat{m} = \frac{G}{IJ} = \frac{182,31}{30} = 6,08$$

$$\text{Logo: } C.V. = \frac{100 \times 0,33}{6,08} = 5,43\%$$

### 3.6. Exemplo de obtenção da análise do experimento e interpretação dos resultados no caso de tratamentos com números diferentes de repetições

Algumas vezes, o experimentador necessita, por motivos inerentes à experimentação, utilizar tratamentos com números diferentes de repetições, o que é possível de ser feito no delineamento inteiramente casualizado, sem que isto dificulte a análise estatística.

Neste caso, em que o experimento é denominado **não balanceado**, algumas modificações devem ser feitas nos cálculos referentes à análise de variância e nos testes de comparações de médias, de modo a considerar o número desigual de repetições dos tratamentos.

Nos experimentos inteiramente casualizados em que ocorrem perdas de parcelas, consideramos como um experimento não balanceado.

Para ilustrar o procedimento de análise de um experimento inteiramente casualizado não balanceado, consideraremos o Exemplo 3.4.

**EXEMPLO 3.4** – Os dados do Quadro 3.6.1 foram adaptados de Cardoso Filho (1974) e se referem a produções de matéria seca de cultivares de sorgo, em t/ha.

**QUADRO 3.6.1** – Produções de matéria seca dos cultivares, em t/ha.

| CULTIVARES                | REPETIÇÕES |      |      |      |      |      | TOTAIS |
|---------------------------|------------|------|------|------|------|------|--------|
|                           | 1          | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    |        |
| 1 – NK 300 (Híbrido)      | 10,3       | 11,6 | 11,7 | 11,4 | 11,2 | 11,2 | 67,4   |
| 2 – SORDAN 67 (Híbrido)   | 9,8        | 10,0 | 10,2 | 11,9 | 10,4 | 10,5 | 62,8   |
| 3 – PIONEER 988 (Híbrido) | 9,9        | 9,6  | 10,0 | 10,4 | -    | -    | 39,9   |
| 4 – PIONEER 93 (Híbrido)  | 21,2       | 20,6 | 22,3 | 19,9 | 21,0 | -    | 105,0  |
| 5 – SART (Variedade)      | 20,2       | 20,6 | 22,1 | 20,8 | 20,9 | 20,9 | 125,5  |
|                           |            |      |      |      |      |      | 400,6  |

#### 1 – Obtenção da análise de variância do experimento

Com os dados do Quadro 3.6.1, obtemos

$$G = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{r_i} x_{ij} = 400,6$$

em que  $r_i$  é o número de repetições do tratamento  $i$ , e vemos que esse valor é um total de 27 parcelas. Logo:

$$C = \frac{G^2}{n} = \frac{400,6^2}{27} = 5.943,72$$

$$e \quad \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{r_i} x_{ij}^2 = 10,3^2 + 11,6^2 + \dots + 20,9^2 = 6.651,98$$

Então:

$$S.Q. \text{ Total} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{r_i} x_{ij}^2 - C = 708,26$$

Para o cálculo da soma de quadrados de tratamentos, devemos considerar o número de repetições de cada um deles, uma vez que eles não são igualmente repetidos, e, neste caso, a soma de quadrados de tratamentos é calculada por:

$$S.Q. \text{ Tratamentos} = \sum_{i=1}^I \frac{T_i^2}{r_i} - C$$

$$S.Q. \text{ Tratamentos} = \frac{T_1^2}{r_1} + \frac{T_2^2}{r_2} + \frac{T_3^2}{r_3} + \frac{T_4^2}{r_4} + \frac{T_5^2}{r_5} - C$$

$$\text{ou} \quad S.Q. \text{ Tratamentos} = \frac{67,4^2}{6} + \frac{62,8^2}{6} + \frac{39,9^2}{4} + \frac{105,0^2}{5} + \frac{125,5^2}{6} - C = 698,76$$

e sendo a soma de quadrados do resíduo obtida por diferença, obtemos o Quadro 3.6.2.

As hipóteses que desejamos testar para tratamentos são:

$H_0$ : os cultivares de sorgo testados possuem efeitos semelhantes quanto à produção de matéria seca.

$H_1$ : os cultivares de sorgo testados possuem efeitos diferentes quanto à produção de matéria seca.

**QUADRO 3.6.2** – Análise de variância do experimento.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. | S.Q.   | Q.M.   | F        |
|-------------------|-----|--------|--------|----------|
| Tratamentos       | 4   | 698,76 | 174,69 | 406,26** |
| Resíduo           | 22  | 9,50   | 0,43   | -        |
| Total             | 26  | 708,26 | -      | -        |

Valores de F da tabela 4 x 22 g.l.: {5% - 2,82    1% - 4,31}

### Conclusão:

O teste foi significativo no nível de 1% de probabilidade ( $P < 0,01$ ).

Rejeitamos a hipótese  $H_0$ .

Concluimos que os cultivares de sorgo testados possuem efeitos diferentes quanto à produção de matéria seca.

O grau de confiança é superior a 99% de probabilidade.

### 2 – Cálculo das médias dos tratamentos e erros padrões

Uma vez que os tratamentos não possuem o mesmo número de repetições, a média do tratamento  $i$  é calculada por

$$\hat{m}_1 = \frac{T_i}{r_i} \quad \text{logo:} \quad \hat{m}_1 = \frac{67,4}{6} = 11,23 \text{ t/ha}$$

$$\hat{m}_2 = \frac{62,8}{6} = 10,47 \text{ t/ha} \quad \hat{m}_3 = \frac{39,9}{4} = 9,98 \text{ t/ha}$$

$$\hat{m}_4 = \frac{105,0}{5} = 21,00 \text{ t/ha} \quad \hat{m}_5 = \frac{125,5}{6} = 20,92 \text{ t/ha}$$

e os erros padrões das médias são:

$$s(\hat{m}_1) = s(\hat{m}_2) = s(\hat{m}_5) = \frac{s}{\sqrt{r_1}} = \sqrt{\frac{\text{Q.M. Resíduo}}{r_1}} = \sqrt{\frac{0,43}{6}} = 0,27 \text{ t/ha}$$

$$s(\hat{m}_3) = \frac{s}{\sqrt{r_3}} = \sqrt{\frac{\text{Q.M. Resíduo}}{r_3}} = \sqrt{\frac{0,43}{4}} = 0,33 \text{ t/ha}$$

$$s(\hat{m}_4) = \frac{s}{\sqrt{r_4}} = \sqrt{\frac{\text{Q.M. Resíduo}}{r_4}} = \sqrt{\frac{0,43}{5}} = 0,29 \text{ t/ha.}$$

### 3 – Aplicação do teste de Tukey às médias de tratamentos

Visto que os tratamentos não possuem o mesmo número de repetições, vamos ter diversos casos a considerar. Em todos os casos as hipóteses sob teste serão:

$$H_0: m_i = m_k \quad \text{vs} \quad H_1: m_i \neq m_k.$$

a) Para comparar as médias dos tratamentos com 6 repetições ( $\hat{m}_1$ ,  $\hat{m}_2$  e  $\hat{m}_5$ ) entre si.

Neste caso, como as médias que entram nos contrastes possuem o mesmo número de repetições, o valor da diferença mínima significativa é calculado por:

$$\Delta = q s(\hat{m}_1)$$

O valor de q na tabela para 5 tratamentos e 22 graus de liberdade do resíduo, no nível de 5% de probabilidade, é 4,20. Logo:

$$\Delta = 4,20 \times 0,27 = 1,13 \text{ t/ha}$$

Os contrastes que nos fornecem as comparações entre as médias dos tratamentos com 6 repetições são:

$$Y_1 = m_5 - m_1 \quad Y_2 = m_5 - m_2 \quad Y_3 = m_1 - m_2$$

Logo:

$$\hat{Y}_1 = \hat{m}_5 - \hat{m}_1 = 9,69^* \text{ t/ha} \quad \therefore m_5 \neq m_1$$

$$\hat{Y}_2 = \hat{m}_5 - \hat{m}_2 = 10,45^* \text{ t/ha} \quad \therefore m_5 \neq m_2$$

$$\hat{Y}_3 = \hat{m}_1 - \hat{m}_2 = 0,76^{\text{NS}} \text{ t/ha} \quad \therefore m_1 = m_2$$

b) Para comparar as médias dos tratamentos com 6 repetições ( $\hat{m}_1$ ,  $\hat{m}_2$  e  $\hat{m}_5$ ) com a média do tratamento com 5 repetições ( $\hat{m}_4$ ).

Os contrastes que nos fornecem as comparações entre as médias dos tratamentos com 6 e 5 repetições são:

$$Y_4 = m_4 - m_1 \quad Y_5 = m_4 - m_2 \quad Y_6 = m_4 - m_5$$

Para este caso, como as médias que entram nos contrastes não possuem o mesmo número de repetições, o valor da diferença mínima significativa é calculado por:

$$\Delta'_1 = q \sqrt{\frac{1}{2} \hat{V}(\hat{Y}_4)} \quad \text{em que} \quad \hat{V}(\hat{Y}_4) = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) 0,43 = 0,16$$

$$\text{Logo:} \quad \Delta'_1 = 4,20 \sqrt{\frac{1}{2} (0,16)} = 1,18 \text{ t/ha}$$

Portanto:

$$\hat{Y}_4 = \hat{m}_4 - \hat{m}_1 = 9,77^* \text{ t/ha} \quad \therefore m_4 \neq m_1$$

$$\hat{Y}_5 = \hat{m}_4 - \hat{m}_2 = 10,53^* \text{ t/ha} \quad \therefore m_4 \neq m_2$$

$$\hat{Y}_6 = \hat{m}_4 - \hat{m}_5 = 0,08^{\text{NS}} \text{ t/ha} \quad \therefore m_4 = m_5$$

c) Para comparar as médias dos tratamentos com 6 repetições ( $\hat{m}_1$ ,  $\hat{m}_2$  e  $\hat{m}_5$ ) com a média do tratamento com 4 repetições ( $\hat{m}_3$ ).

Os contrastes que nos fornecem as comparações entre as médias dos tratamentos com 6 e 4 repetições são:

$$Y_7 = m_1 - m_3 \quad Y_8 = m_2 - m_3 \quad Y_9 = m_5 - m_3$$

Também neste caso as médias que entram nos contrastes não são igualmente repetidas, e o valor da diferença mínima significativa é calculado por:

$$\Delta'_2 = q \sqrt{\frac{1}{2} \hat{V}(\hat{Y}_7)} \quad \text{em que} \quad \hat{V}(\hat{Y}_7) = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right) 0,43 = 0,18$$

$$\text{Logo:} \quad \Delta'_2 = 4,20 \sqrt{\frac{1}{2} (0,18)} = 1,26 \text{ t/ha}$$

Portanto:

$$\hat{Y}_7 = \hat{m}_1 - \hat{m}_3 = 1,25^{\text{NS}} \text{ t/ha} \quad \therefore m_1 = m_3$$

$$\hat{Y}_8 = \hat{m}_2 - \hat{m}_3 = 0,49^{\text{NS}} \text{ t/ha} \quad \therefore m_2 = m_3$$

$$\hat{Y}_9 = \hat{m}_5 - \hat{m}_3 = 10,94^* \text{ t/ha} \quad \therefore m_5 \neq m_3$$

d) Para comparar a média do tratamento com 5 repetições ( $\hat{m}_4$ ) com a média do tratamento com 4 repetições ( $\hat{m}_3$ ).

O contraste que nos fornece esta comparação é:  $Y_{10} = m_4 - m_3$

Ainda neste caso as médias que entram no contraste não possuem o mesmo número de repetições, e o valor da diferença mínima significativa é calculado por:

$$\Delta'_3 = q \sqrt{\frac{1}{2} \hat{V}(\hat{Y}_{10})} \quad \text{em que} \quad \hat{V}(\hat{Y}_{10}) = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right) 0,43 = 0,19$$

$$\text{Logo: } \Delta'_3 = 4,20 \sqrt{\frac{1}{2}(0,19)} = 1,29 \text{ t/ha}$$

e  $\hat{Y}_{10} = \hat{m}_4 - \hat{m}_3 = 11,02 \text{ t/ha} \quad \therefore m_4 \neq m_3$

Um resumo do teste de Tukey é mostrado a seguir:

|             |          | $\hat{m}_4$ | $\hat{m}_5$ | $\hat{m}_1$ | $\hat{m}_2$ | $\hat{m}_3$ |
|-------------|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $\hat{m}_4$ | <b>a</b> | -           | NS          | *           | *           | *           |
| $\hat{m}_5$ | <b>a</b> | -           | -           | *           | *           | *           |
| $\hat{m}_1$ | <b>b</b> | -           | -           | -           | NS          | NS          |
| $\hat{m}_2$ | <b>b</b> | -           | -           | -           | -           | NS          |
| $\hat{m}_3$ | <b>b</b> | -           | -           | -           | -           | -           |

Médias seguidas de mesma letra não diferem pelo teste de Tukey ( $P > 0,05$ ).

Verificamos, então, que, nas condições do experimento, o único híbrido que apresentou produção de matéria seca semelhante à da variedade SART (5) foi o PIONEER 93 (4), que não diferiu dela, e os outros híbridos apresentaram produções de matéria seca significativamente inferiores às da variedade SART (5) e do híbrido PIONEER 93 (4).

#### 4 – Aplicação do teste de Scheffé para comparar o grupo dos híbridos com a variedade

O contraste que nos permite fazer a comparação do grupo dos híbridos com a variedade é:

$$Y = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 - 4m_5$$

As hipóteses que desejamos testar são:

$$H_0: \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}{4} = m_5 \quad \text{vs} \quad H_1: \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}{4} \neq m_5$$

A estimativa do contraste é:

$$\hat{Y} = \hat{m}_1 + \hat{m}_2 + \hat{m}_3 + \hat{m}_4 - 4\hat{m}_5 = 11,23 + 10,47 + 9,98 + 21,00 - 4 \times 20,92 = -31,00 \text{ t/ha}$$

A estimativa de variância da estimativa do contraste é calculada por

$$\hat{V}(\hat{Y}) = \left( \frac{c_1^2}{r_1} + \frac{c_2^2}{r_2} + \frac{c_3^2}{r_3} + \frac{c_4^2}{r_4} + \frac{c_5^2}{r_5} \right) s^2 = \left[ \frac{1^2}{6} + \frac{1^2}{6} + \frac{1^2}{4} + \frac{1^2}{5} + \frac{(-4)^2}{6} \right] 0,43 = 1,48$$

O valor de F da tabela no nível de 5% de probabilidade para 4 e 22 graus de liberdade é 2,82, logo:

$$S = \sqrt{(I-1) F \hat{V}(\hat{Y})} = \sqrt{4 \times 2,82 \times 1,48} = 4,09 \text{ t/ha}$$

**Conclusão:** Como  $|\hat{Y}| > S$ , o contraste é significativo no nível de 5% de probabilidade ( $\hat{Y} = -31,00 \text{ t/ha}$ ), indicando que devemos rejeitar  $H_0$  com um grau de confiança superior a 95% de probabilidade. Isso nos permite concluir que o grupo dos híbridos produz, em média, 7,75 t/ha de matéria seca a menos que a variedade SART.

### 5 – Cálculo do coeficiente de variação do experimento

Já vimos que

$$s = \sqrt{\text{Q.M. Resíduo}} = \sqrt{0,43} = 0,7 \text{ t/ha}$$

$$\hat{m} = \frac{G}{n} = \frac{400,6}{27} = 14,84 \text{ t/ha}$$

$$\text{C.V.} = \frac{100 s}{\hat{m}}$$

Logo:

$$\text{C.V.} = \frac{100 \times 0,7}{14,8} = 4,72\%$$

### 3.7. Desdobramento de graus de liberdade para tratamentos qualitativos

#### 3.7.1. Introdução

Quando, numa análise de variância, o teste F para Tratamentos com mais que um grau de liberdade, é significativo, podemos obter, apenas, conclusões muito gerais, relacionadas com o comportamento médio dos tratamentos, pois o teste F representa um teste médio de diversas comparações independentes. Então, se apenas uma das comparações envolver uma diferença marcante e as outras não, um teste F médio pode falhar para evidenciar a diferença existente.

Por esta razão, devemos planejar comparações objetivas, fazendo-se o desdobramento ou decomposição dos graus de liberdade (e da soma de quadrados) de tratamentos para obter informações mais específicas, relacionadas com o comportamento de cada um dos componentes do desdobramento.

Além disso, após a decomposição dos graus de liberdade, podemos aplicar o teste F a cada um dos componentes do desdobramento. A cada comparação atribuímos 1 grau de liberdade e, portanto, para I tratamentos, podemos estabelecer (I – 1) comparações independentes. Essa técnica se baseia na utilização de contrastes, sendo necessário que cada componente (ou comparação) seja explicado por um contraste e que todos os contrastes sejam ortogonais entre si, para que as comparações sejam independentes.

Normalmente, trabalhamos com contrastes de totais de tratamentos, e o caso mais comum é aquele em que todos os tratamentos têm o mesmo número, r, de repetições.

Nestas condições, uma função linear do tipo:

$$Y = c_1 T_1 + c_2 T_2 + \dots + c_I T_I$$

é denominada de contraste de totais de tratamentos, se:

$$c_1 + c_2 + \dots + c_I = 0 \quad \left( \sum_{i=1}^I c_i = 0 \right)$$

onde:  $c_1, c_2, \dots, c_I$  são os coeficientes dos totais de tratamentos:  $T_1, T_2, \dots, T_I$ , respectivamente.

Assim, por exemplo:

$$Y_1 = T_1 - T_2$$

$$Y_2 = T_1 + T_2 - 2T_3$$

$$Y_3 = T_1 + T_2 - T_3 - T_4$$

são contrastes de totais de tratamentos, pois as somas dos coeficientes são:

$$Y_1 \longrightarrow 1 + (-1) = 0$$

$$Y_2 \longrightarrow 1 + 1 + (-2) = 0$$

$$Y_3 \longrightarrow 1 + 1 + (-1) + (-1) = 0$$

Se Y é um contraste de totais de tratamentos, a soma de quadrados para a comparação feita em Y é dada por:

$$\text{S.Q. Y} = \frac{\hat{Y}^2}{r(c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_I^2)} \quad \text{ou} \quad \text{S.Q. Y} = \frac{\hat{Y}^2}{r \sum_{i=1}^I c_i^2}$$

onde:

$\hat{Y}$  - é a estimativa do contraste, calculada substituindo-se em Y os  $T_i$  pelos seus valores obtidos no experimento;

r - é o número de parcelas (repetições) somadas para obter cada total de tratamento ( $T_i$ ) que entra no contraste.

Esta soma de quadrados é uma parte da S.Q. Tratamentos e a ela se atribui 1 grau de liberdade (porque num contraste, sempre comparamos dois tratamentos ou dois grupos de tratamentos).

Dois contrastes de totais de tratamentos são ortogonais quando a soma algébrica dos produtos dos coeficientes dos totais correspondentes é nula (para tratamentos com mesmo número de repetições, r)

Assim, dois contrastes:

$$Y_1 = c_1 T_1 + c_2 T_2 + \dots + c_I T_I \quad \left( \sum_{i=1}^I c_i = 0 \right)$$

$$Y_2 = b_1 T_1 + b_2 T_2 + \dots + b_I T_I \quad \left( \sum_{i=1}^I b_i = 0 \right)$$

serão ortogonais, se:

$$c_1 b_1 + c_2 b_2 + \dots + c_I b_I = 0 \quad \left( \sum_{i=1}^I c_i b_i = 0 \right)$$

Se tivermos (I - 1) contrastes ortogonais entre si, então:

$$\text{S.Q. Tratamentos} = \text{S.Q. } Y_1 + \text{S.Q. } Y_2 + \dots + \text{S.Q. } Y_{(I-1)}$$

$$\text{S.Q. Tratamentos} = \frac{\hat{Y}_1^2}{r \sum c_{1i}^2} + \frac{\hat{Y}_2^2}{r \sum c_{2i}^2} + \dots + \frac{\hat{Y}_{(I-1)}^2}{r \sum c_{(I-1)i}^2}$$

Esta expressão identifica a partição da S.Q. Tratamentos [que tem  $(I - 1)$  graus de liberdade] em  $(I - 1)$  componentes, cada um com um único grau de liberdade.

### 3.7.2. Obtenção da análise de variância com desdobramento de graus de liberdade de tratamentos igualmente repetidos

Vamos considerar os dados adaptados do trabalho: “Aplicação da vermiculita em alfobres” (DIAS, 1973), realizado no delineamento inteiramente casualizado, com 4 repetições.

Foram comparados os efeitos de 5 tratamentos em relação ao crescimento de mudas de *Pinus oocarpa*, 60 dias após a semeadura.

Os tratamentos utilizados foram:

- 1 – Solo de cerrado (SC)
- 2 – Solo de cerrado + esterco (SC + E)
- 3 – Solo de cerrado + esterco + NPK (SC + E + NPK)
- 4 – Solo de cerrado + vermiculita (SC + V)
- 5 – Solo de cerrado + vermiculita + NPK (SC + V + NPK)

Os resultados obtidos para as alturas médias de *Pinus oocarpa* sob aqueles tratamentos, em centímetros, aos 60 dias após a semeadura, são apresentados no Quadro 3.7.1.

**QUADRO 3.7.1** - Alturas médias de *Pinus oocarpa*, em cm, 60 dias após a semeadura.

| TRATAMENTOS      | REPETIÇÕES |     |     |     | TOTAIS       |
|------------------|------------|-----|-----|-----|--------------|
|                  | 1          | 2   | 3   | 4   |              |
| 1 – SC           | 4,6        | 5,1 | 5,8 | 5,5 | $T_1 = 21,0$ |
| 2 – SC + E       | 6,0        | 7,1 | 7,2 | 6,8 | $T_2 = 27,1$ |
| 3 – SC + E + NPK | 5,8        | 7,2 | 6,9 | 6,7 | $T_3 = 26,6$ |
| 4 – SC + V       | 5,6        | 4,9 | 5,9 | 5,7 | $T_4 = 22,1$ |
| 5 – SC + V + NPK | 5,8        | 6,4 | 6,6 | 6,8 | $T_5 = 25,6$ |
|                  |            |     |     |     | $G = 122,4$  |

Inicialmente, devemos realizar uma análise de variância preliminar:

$$C = \frac{122,4^2}{5 \times 4} = 749,09$$

$$S.Q. \text{ Total} = (4,6^2 + 5,1^2 + \dots + 6,8^2) - C = 760,60 - 749,09 = 11,51$$

$$S.Q. \text{ Tratamentos} = \frac{1}{4} (21,0^2 + 27,1^2 + \dots + 25,6^2) - C = 7,60$$

$$S.Q. \text{ Resíduo} = S.Q. \text{ Total} - S.Q. \text{ Tratamentos} = 11,51 - 7,60 = 3,91$$

A análise de variância preliminar é apresentada no Quadro 3.7.2.

**QUADRO 3.7.2 - Análise de variância preliminar do experimento.**

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. | S.Q.  | Q.M. | F      |
|-------------------|-----|-------|------|--------|
| Tratamentos       | 4   | 7,60  | 1,90 | 7,31** |
| Resíduo           | 15  | 3,91  | 0,26 | -      |
| Total             | 19  | 11,51 | -    | -      |

Valores de F da tabela: 4 x 15 g.l.: {5% = 3,06 1% = 4,89}

O teste é significativo no nível de 1% de probabilidade. Concluímos que os tratamentos apresentam efeitos diferentes sobre as alturas das mudas de *Pinus oocarpa*, aos 60 dias após a semeadura.

Esta é uma conclusão muito geral, relacionada com os efeitos de tratamentos como um todo, nada nos informando com relação à comparação entre os tratamentos. Para obtenção dessas informações importantes, podemos proceder à decomposição dos graus de liberdade de tratamentos.

Para a escolha dos componentes do desdobramento, devemos levar em consideração as comparações (no máximo quatro) que interessam ao experimentador.

Examinando os tratamentos, uma comparação que pode interessar é:

**1 – Solo de cerrado somente vs Demais ... 1 g.l.**

Dentre os Demais, temos tratamentos com esterco e outros com vermiculita. Podemos comparar:

**2 – Com esterco vs Com vermiculita ... 1 g.l.**

Dentre os tratamentos com esterco, temos: sem NPK e com NPK. Podemos comparar:

**3 – Esterco sem NPK vs Esterco + NPK ... 1 g.l.**

Dentre os tratamentos com vermiculita, temos: sem NPK e com NPK. Podemos comparar:

**4 – Vermiculita sem NPK vs Vermiculita + NPK ... 1 g.l.**

Para o estabelecimento de cada contraste, procedemos da seguinte forma:

- Escrevemos os totais dos tratamentos ( $T_i$ ) envolvidos na comparação proposta;
- Atribuímos sinal positivo aos totais de um grupo e sinal negativo aos totais do outro grupo;
- Verificamos o número de tratamentos envolvidos no 1º grupo ( $n_1$ ) e o número de tratamentos envolvidos no 2º grupo ( $n_2$ ). Calculamos o mínimo múltiplo comum (m.m.c.) entre  $n_1$  e  $n_2$ ;
- Dividimos o m.m.c. por  $n_1$ . O resultado será o coeficiente de cada total do 1º grupo;
- Dividimos o m.m.c. por  $n_2$ . O resultado será o coeficiente de cada total do 2º grupo.

Procedendo dessa forma, os componentes do desdobramento proposto, com os respectivos contrastes de totais de tratamentos, são:

- |                             |    |                         |        |
|-----------------------------|----|-------------------------|--------|
| 1 – Solo de cerrado somente | vs | Demais .....            | 1 g.l. |
| 2 – Com esterco             | vs | Com vermiculita .....   | 1 g.l. |
| 3 – Esterco sem NPK         | vs | Esterco + NPK .....     | 1 g.l. |
| 4 – Vermiculita sem NPK     | vs | Vermiculita + NPK ..... | 1 g.l. |

$$Y_1 = 4T_1 - T_2 - T_3 - T_4 - T_5$$

$$Y_2 = T_2 + T_3 - T_4 - T_5$$

$$Y_3 = T_2 - T_3$$

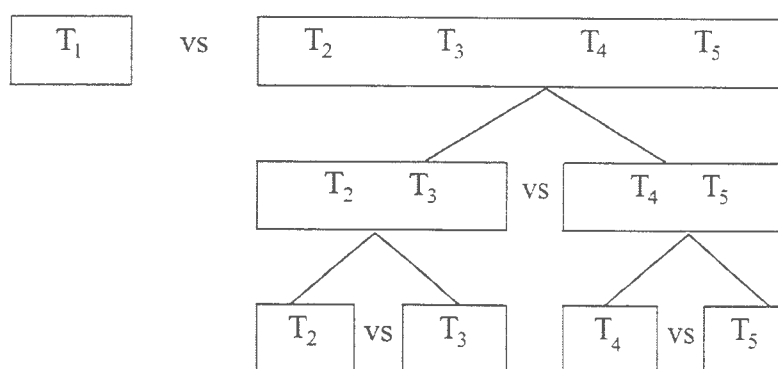
$$Y_4 = T_4 - T_5$$

Estes contrastes são ortogonais entre si, já que são ortogonais dois a dois.

Uma forma prática, que garanta a obtenção de contrastes ortogonais entre si, é a seguinte:

- a) Dividimos os tratamentos em dois grupos, para estabelecer a primeira comparação;
- b) Para estabelecer as novas comparações, não podemos mais comparar tratamento de um grupo com tratamento do outro grupo. Somente podemos comparar tratamentos dentro de cada grupo;
- c) Dividimos cada grupo em subgrupos e só podemos comparar dentro de cada subgrupo.

Esquemáticamente, temos:



#### Observação:

Dependendo do interesse do experimentador, outro poderia ser o grupo de comparações independentes. Por exemplo:

|                          |    |                           |        |
|--------------------------|----|---------------------------|--------|
| 1 – Sem NPK              | vs | Com NPK .....             | 1 g.l. |
| 2 – Solo cerrado somente | vs | (E + V) sem NPK .....     | 1 g.l. |
| 3 – Esterco sem NPK      | vs | Vermiculita sem NPK ..... | 1 g.l. |
| 4 – Esterco + NPK        | vs | Vermiculita + NPK .....   | 1 g.l. |

Os contrastes (ortogonais entre si) para este segundo grupo de comparações seriam:

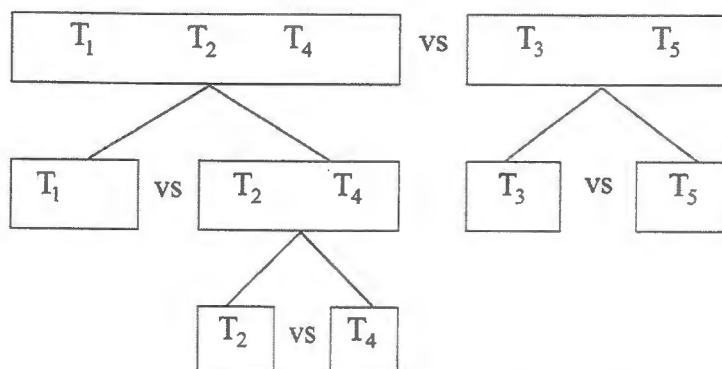
$$Y_1 = 2T_1 + 2T_2 + 2T_4 - 3T_3 - 3T_5$$

$$Y_2 = 2T_1 - T_2 - T_4$$

$$Y_3 = T_2 - T_4$$

$$Y_4 = T_3 - T_5$$

Esquemáticamente, teríamos:



Vamos trabalhar, apenas, com o primeiro grupo de contrastes.

Para o cálculo das somas de quadrados de cada componente, vamos utilizar dois métodos: **a)** Método dos contrastes de totais de tratamentos; **b)** Método dos totais de tratamentos (sem utilizar as estimativas dos contrastes).

a) Cálculo das somas de quadrados dos componentes do desdobramento, pelo método dos contrastes de totais de tratamentos:

#### 1) Solo de cerrado somente vs Demais

$$Y_1 = 4T_1 - T_2 - T_3 - T_4 - T_5$$

$$\hat{Y}_1 = 4(21,0) - 27,1 - 26,6 - 22,1 - 25,6 = -17,4 \text{ cm}$$

$$\sum c_{1i}^2 = 4^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2 = 20 \quad r = 4$$

$$S.Q. 1 = \frac{\hat{Y}_1^2}{r \sum c_{1i}^2} = \frac{(-17,4)^2}{4 \times 20} = 3,78$$

#### 2) Esterco vs Vermiculita

$$Y_2 = T_2 + T_3 - T_4 - T_5$$

$$\hat{Y}_2 = 27,1 + 26,6 - 22,1 - 25,6 = 6,0 \text{ cm}$$

$$\sum c_{2i}^2 = 1^2 + 1^2 + (-1)^2 + (-1)^2 = 4$$

$$S.Q. 2 = \frac{\hat{Y}_2^2}{r \sum c_{2i}^2} = \frac{(6,0)^2}{4 \times 4} = 2,25$$

#### 3) Esterco sem NPK vs Esterco + NPK

$$Y_3 = T_2 - T_3$$

$$\hat{Y}_3 = 27,1 - 26,6 = 0,5 \text{ cm}$$

$$\sum c_{3i}^2 = 1^2 + (-1)^2 = 2$$

$$S.Q. 3 = \frac{\hat{Y}_3^2}{r \sum c_{3i}^2} = \frac{(0,5)^2}{4 \times 2} = 0,03$$

#### 4) Vermiculita sem NPK vs Vermiculita + NPK

$$Y_4 = T_4 - T_5$$

$$\hat{Y}_4 = 22,1 - 25,6 = -3,5 \text{ cm}$$

$$\sum c_{4i}^2 = 1^2 + (-1)^2 = 2$$

$$S.Q. 4 = \frac{\hat{Y}_4^2}{r \sum c_{4i}^2} = \frac{(-3,5)^2}{4 \times 2} = 1,53$$

Verificação:

$$S.Q. 1 + S.Q. 2 + S.Q. 3 + S.Q. 4 = S.Q. \text{ Tratamentos}$$

$$3,78 + 2,25 + 0,03 + 1,53 = 7,59 \approx 7,60$$

A análise de variância com desdobramento dos graus de liberdade de tratamentos é apresentada no Quadro 3.7.3.

**QUADRO 3.7.3** - Análise de variância com desdobramento dos graus de liberdade de tratamentos.

| CAUSA DA VARIAÇÃO                        | GL. | S.Q.   | Q.M. | F                  |
|------------------------------------------|-----|--------|------|--------------------|
| Cerrado somente vs Demais                | 1   | 3,78   | 3,78 | 14,54**            |
| Esterco vs Vermiculita                   | 1   | 2,25   | 2,25 | 8,65*              |
| Esterco sem NPK vs Esterco + NPK         | 1   | 0,03   | 0,03 | 0,12 <sup>NS</sup> |
| Vermiculita sem NPK vs Vermiculita + NPK | 1   | 1,53   | 1,53 | 5,88*              |
| (Tratamentos)                            | (4) | (7,59) | -    | -                  |
| Resíduo                                  | 15  | 3,91   | 0,26 | -                  |
| Total                                    | 19  | -      | -    | -                  |

Valores de F da tabela: 1 x 15 g.l.: {5% = 4,54 1% = 8,68}

As **conclusões** que podem ser tiradas do Quadro 3.7.3 são as seguintes:

**1) Solo de cerrado somente vs Demais**

Os efeitos sobre a altura das mudas de *Pinus oocarpa*, aos 60 dias após a semeadura, são diferentes ( $P < 0,01$ ) e, pelos resultados das parcelas, verificamos que não é interessante a utilização de solo de cerrado somente.

**2) Esterco vs Vermiculita**

Os efeitos sobre a altura das mudas de *Pinus oocarpa*, aos 60 dias após a semeadura, são diferentes ( $P < 0,05$ ) e, pelos resultados verificamos que com esterco é melhor.

**3) Esterco sem NPK vs Esterco + NPK**

Os efeitos sobre as alturas das mudas de *Pinus oocarpa*, aos 60 dias após a semeadura, não diferem ( $P > 0,05$ ) e, portanto, se usarmos esterco, colocar ou não NPK não altera os resultados.

**4) Vermiculita sem NPK vs Vermiculita + NPK**

Com vermiculita, colocando-se NPK, as alturas das mudas foram diferentes ( $P < 0,05$ ) do que não se colocando NPK. Pelos resultados, com NPK foi melhor.

b) Cálculo das somas de quadrados dos componentes do desdobramento, pelo método dos totais de tratamentos:

Este método permite calcular as somas de quadrados dos componentes, sem utilizar as estimativas dos contrastes.

Assim, para uma comparação qualquer, por exemplo:

#### **Grupo A vs Grupo B**

necessitamos, apenas, conhecer os totais (T) de cada grupo e os números de parcelas (n) somadas para obter esses totais. Então:

|                  |   |                                 |                                            |
|------------------|---|---------------------------------|--------------------------------------------|
| Total do Grupo A | = | T <sub>A</sub>                  | (n <sub>A</sub> parcelas)                  |
| Total do Grupo B | = | T <sub>B</sub>                  | (n <sub>B</sub> parcelas)                  |
| Total            | = | T <sub>A</sub> + T <sub>B</sub> | (n <sub>A</sub> + n <sub>B</sub> parcelas) |

$$S.Q. (A \text{ vs } B) = \frac{T_A^2}{n_A} + \frac{T_B^2}{n_B} - \frac{(T_A + T_B)^2}{n_A + n_B}$$

Para o nosso exemplo, fica:

#### **1) Solo de cerrado somente vs Demais**

|                        |   |       |               |
|------------------------|---|-------|---------------|
| T Solo cerrado somente | = | 21,0  | (4 parcelas)  |
| T Demais               | = | 101,4 | (16 parcelas) |
| Total                  | = | 122,4 | (20 parcelas) |

$$S.Q. 1 = \frac{21,0^2}{4} + \frac{101,4^2}{16} - \frac{122,4^2}{20} = 3,78$$

#### **2) Esterco vs Vermiculita**

|               |   |       |               |
|---------------|---|-------|---------------|
| T Esterco     | = | 53,7  | (8 parcelas)  |
| T Vermiculita | = | 47,7  | (8 parcelas)  |
| Total         | = | 101,4 | (16 parcelas) |

$$S.Q. 2 = \frac{53,7^2}{8} + \frac{47,7^2}{8} - \frac{101,4^2}{16} = 2,25$$

#### **3) Esterco sem NPK vs Esterco + NPK**

|                   |   |      |              |
|-------------------|---|------|--------------|
| T Esterco sem NPK | = | 27,1 | (4 parcelas) |
| T Esterco + NPK   | = | 26,6 | (4 parcelas) |
| Total             | = | 53,7 | (8 parcelas) |

$$S.Q. 3 = \frac{27,1^2}{4} + \frac{26,6^2}{4} - \frac{53,7^2}{8} = 0,03$$

#### **4) Vermiculita sem NPK vs Vermiculita + NPK**

|                       |   |      |              |
|-----------------------|---|------|--------------|
| T Vermiculita sem NPK | = | 22,1 | (4 parcelas) |
| T Vermiculita + NPK   | = | 25,6 | (4 parcelas) |
| Total                 | = | 47,7 | (8 parcelas) |

$$S.Q. 4 = \frac{22,1^2}{4} + \frac{25,6^2}{4} - \frac{47,7^2}{8} = 1,53$$

### 3.7.3. Obtenção da análise de variância com desdobramento de graus de liberdade de tratamentos com números diferentes de repetições

Quando os totais de tratamentos ( $T_i$ ) são obtidos com números diferentes de repetições ( $r_i$ ), temos que a função linear:

$$Y_1 = c_1 T_1 + c_2 T_2 + \dots + c_I T_I$$

é considerada um contraste de totais de tratamentos, se:

$$r_1 c_1 + r_2 c_2 + \dots + r_I c_I = 0 \quad \left( \sum_{i=1}^I r_i c_i = 0 \right)$$

Neste caso, S.Q.  $Y_1$  é dada por:

$$S.Q. Y_1 = \frac{\hat{Y}_1^2}{r_1 c_1^2 + r_2 c_2^2 + \dots + r_I c_I^2} \quad \text{ou} \quad S.Q. Y_1 = \frac{\hat{Y}_1^2}{\sum_{i=1}^I r_i c_{1i}^2}$$

Dois contrastes de totais de tratamentos:

$$Y_1 = c_1 T_1 + c_2 T_2 + \dots + c_I T_I \quad \left( \sum_{i=1}^I r_i c_i = 0 \right)$$

$$Y_2 = b_1 T_1 + b_2 T_2 + \dots + b_I T_I \quad \left( \sum_{i=1}^I r_i b_i = 0 \right)$$

com números diferentes de repetições para os tratamentos, serão ortogonais, se:

$$r_1 c_1 b_1 + r_2 c_2 b_2 + \dots + r_I c_I b_I = 0 \quad \left( \sum_{i=1}^I r_i c_i b_i = 0 \right)$$

Para o estabelecimento de cada contraste, procedemos da seguinte forma:

- Escrevemos os totais dos tratamentos ( $T_i$ ) envolvidos na comparação proposta;
- Atribuímos sinal positivo aos totais de um grupo e sinal negativo aos totais do outro grupo;
- Verificamos o número de parcelas envolvidas no 1º grupo ( $n_1$ ) e o número de parcelas envolvidas no 2º grupo ( $n_2$ ). Calculamos o mínimo múltiplo comum (m.m.c.) entre  $n_1$  e  $n_2$ ;
- Dividimos o m.m.c. por  $n_1$ . O resultado será o coeficiente da cada total do 1º grupo;
- Dividimos o m.m.c. por  $n_2$ . O resultado será o coeficiente da cada total do 2º grupo.

Vamos exemplificar o desdobramento de graus de liberdade de tratamentos com números diferentes de repetições, utilizando os dados já vistos no Quadro 3.7.1, mas considerando perdas as parcelas correspondentes ao tratamento 1, na repetição 4 (5,5) e ao tratamento 4, na repetição 4 (5,7). Dessa forma, temos os dados que se encontram no Quadro 3.7.4.

**QUADRO 3.7.4** - Alturas médias de *Pinus oocarpa*, em cm, 60 dias após a semeadura, para tratamentos com números diferentes de repetições.

| TRATAMENTOS      | REPETIÇÕES |     |     |     | TOTAIS       |
|------------------|------------|-----|-----|-----|--------------|
|                  | 1          | 2   | 3   | 4   |              |
| 1 - SC           | 4,6        | 5,1 | 5,8 | -   | $T_1 = 15,5$ |
| 2 - SC + E       | 6,0        | 7,1 | 7,2 | 6,8 | $T_2 = 27,1$ |
| 3 - SC + E + NPK | 5,8        | 7,2 | 6,9 | 6,7 | $T_3 = 26,6$ |
| 4 - SC + V       | 5,6        | 4,9 | 5,9 | -   | $T_4 = 16,4$ |
| 5 - SC + V + NPK | 5,8        | 6,4 | 6,6 | 6,8 | $T_5 = 25,6$ |
|                  |            |     |     |     | $G = 111,2$  |

Vamos fazer as mesmas comparações já vistas em 3.7.2, ou seja:

- 1 - Solo de cerrado somente vs Demais ..... 1 g.l.  
 2 - Com esterco vs Com vermiculita ..... 1 g.l.  
 3 - Esterco sem NPK vs Esterco + NPK ..... 1 g.l.  
 4 - Vermiculita sem NPK vs Vermiculita + NPK ..... 1 g.l.

Os contrastes ortogonais do desdobramento proposto são:

$$Y_1 = 5T_1 - T_2 - T_3 - T_4 - T_5 \quad \text{m.m.c. (3,15)} = 15$$

$$Y_2 = 7T_2 + 7T_3 - 8T_4 - 8T_5 \quad \text{m.m.c. (8,7)} = 56$$

$$Y_3 = T_2 - T_3 \quad \text{m.m.c. (4,4)} = 4$$

$$Y_4 = 4T_4 - 3T_5 \quad \text{m.m.c. (3,4)} = 12$$

A ortogonalidade, dada por  $\sum_{i=1}^I r_i c_i b_i = 0$ , se verifica.

Para estes dados, temos:

$$\text{S.Q. Tratamentos} = \frac{T_1^2}{r_1} + \frac{T_2^2}{r_2} + \frac{T_3^2}{r_3} + \frac{T_4^2}{r_4} + \frac{T_5^2}{r_5} - C$$

$$\text{S.Q. Tratamentos} = \frac{15,5^2}{3} + \frac{27,1^2}{4} + \frac{26,6^2}{4} + \frac{16,4^2}{3} + \frac{25,6^2}{4} - \frac{111,2^2}{18} = 7,10$$

Então:

$$\hat{Y}_1 = 5(15,5) - 27,1 - 26,6 - 16,4 - 25,6 = -18,2 \text{ cm}$$

$$\hat{Y}_2 = 7(27,1) + 7(26,6) - 8(16,4) - 8(25,6) = 39,9 \text{ cm}$$

$$\hat{Y}_3 = 27,1 - 26,6 = 0,5 \text{ cm}$$

$$\hat{Y}_4 = 4(16,4) - 3(25,6) = -11,2 \text{ cm}$$

Pelo **método dos contrastes de totais de tratamentos**, as somas de quadrados são dadas por:

$$S.Q. \text{ } _1 = \frac{(-18,2)^2}{3(5)^2 + 4(-1)^2 + 4(-1)^2 + 3(-1)^2 + 4(-1)^2} = \frac{331,24}{90} = 3,68$$

$$S.Q. \text{ } _2 = \frac{(39,9)^2}{4(7)^2 + 4(7)^2 + 3(-8)^2 + 4(-8)^2} = \frac{1.592,01}{840} = 1,90$$

$$S.Q. \text{ } _3 = \frac{(0,5)^2}{4(1)^2 + 4(-1)^2} = \frac{0,25}{8} = 0,03$$

$$S.Q. \text{ } _4 = \frac{(-11,2)^2}{3(4)^2 + 4(-3)^2} = \frac{125,44}{84} = 1,49$$

Verifica-se que:  $S.Q. \text{ } _1 + S.Q. \text{ } _2 + S.Q. \text{ } _3 + S.Q. \text{ } _4 = 7,10 = S.Q. \text{ Tratamentos}$

Pelo **método dos totais de tratamentos**, as somas de quadrados são calculadas por:

$$S.Q. \text{ } _1 = \frac{15,5^2}{3} + \frac{95,7^2}{15} - \frac{111,2^2}{18} = 3,68$$

$$S.Q. \text{ } _2 = \frac{53,7^2}{8} + \frac{42,0^2}{7} - \frac{95,7^2}{15} = 1,90$$

$$S.Q. \text{ } _3 = \frac{27,1^2}{4} + \frac{26,6^2}{4} - \frac{53,7^2}{8} = 0,03$$

$$S.Q. \text{ } _4 = \frac{16,4^2}{3} + \frac{25,6^2}{4} - \frac{42,0^2}{7} = 1,49$$

## 4. DELINEAMENTO EM BLOCOS CASUALIZADOS

### 4.1. Introdução

O delineamento em blocos casualizados é também denominado **delineamento em blocos ao acaso** ou ainda **delineamento em blocos completos casualizados** e se constitui no mais utilizado de todos os delineamentos experimentais.

Sempre que não houver homogeneidade das condições experimentais, devemos utilizar o princípio do controle local, estabelecendo, então, subambientes homogêneos (blocos) e instalando, em cada um deles, todos os tratamentos, igualmente repetidos.

Este delineamento leva em consideração os três princípios básicos da experimentação, e os experimentos instalados neste delineamento são denominados **experimentos em blocos casualizados** ou **experimentos em blocos ao acaso**.

As principais **características** deste delineamento são:

- a) as parcelas são distribuídas em grupos ou blocos (princípio do controle local), de tal forma que elas sejam o mais uniformes possível, dentro de cada bloco;
- b) o número de parcelas por bloco deve ser um múltiplo do número de tratamentos (geralmente, esse número é igual ao número de tratamentos);
- c) os tratamentos são designados às parcelas de forma casual, sendo essa casualização feita dentro de cada bloco.

O delineamento em blocos casualizados é mais eficiente que o delineamento inteiramente casualizado, e essa **eficiência** depende da homogeneidade das parcelas de cada bloco, podendo, inclusive, haver diferenças bem acentuadas das condições experimentais de um bloco para outro.

No campo, é recomendável que os blocos se apresentem com uma **forma** aproximadamente quadrada, embora muitas vezes eles sejam instalados de forma retangular ou irregular, para que possam apresentar homogeneidade nas suas parcelas. Assim, dependendo da uniformidade, num experimento com 4 tratamentos podemos ter, por exemplo, as seguintes formas para os blocos:

|   |
|---|
| C |
| A |
| B |
| D |

|   |   |
|---|---|
| D | C |
| B | A |

|   |   |
|---|---|
| B | C |
| D |   |
| A |   |

No que se refere à **distribuição** dos blocos no campo, eles podem ficar juntos ou ser espalhados por toda a área em estudo; porém, geralmente eles são colocados uns próximos dos outros, visando com isso uma maior facilidade nos trabalhos de campo, durante a execução do experimento.

As principais **vantagens** deste delineamento são:

- a) controla as diferenças que ocorrem nas condições experimentais, de um bloco para outro;
- b) permite, dentro de certos limites, utilizar qualquer número de tratamentos e de blocos;
- c) conduz a uma estimativa mais exata para a variância residual, uma vez que a variação ambiental entre blocos é isolada;
- d) a análise de variância é relativamente simples, sendo apenas um pouco mais demorada que a do delineamento inteiramente casualizado, visto que existe mais uma causa da variação que deve ser isolada.

Em relação aos outros delineamentos, o delineamento em blocos casualizados apresenta as seguintes **desvantagens**:

a) pela utilização do princípio do controle local, há uma redução no número de graus de liberdade do resíduo;

b) a exigência de homogeneidade das parcelas dentro de cada bloco limita o número de tratamentos, que não pode ser muito elevado.

**Casualização dos tratamentos nas unidades experimentais** - deve ser feita uma casualização independente dos tratamentos em cada bloco.

Por exemplo, suponhamos que fossem 4 cultivares (A, B, C e D) que seriam testados em 6 blocos. A casualização dos cultivares para cada bloco poderia ser a seguinte:

|         |                |                |                |                |
|---------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| BLOCO 1 | C <sub>1</sub> | D <sub>1</sub> | A <sub>1</sub> | B <sub>1</sub> |
| BLOCO 2 | D <sub>2</sub> | A <sub>2</sub> | B <sub>2</sub> | C <sub>2</sub> |
| BLOCO 3 | B <sub>3</sub> | A <sub>3</sub> | D <sub>3</sub> | C <sub>3</sub> |
| BLOCO 4 | B <sub>4</sub> | C <sub>4</sub> | A <sub>4</sub> | D <sub>4</sub> |
| BLOCO 5 | A <sub>5</sub> | C <sub>5</sub> | D <sub>5</sub> | B <sub>5</sub> |
| BLOCO 6 | D <sub>6</sub> | B <sub>6</sub> | C <sub>6</sub> | A <sub>6</sub> |

Devemos ressaltar que nem sempre bloco é sinônimo de repetição. O número de blocos e de repetições coincide apenas quando os tratamentos ocorrem apenas uma vez em cada bloco. O mesmo não acontece quando os tratamentos são repetidos duas ou mais vezes em cada bloco. Por exemplo:

|   |   |
|---|---|
| 1 | 4 |
| E | F |
| 2 | 5 |
| C | B |
| 3 | 6 |
| A | D |

1 bloco e 1 repetição

|                |                |
|----------------|----------------|
| 1              | 4              |
| B <sub>1</sub> | A <sub>1</sub> |
| 2              | 5              |
| A <sub>2</sub> | C <sub>1</sub> |
| 3              | 6              |
| B <sub>2</sub> | C <sub>2</sub> |

1 bloco e 2 repetições

#### 4.2. Exemplo de planejamento de experimento

Como exemplo de planejamento de um experimento em blocos casualizados, consideraremos um experimento realizado para estudar a influência do número de rebentos na produção da bananeira, no delineamento em blocos casualizados com 8 tratamentos e 5 repetições.

**Título:** "Avaliação da influência do número de rebentos sobre a produção da bananeira cultivar Nanicao, na região de Jaboticabal - SP".

**Responsável e colaboradores:** o responsável pela pesquisa será o Eng<sup>o</sup> Agr<sup>o</sup> Hilton Ney Gaíva, aluno do Curso Pós-Graduação em Agronomia – Área de Concentração: Produção Vegetal, da Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, *Campus* de Jaboticabal – UNESP (FCAV-UNESP), e os colaboradores serão: Dr. Carlos Ruggiero e Dr. David Arioaldo Banzatto, docentes do referido curso.

**Objetivos:** Avaliar, dentre os sistemas de condução da cultura que serão estudados neste experimento, quais os que melhor se comportam em relação à produção e às características dos cachos, na região de Jaboticabal – SP, visando obter informações que venham contribuir para o estabelecimento de critérios para a reforma de um bananal.

**Histórico:** O Brasil destaca-se como o maior produtor mundial de bananas, tendo apresentado em 1983 uma área plantada de 403.635 ha, com uma produção de 466.833.000 cachos. No Estado de São Paulo, que é o segundo produtor brasileiro, a bananicultura concentra-se no Vale do Ribeira, ao passo que outras áreas potencialmente adequadas ao bom desenvolvimento de uma cultura racional não são aproveitadas. Para o aproveitamento dessas áreas, é necessária a obtenção de maiores informações a respeito do desenvolvimento da cultura nessas regiões, visto que as informações disponíveis atualmente referem-se ao litoral do estado. Um dos fatores imprescindíveis para o sucesso da cultura refere-se ao seu sistema de condução, tanto no estabelecimento do número correto de plantas a serem deixadas por touceira como na consideração dos ciclos de produção para se determinar a reforma do bananal. Simmonds (1961) salientou que o estabelecimento de seguidor ou seguidores (rebentos) é uma das práticas mais críticas no cultivo da bananeira, que as recomendações para tal prática não podem ser generalizadas, observando que o número de rebentos a serem deixados está relacionado com o critério que será adotado na reforma do bananal e que uma planta com dois rebentos em um ciclo tende a produzir cacho de menor peso. Em cada cova deve-se deixar desenvolver apenas uma “família” (“mãe”, “filho”, “neto”, “bisneto” etc.), o que evita o rápido esgotamento do solo junto à planta mãe (MOREIRA, 1975). De acordo com Medina (1978), deve-se deixar a planta mãe com apenas um filhote seguidor em cada ciclo, o qual deverá substituí-la após a colheita. A eliminação do excesso de rebentos, segundo Bendezú (1980), tem por finalidade, além de conservar a densidade inicial da cultura, regularizar a produção. O número de rebentos por cova deve ser de três a quatro, com idades variáveis (VENEZUELA, 1977). A interiorização da cultura da banana para outras regiões do Estado de São Paulo, como, por exemplo, para a região do planalto, permitirá o abastecimento das áreas circunvizinhas, reduzindo, assim, os custos de transporte e evitando perdas de qualidade dos frutos, por possibilitar viagens mais curtas do produtor ao consumidor, diminuindo o atrito entre os frutos.

#### Material e métodos:

**Caracterização da área experimental:** o experimento será instalado na área experimental do *Campus* da FCAV-UNESP, em Jaboticabal – SP, localizada a 21°15'22" de latitude Sul, na longitude de 48°18'58" Oeste e a uma altitude de 595 m. O solo da área experimental, classificado por Aloisi & Demattê (1974) como Latossolo Roxo, série Jaboticabal, apresenta uma topografia relativamente plana e é bem drenado. A análise química do solo, realizada pelo Laboratório de Fertilidade do Solo da FCAV-UNESP, apresentou os resultados:

| pH                   | M.O. | P(resina)          | K <sup>+</sup>           | Ca <sup>2+</sup> | Mg <sup>2+</sup> | (H+Al) | V% |
|----------------------|------|--------------------|--------------------------|------------------|------------------|--------|----|
| (CaCl <sub>2</sub> ) | %    | µg/cm <sup>3</sup> | meq/ 100 cm <sup>3</sup> |                  |                  |        |    |
| 4,8                  | 3,64 | 20                 | 0,29                     | 2,40             | 0,80             | 4,04   | 46 |

De acordo com Moreira (1985), para a cultura da banana, cv. Nanicão, devemos elevar a saturação em bases do solo (V%) para 70% e, para tanto, devemos aplicar 2,7 t/ha de calcário dolomítico 60 a 90 dias antes do plantio.

O clima da região, segundo a classificação de Köppen, é Cwa, subtropical com inverno relativamente seco. A precipitação média anual é de cerca de 1.400 mm e a do mês mais seco é de 13,9 mm. A temperatura média anual é de aproximadamente 22°C.

- **Materiais:** os materiais que serão utilizados no experimento são:

mudas de bananeira cv. Nanicão

adubos: esterco de curral

sulfato de amônio (20% de N)

superfosfato simples (18% de  $P_2O_5$ )

inseticida: Aldrin

fungicida: Cercobin

nematicida: Carbofuran

óleo mineral: Spray Oil

desbrotador tipo "lurdinha"

- **Tratamentos:** os tratamentos a serem utilizados no ensaio, referentes a sistemas de condução da cultura, são:

1 – Planta mãe sem rebento;

2 – Planta mãe com 1 rebento, deixado aos 4 meses;

3 – Planta mãe com 1 rebento, deixado aos 6 meses;

4 – Planta mãe com 1 rebento, deixado aos 8 meses;

5 – Planta mãe com 2 rebentos, deixados aos 4 e 6 meses;

6 – Planta mãe com 2 rebentos, deixados aos 4 e 8 meses;

7 – Planta mãe com 2 rebentos, deixados aos 6 e 8 meses;

8 – Planta mãe com 3 rebentos, deixados aos 4, 6 e 8 meses.

A desbrota dos rebentos será feita manualmente, com o desbrotador "lurdinha", e iniciará-se aos 4 meses após o plantio e se repetirá a cada 2 meses, seguindo o sistema de condução de cada tratamento.

- **Adubação:** a adubação de plantio será orgânica, utilizando-se 5 litros de esterco de curral, que será misturado à terra da cova previamente aberta. Como adubação mineral de formação, segundo Moreira (1985), serão utilizados 125 g de sulfato de amônio (20% de N) e 83 g de superfosfato simples (18% de  $P_2O_5$ ) por cova, aplicados em círculo distante 40 cm da bananeira, em 2 etapas, aos 30 e 60 dias após o plantio.

- **Tratos fitossanitários:** para o controle de nematóides, será aplicado a lanço o Carbofuran, na dose de 50 g ao redor da touceira, sendo feitas 2 aplicações por ano, a primeira em fevereiro e a segunda em setembro. O gasto de produto por parcela será de 500 g por aplicação, o que equivale a 100 kg/ha por aplicação. Serão também realizadas 12 pulverizações anuais contra o mal-de-Sigatoca (*Mycosphaerella musicola* Leach), a cada 20 dias, com exceção dos meses de maio a setembro, quando as baixas temperaturas inibem o microrganismo. Os produtos e as quantidades utilizadas serão:

Fungicida Cercobin

1,25 g/parcela/aplicação

0,25 kg/ha/aplicação

3,0 kg/ha/ano

Óleo mineral (Spray Oil)

82,5 mL/parcela/aplicação

16,5 L/ha/aplicação

198,0 L/ha/ano.

Para o controle da broca da bananeira (*Cosmopolites sordidus* Germ) serão realizadas 6 aplicações anuais de Aldrin 5% p.a., com um gasto médio de 8 kg por aplicação, ou seja, 48 kg/ha/ano.

- **Plantio:** será realizado no mês de outubro, utilizando-se uma muda tipo chifre (rebento com 50 a 60 cm de altura) por cova, retiradas do bananal isento de pragas e doenças, existente na FCAV-UNESP. Serão utilizadas neste ensaio 400 mudas.

- **Delineamento experimental:** será utilizado o delineamento em blocos casualizados com 8 tratamentos e 5 repetições. Cada parcela, que não terá bordadura, constituir-se-á de 10 touceiras, espaçadas de 2,0 m nas linhas e 2,5 m nas ruas, conforme mostra a Figura 4.2.1.

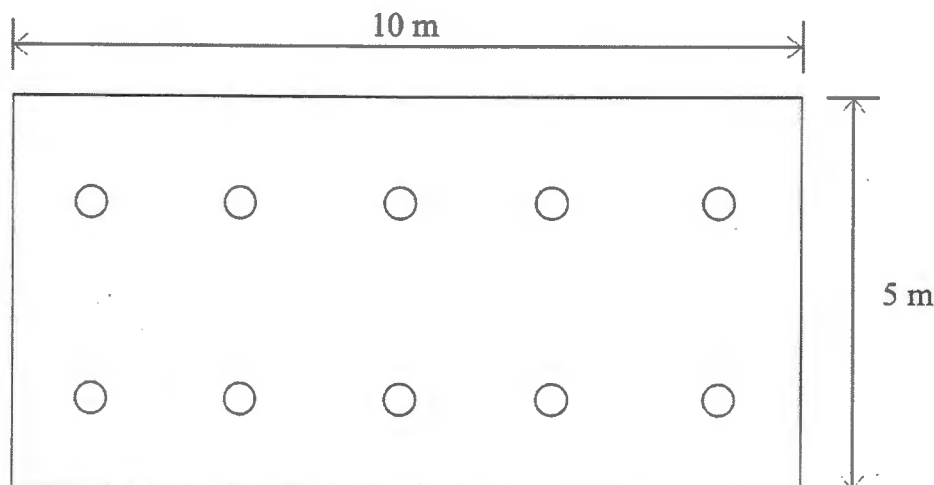


FIGURA 4.2.1 – Esquema da parcela experimental.

- **Características do experimento:**

Cultura: bananeira, cv. Nanicão triplóide de *Musa acuminata* (AAA) do subgrupo Cavendish

Espaçamento: 2,5 x 2,0 m

Área da parcela: 5 x 10 m = 50 m<sup>2</sup>

Área de cada bloco: 8 x 50 = 400 m<sup>2</sup>

Área total do experimento: 5 x 400 = 2.000 m<sup>2</sup>

Número de plantas por parcela: 10

Número total de plantas: 400

Esquema de análise de variância

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. |
|-------------------|-----|
| Tratamentos       | 7   |
| Blocos            | 4   |
| Resíduo           | 28  |
| Total             | 39  |

Esquema de disposição do experimento no campo: é o que se encontra na Figura 4.2.2.

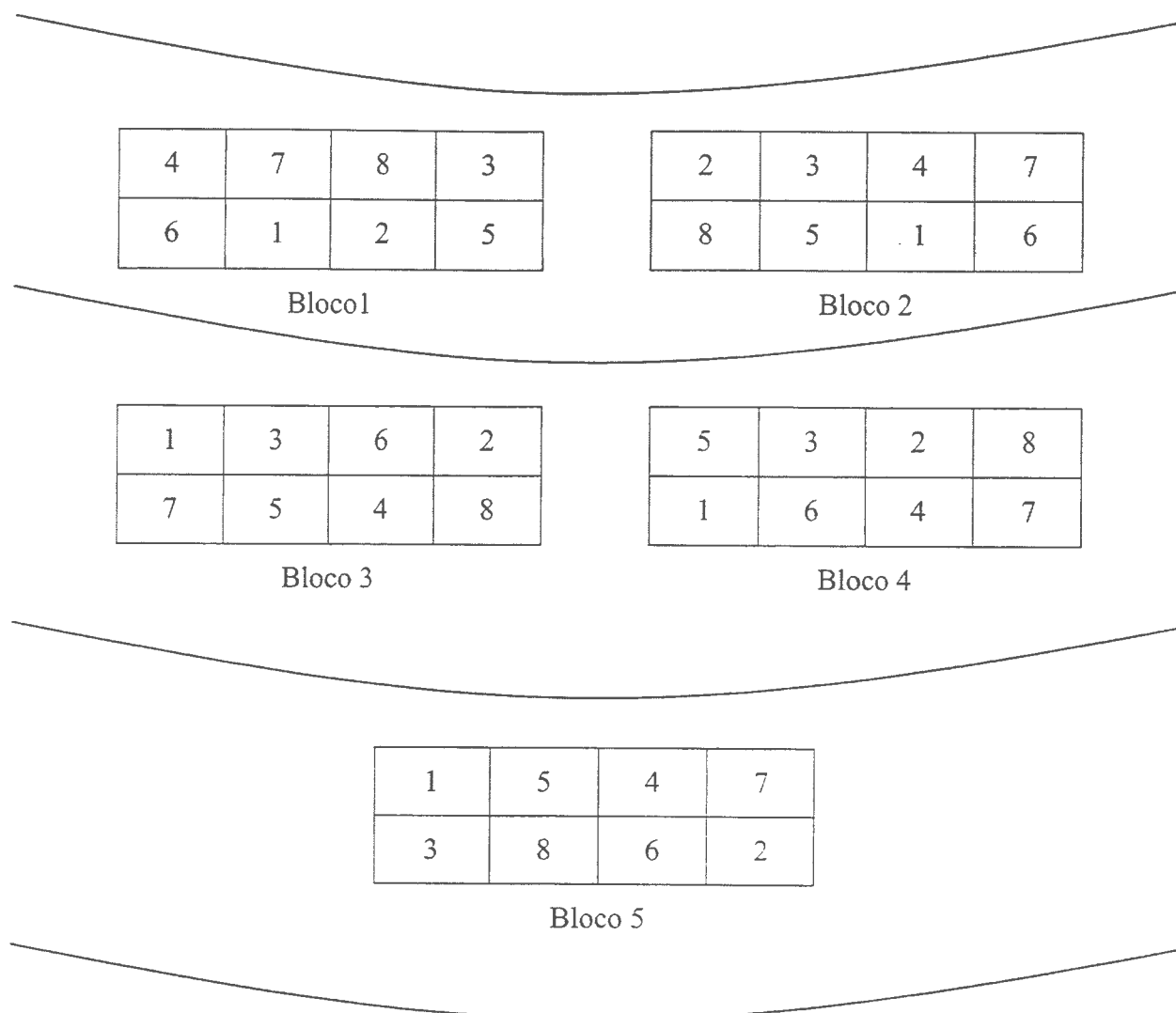


FIGURA 4.2.2 – Disposição do experimento no campo.

### Referências Bibliográficas

- ALOISI, R. R.; DEMATTÊ, J. L. I. Levantamento dos dados da Faculdade de Medicina Veterinária e Agronomia de Jaboticabal. **Científica**, Jaboticabal, v. 2, n. 2, p. 123-136, 1974.
- BENDEZÚ, J. M. Implantação da cultura da bananeira. **Informe Agropecuário**, Belo Horizonte, n. 63, p. 21-23, 1980.
- MEDINA, J. C. Cultura. In: MEDINA, J. C.; BLEINROTH, E. W.; DE MARTIN, Z. J.; TRAVAGLINI, D. A.; OKADA, M.; QUAST, D. G.; HASHIZUME, T.; RENESTO, A. V.; MORETTI, V. A. **Frutas tropicais. 3 – Banana**. Campinas: ITAL, 1978. 197 p.
- MOREIRA, R. S. **Curso de bananicultura**. São Gonçalo-PB: MINTER, 1975. 95 p.
- MOREIRA, R. S. Banana nanica ou nanicão. In: RAIJ, B.; SILVA, N. M.; BATAGLIA, O. C.; QUAGGIO, J. A.; HIROCE, R.; CANTARELLA, H.; BELLINAZZI JUNIOR, R.; DECHEN, A. R.; TRANI, P. E. **Recomendações de adubação e calagem para o estado de São Paulo**. Campinas: IAC, 1985, p. 31. (Boletim Técnico, 100).
- SIMMONDS, N. W. **Bananas**. 2. ed. Trinidad: Longman, 1961. 512 p.
- VENEZUELA. Ministerio de Agricultura y Cría. Dirección General de Desarrollo Agrícola. **Algunas prácticas agronómicas para el cultivo del plátano**. Caracas: Centro Nacional de Investigaciones Agropecuárias. 1977. 31 p.

### 4.3. Modelo matemático do delineamento e hipóteses básicas para a validade da análise de variância

Já vimos que, para podermos efetuar a análise de variância em qualquer delineamento, devemos pressupor um modelo matemático representativo do delineamento e aceitar algumas hipóteses básicas necessárias para a validade da análise. No delineamento em blocos casualizados, controlamos uma causa da variação a mais, que são os blocos, de forma que o modelo matemático deve espelhar esse controle. Logo, para o delineamento em blocos casualizados, o **modelo matemático** é:

$$x_{ij} = m + t_i + b_j + e_{ij} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, 3, \dots, I \\ j = 1, 2, 3, \dots, J \end{array}$$

em que:  $x_{ij}$  = valor observado na parcela que recebeu o tratamento  $i$  no bloco  $j$ ;

$m$  = média da população;

$t_i$  = efeito do tratamento  $i$  aplicado na parcela;

$b_j$  = efeito do bloco  $j$ , em que se encontra a parcela;

$e_{ij}$  = efeito dos fatores não controlados na parcela.

Pressuposto o modelo matemático do delineamento, as **hipóteses básicas** que devemos admitir para a validade da análise de variância são as mesmas vistas no delineamento inteiramente casualizado.

### 4.4. Obtenção da análise de variância

Admitido o modelo matemático do delineamento e satisfeitas as hipóteses básicas necessárias para a validade da análise de variância, podemos passar à obtenção da análise de variância do experimento.

Suponhamos um experimento em blocos casualizados com  $I$  tratamentos e  $J$  blocos. Os valores observados nas parcelas desse experimento, referentes à característica ou variável em estudo, podem ser organizados de acordo com o Quadro 4.4.1.

**QUADRO 4.4.1** – Valores observados no experimento.

| TRATAMENTOS | BLOCOS   |          |     |          |     |          | TOTAIS |
|-------------|----------|----------|-----|----------|-----|----------|--------|
|             | 1        | 2        | ... | j        | ... | J        |        |
| 1           | $x_{11}$ | $x_{12}$ | ... | $x_{1j}$ | ... | $x_{1J}$ | $T_1$  |
| 2           | $x_{21}$ | $x_{22}$ | ... | $x_{2j}$ | ... | $x_{2J}$ | $T_2$  |
| ...         | ...      | ...      | ... | ...      | ... | ...      | ...    |
| i           | $x_{i1}$ | $x_{i2}$ | ... | $x_{ij}$ | ... | $x_{iJ}$ | $T_i$  |
| ...         | ...      | ...      | ... | ...      | ... | ...      | ...    |
| I           | $x_{I1}$ | $x_{I2}$ | ... | $x_{Ij}$ | ... | $x_{IJ}$ | $T_I$  |
| TOTAIS      | $B_1$    | $B_2$    | ... | $B_j$    | ... | $B_J$    | G      |

A cada valor observado, podemos associar o modelo matemático do delineamento e, generalizando para o valor observado no tratamento  $i$  no bloco  $j$ , teremos:

$$x_{ij} = m + t_i + b_j + e_{ij}$$

do qual  $e_{ij} = x_{ij} - m - t_i - b_j$

Para a obtenção das estimativas dos parâmetros  $m$ ,  $t_i$  ( $i = 1, 2, \dots, I$ ) e  $b_j$  ( $j = 1, 2, \dots, J$ ), vamos utilizar o método dos quadrados mínimos, que consiste em minimizar a soma dos quadrados dos desvios, ou seja:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J e_{ij}^2 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (x_{ij} - m - t_i - b_j)^2$$

e fazendo  $z(m, t_i, b_j) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J e_{ij}^2$

temos  $z(m, t_i, b_j) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (x_{ij} - m - t_i - b_j)^2$

Derivando parcialmente em relação a cada um dos parâmetros e igualando as derivadas a 0, obtemos:

$$\frac{\partial z(m, t_i, b_j)}{\partial m} = -2 \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (x_{ij} - \hat{m} - \hat{t}_i - \hat{b}_j) = 0$$

$$\frac{\partial z(m, t_i, b_j)}{\partial t_i} = -2 \sum_{j=1}^J (x_{ij} - \hat{m} - \hat{t}_i - \hat{b}_j) = 0$$

$$\frac{\partial z(m, t_i, b_j)}{\partial b_j} = -2 \sum_{i=1}^I (x_{ij} - \hat{m} - \hat{t}_i - \hat{b}_j) = 0$$

que podemos escrever:

$$IJ\hat{m} + J \sum_{i=1}^I \hat{t}_i + I \sum_{j=1}^J \hat{b}_j = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij} = G$$

$$J\hat{m} + J\hat{t}_i + \sum_{j=1}^J \hat{b}_j = \sum_{j=1}^J x_{ij} = T_i \quad (i = 1, 2, \dots, I)$$

$$I\hat{m} + \sum_{i=1}^I \hat{t}_i + I\hat{b}_j = \sum_{i=1}^I x_{ij} = B_j \quad (j = 1, 2, \dots, J)$$

Esse **sistema de equações normais** não é determinado, pois a soma das  $I$  equações de tratamentos ou a das  $J$  equações de blocos reproduz a equação da média. Para a obtenção de uma solução, devemos admitir duas restrições linearmente independentes, sendo mais interessantes aquelas que nos possibilitam estimar a média independentemente dos efeitos de tratamentos e de blocos, ou seja:

$$\sum_{i=1}^I \hat{t}_i = 0 \quad \text{e} \quad \sum_{j=1}^J \hat{b}_j = 0$$

Assim, a 1ª equação do sistema nos fornece

$$IJ\hat{m} = G \quad \therefore \quad \hat{m} = \frac{G}{IJ}$$

e, generalizando para um tratamento  $i$  e para um bloco  $j$ , obtemos

$$J\hat{m} + J\hat{t}_i = T_i \quad \therefore \quad \hat{t}_i = \frac{T_i}{J} - \hat{m}$$

$$\text{e} \quad I\hat{m} + I\hat{b}_j = B_j \quad \therefore \quad \hat{b}_j = \frac{B_j}{I} - \hat{m}$$

As somas de quadrados para o total e para tratamentos são obtidas do mesmo modo que as do delineamento inteiramente casualizado, ou seja:

$$\text{S.Q. Total} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - C \quad \text{com} \quad C = \frac{G^2}{IJ}$$

$$\text{S.Q. Tratamentos} = \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C$$

A soma de quadrados de blocos corresponde à soma dos quadrados dos efeitos de blocos, e, como cada bloco contém todos os tratamentos, cada efeito de bloco ocorrerá  $I$  vezes, logo:

$$\text{S.Q. Blocos} = I(\hat{b}_1^2 + \hat{b}_2^2 + \dots + \hat{b}_J^2)$$

e, substituindo as estimativas dos efeitos de blocos, temos

$$\text{S.Q. Blocos} = I \left[ \left( \frac{B_1}{I} - \hat{m} \right)^2 + \left( \frac{B_2}{I} - \hat{m} \right)^2 + \dots + \left( \frac{B_J}{I} - \hat{m} \right)^2 \right]$$

Desenvolvendo os quadrados e agrupando os termos semelhantes, obtemos

$$\text{S.Q. Blocos} = \frac{1}{I} B_1^2 + B_2^2 + \dots + B_J^2 - 2\hat{m}(B_1 + B_2 + \dots + B_J) + IJ\hat{m}^2$$

Substituindo a estimativa da média pelo seu valor e simplificando, vem:

$$\text{S.Q. Blocos} = \frac{1}{I} B_1^2 + B_2^2 + \dots + B_J^2 - C$$

$$\text{ou} \quad \text{S.Q. Blocos} = \frac{1}{I} \sum_{j=1}^J B_j^2 - C$$

Resta calcular a soma de quadrados do resíduo. Se da soma de quadrados de parcelas subtrairmos a soma de quadrados devida aos parâmetros estimados, obteremos a soma de quadrados do resíduo, isto é:

$$\text{S.Q. Resíduo} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - \text{S.Q. Parâmetros } \hat{m}, \hat{t}_1, \hat{t}_2, \dots, \hat{t}_I, \hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_J$$

em que a S.Q. Parâmetros é obtida pela soma dos produtos de cada parâmetro pelo correspondente segundo membro da equação normal, ou seja:

$$\text{S.Q. Parâmetros} = \hat{m}G + \hat{t}_1T_1 + \hat{t}_2T_2 + \dots + \hat{t}_IT_I + \hat{b}_1B_1 + \hat{b}_2B_2 + \dots + \hat{b}_JB_J$$

Substituindo as estimativas dos parâmetros pelos seus valores, obtemos:

$$\begin{aligned} \text{S.Q. Parâmetros} = & \frac{G}{IJ}G + \left(\frac{T_1}{J} - \hat{m}\right)T_1 + \left(\frac{T_2}{J} - \hat{m}\right)T_2 + \dots + \left(\frac{T_I}{J} - \hat{m}\right)T_I + \\ & \left(\frac{B_1}{I} - \hat{m}\right)B_1 + \left(\frac{B_2}{I} - \hat{m}\right)B_2 + \dots + \left(\frac{B_J}{I} - \hat{m}\right)B_J \end{aligned}$$

Efetando os produtos e agrupando os termos semelhantes, temos:

$$\begin{aligned} \text{S.Q. Parâmetros} = & \frac{G^2}{IJ} + \frac{1}{J}(T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_I^2) - \hat{m}(T_1 + T_2 + \dots + T_I) + \\ & + \frac{1}{I}(B_1^2 + B_2^2 + \dots + B_J^2) - \hat{m}(B_1 + B_2 + \dots + B_J) \end{aligned}$$

Substituindo a estimativa da média e simplificando, vem:

$$\text{S.Q. Parâmetros} = \frac{G^2}{IJ} + \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - \frac{G^2}{IJ} + \frac{1}{I} \sum_{j=1}^J B_j^2 - \frac{G^2}{IJ}$$

ou

$$\text{S.Q. Parâmetros} = C + \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C + \frac{1}{I} \sum_{j=1}^J B_j^2 - C$$

Substituindo na soma de quadrados do resíduo, temos:

$$\text{S.Q. Resíduo} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - \left( C + \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C + \frac{1}{I} \sum_{j=1}^J B_j^2 - C \right)$$

ou

$$\text{S.Q. Resíduo} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - C - \left( \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C + \frac{1}{I} \sum_{j=1}^J B_j^2 - C \right)$$

Logo: S.Q. Resíduo = S.Q. Total - S.Q. Tratamentos + S.Q. Blocos

$$\text{S.Q. Resíduo} = \text{S.Q. Total} - \text{S.Q. Tratamentos} + \text{S.Q. Blocos}$$

Calculadas as somas de quadrados, podemos montar o quadro de análise de variância do experimento. Assim, para um experimento em blocos casualizados com **I** tratamentos e **J** blocos, a análise de variância pelo teste F é apresentada no Quadro 4.4.2.

**QUADRO 4.4.2** – Análise de variância do experimento.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L.       | S.Q.                                     | Q.M.                                     | F                                                     |
|-------------------|------------|------------------------------------------|------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| Tratamentos       | I-1        | $\frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C$     | $\frac{\text{S.Q. Tratamentos}}{I-1}$    | $\frac{\text{Q.M. Tratamentos}}{\text{Q.M. Resíduo}}$ |
| Blocos            | J-1        | $\frac{1}{I} \sum_{j=1}^J B_j^2 - C$     | $\frac{\text{S.Q. Blocos}}{J-1}$         | $\frac{\text{Q.M. Blocos}}{\text{Q.M. Resíduo}}$      |
| Resíduo           | (I-1)(J-1) | Diferença                                | $\frac{\text{S.Q. Resíduo}}{(I-1)(J-1)}$ | -                                                     |
| Total             | IJ-1       | $\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - C$ | -                                        | -                                                     |

A complementação da análise estatística é feita do modo usual.

#### 4.5. Exemplo de obtenção da análise do experimento e interpretação dos resultados

Para a obtenção da análise e da interpretação dos resultados obtidos neste delineamento, consideremos o exemplo 4.1.

**EXEMPLO 4.1** – No trabalho “Estudos dos efeitos do Promalin sobre frutos de macieiras (*Malus* spp) cultivares Brasil e Rainha”, Mestriner (1980) utilizou 4 repetições dos seguintes tratamentos:

- 1 – 12,5 ppm de Promalin em plena floração
- 2 – 25,0 ppm de Promalin em plena floração
- 3 – 50,0 ppm de Promalin em plena floração
- 4 – 12,5 ppm de Promalin em plena floração + 12,5 ppm de Promalin no início da frutificação
- 5 – Testemunha.

O experimento foi instalado na Fazenda Chapadão, no município de Angatuba – SP. O delineamento experimental foi o de blocos casualizados, sendo as parcelas constituídas de 4 plantas espaçadas de 6 x 7 m, com 12 anos de idade na época de instalação do experimento.

A designação dos tratamentos às parcelas e os pesos médios dos frutos, expressos em gramas, obtidos pela pesagem de 250 frutos por parcela, são apresentados no Quadro 4.5.1.

**QUADRO 4.5.1** – Esquema da distribuição dos tratamentos e pesos médios dos frutos nas parcelas (gramas).

|          |              |              |              |              |              |
|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1º BLOCO | (3)<br>140,7 | (1)<br>142,4 | (4)<br>150,9 | (5)<br>153,5 | (2)<br>139,3 |
| 2º BLOCO | (2)<br>137,8 | (5)<br>165,0 | (4)<br>135,8 | (1)<br>144,8 | (3)<br>134,1 |
| 3º BLOCO | (4)<br>137,0 | (2)<br>144,4 | (5)<br>151,8 | (3)<br>136,1 | (1)<br>145,2 |
| 4º BLOCO | (1)<br>138,9 | (3)<br>144,1 | (4)<br>136,4 | (2)<br>130,6 | (5)<br>150,2 |

Os valores dos pesos médios dos frutos nas parcelas devem ser agrupados como no Quadro 4.5.2.

**QUADRO 4.5.2** – Pesos médios dos frutos da macieira, em gramas.

| TRATAMENTOS | BLOCOS |       |       |       | TOTAIS  |
|-------------|--------|-------|-------|-------|---------|
|             | 1      | 2     | 3     | 4     |         |
| 1           | 142,4  | 144,8 | 145,2 | 138,9 | 571,3   |
| 2           | 139,3  | 137,8 | 144,4 | 130,6 | 552,1   |
| 3           | 140,7  | 134,1 | 136,1 | 144,1 | 555,0   |
| 4           | 150,9  | 135,8 | 137,0 | 136,4 | 560,1   |
| 5           | 153,5  | 165,0 | 151,8 | 150,2 | 620,5   |
| TOTAIS      | 726,8  | 717,5 | 714,5 | 700,2 | 2.859,0 |

### 1 – Obtenção da análise de variância do experimento

O cálculo das somas de quadrados para o total e para tratamentos é feito de modo idêntico ao visto para o delineamento inteiramente casualizado, ou seja:

$$G = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij} = 2.859,0$$

$$C = \frac{G^2}{IJ} = \frac{2.859,0^2}{5 \times 4} = 408.694,05$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 = 142,4^2 + 144,8^2 + \dots + 150,2^2 = 409.966,36$$

$$S.Q. \text{ Total} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - C = 1.272,31$$

$$S.Q. \text{ Tratamentos} = \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C = \frac{1}{4} (571,3^2 + 552,1^2 + \dots + 620,5^2) - C = 794,79$$

Para completar a análise de variância, resta-nos calcular as somas de quadrados para blocos e para o resíduo. A soma de quadrados para blocos, conforme vimos, é calculada por:

$$S.Q. \text{ Blocos} = \frac{1}{I} \sum_{j=1}^J B_j^2 - C = \frac{1}{5} (726,8^2 + 717,5^2 + \dots + 700,2^2) - C = 72,91$$

e a soma de quadrados do resíduo é obtida por diferença:

$$S.Q. \text{ Resíduo} = S.Q. \text{ Total} - S.Q. \text{ Tratamentos} - S.Q. \text{ Blocos} = 404,61$$

As hipóteses que desejamos testar para tratamentos são:

$H_0$ : as diferentes formas de aplicação do Promalin possuem efeitos semelhantes sobre o peso médio dos frutos

$H_1$ : as diferentes formas de aplicação do Promalin possuem efeitos diferentes sobre o peso médio dos frutos

Para testar essas hipóteses, montamos o quadro de análise de variância do experimento, mostrado no Quadro 4.5.3.

**QUADRO 4.5.3** – Análise de variância do experimento.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. | S.Q.     | Q.M    | F                  | P |
|-------------------|-----|----------|--------|--------------------|---|
| Tratamentos       | 4   | 794,79   | 198,70 | 5,89**             |   |
| Blocos            | 3   | 72,91    | 24,30  | 0,72 <sup>NS</sup> |   |
| Resíduo           | 12  | 404,61   | 33,72  | -                  |   |
| Total             | 19  | 1.272,31 | -      | -                  |   |

Obtidas as estatísticas F, buscamos os valores críticos de F nas tabelas nos níveis de 5% e 1% de probabilidade, obtendo:

|                  |              |                          |
|------------------|--------------|--------------------------|
| Para Tratamentos | 4 x 12 g.l.: | {5% - 3,26    1% - 5,41} |
| Para Blocos      | 3 x 12 g.l.: | {5% - 3,49    1% - 5,95} |

Comparando os valores calculados com os valores tabelados, podemos chegar às seguintes conclusões:

**Para Tratamentos:** o teste foi significativo no nível de 1% de probabilidade. Rejeitamos a hipótese  $H_0$  e concluímos que as diferentes formas de aplicação do Promalin possuem efeitos diferentes sobre o peso médio dos frutos. O grau de confiança é superior a 99% de probabilidade.

**Para Blocos:** o teste não foi significativo no nível de 5% de probabilidade. Não podemos rejeitar a hipótese da nulidade e concluímos que o fator controlado por blocos não influi sobre o peso médio dos frutos e o experimento poderia ter sido realizado no delineamento inteiramente casualizado.

## 2 – Aplicação do teste de Tukey às médias de tratamentos

As médias dos tratamentos são calculadas do modo usual, ou seja:

$$\hat{m}_i = \frac{T_i}{J} \quad i = 1, 2, \dots, I$$

$$\text{Logo: } \hat{m}_1 = \frac{T_1}{J} = \frac{571,3}{4} = 142,8 \text{ g}$$

Analogamente, obtemos:

$$\hat{m}_2 = 138,0 \text{ g}$$

$$\hat{m}_3 = 138,8 \text{ g}$$

$$\hat{m}_4 = 140,0 \text{ g}$$

$$\hat{m}_5 = 155,1 \text{ g}$$

Todas as médias de tratamentos possuem o mesmo erro padrão, dado por:

$$s(\hat{m}) = \frac{s}{\sqrt{J}} = \frac{\sqrt{\text{Q.M. Resíduo}}}{\sqrt{J}} = \frac{\sqrt{33,72}}{\sqrt{4}} = 2,9 \text{ g}$$

A diferença mínima significativa pelo teste de Tukey é calculada por

$$\Delta = q s(\hat{m})$$

e o valor da amplitude total estudentizada  $q$ , obtido na tabela no nível de 5% de probabilidade para 5 tratamentos e 12 graus de liberdade do resíduo, é  $q = 4,51$ , logo:

$$\Delta = 4,51 \times 2,9 = 13,1 \text{ g}$$

O resumo da aplicação do teste de Tukey às médias de tratamentos é:

$$\hat{m}_5 = 155,1 \text{ g} \quad \mathbf{a}$$

$$\hat{m}_1 = 142,8 \text{ g} \quad \mathbf{ab}$$

$$\hat{m}_4 = 140,0 \text{ g} \quad \mathbf{b}$$

$$\hat{m}_3 = 138,8 \text{ g} \quad \mathbf{b}$$

$$\hat{m}_2 = 138,0 \text{ g} \quad \mathbf{b}$$

em que médias seguidas de mesma letra não diferem pelo teste de Tukey ( $P > 0,05$ ).

Na prática, isso nos indica que apenas o nível de 12,5 ppm do regulador de crescimento Promalin (1) apresentou frutos com pesos médios semelhantes ao da testemunha (5), com os demais níveis apresentando pesos médios inferiores a ela. Com base nos resultados obtidos para o peso médio dos frutos da macieira, se o objetivo for diminuir o peso médio dos frutos, devem ser utilizados níveis superiores a 12,5 ppm de Promalin.

## 3 – Cálculo do coeficiente de variação do experimento

Já vimos que o coeficiente de variação do experimento é calculado por:

$$C.V. = \frac{100 s}{\hat{m}} \quad s = \sqrt{33,72} = 5,8 \text{ g} \quad \hat{m} = \frac{G}{IJ} = \frac{2.859,0}{5 \times 4} = 143,0 \text{ g}$$

$$C.V. = \frac{100 \times 5,8}{143,0} = 4,06\%$$

#### 4.6. O caso de uma parcela perdida

Muitas vezes, ocorre o fato de chegarmos ao final do experimento sem conseguir obter o valor de uma ou mais de suas parcelas. Quando isso ocorre, temos o que denominamos **parcelas perdidas**.

Existem várias explicações para a ocorrência de parcelas perdidas em um experimento, dentre as quais podemos citar:

- a) morte ou doença da maioria das plantas responsáveis pela parcela;
- b) falha do experimentador na coleta dos dados (por exemplo, inclui a produção da bordadura na da área útil da parcela);
- c) extravio da ficha onde estão anotados os dados da parcela;
- d) a parcela apresenta um valor muito discrepante dos demais que não deve ser considerado para efeito de análise;
- e) a parcela apresenta um valor duvidoso.

Já vimos, no capítulo anterior, como devemos proceder para efetuar a análise de um experimento inteiramente casualizado não balanceado.

No caso do delineamento em blocos casualizados com uma parcela perdida, devemos inicialmente calcular uma estimativa da parcela perdida, que nos possibilitará a realização da análise do experimento de uma forma bastante simples, dispensando a utilização de métodos complexos necessários à análise dos dados realmente existentes no experimento (blocos incompletos não balanceados).

Vejam, pois, como devemos proceder para a obtenção da estimativa da parcela perdida. Consideremos um experimento em blocos casualizados com I tratamentos e J blocos, no qual foi perdida a parcela correspondente ao tratamento i no bloco j e denotemos por T, B e G' os totais das parcelas **existentes** no tratamento que teve parcela perdida, no bloco que teve parcela perdida e no experimento, respectivamente. Obtemos, então:

| TRATAMENTOS | BLOCOS         |                |     |                 |     |                | TOTAIS         |
|-------------|----------------|----------------|-----|-----------------|-----|----------------|----------------|
|             | 1              | 2              | ... | j               | ... | J              |                |
| 1           |                |                |     |                 |     |                | T <sub>1</sub> |
| 2           |                |                |     |                 |     |                | T <sub>2</sub> |
| ...         |                |                |     |                 |     |                | ...            |
| i           |                |                |     | x <sub>ij</sub> |     |                | T              |
| ...         |                |                |     |                 |     |                | ...            |
| I           |                |                |     |                 |     |                | T <sub>I</sub> |
| TOTAIS      | B <sub>1</sub> | B <sub>2</sub> | ... | B               | ... | B <sub>J</sub> | G'             |

De acordo com o modelo matemático do delineamento, o valor que deveria ter sido observado na parcela é:

$$x_{ij} = m + t_i + b_j + e_{ij}$$

ou, em termos das estimativas dos parâmetros do modelo:

$$\hat{x}_{ij} = \hat{m} + \hat{t}_i + \hat{b}_j + \hat{e}_{ij}$$

A melhor estimativa da parcela perdida é aquela que considera nulos os efeitos dos fatores não controlados, ou seja,  $\hat{e}_{ij} = 0$ . Logo:

$$\hat{x}_{ij} = \hat{m} + \hat{t}_i + \hat{b}_j$$

Substituindo  $\hat{t}_i$  e  $\hat{b}_j$  por seus valores:

$$\hat{x}_{ij} = \hat{m} + \frac{T_i}{J} - \hat{m} + \frac{B_j}{I} - \hat{m}$$

ou: 
$$\hat{x}_{ij} = \frac{T_i}{J} + \frac{B_j}{I} - \hat{m} = \frac{T_i}{J} + \frac{B_j}{I} - \frac{G}{IJ}$$

Entretanto, pelo quadro de dados, vemos que:

$$T_i = T + \hat{x}_{ij} \quad B_j = B + \hat{x}_{ij} \quad \text{e} \quad G = G' + \hat{x}_{ij}$$

Portanto: 
$$\hat{x}_{ij} = \frac{T + \hat{x}_{ij}}{J} + \frac{B + \hat{x}_{ij}}{I} - \frac{G' + \hat{x}_{ij}}{IJ}$$

ou 
$$IJ\hat{x}_{ij} = I(T + \hat{x}_{ij}) + J(B + \hat{x}_{ij}) - (G' + \hat{x}_{ij})$$

ou ainda 
$$IJ\hat{x}_{ij} = IT + I\hat{x}_{ij} + JB + J\hat{x}_{ij} - G' - \hat{x}_{ij}$$

$$IJ\hat{x}_{ij} - I\hat{x}_{ij} - J\hat{x}_{ij} + \hat{x}_{ij} = IT + JB - G'$$

Colocando  $\hat{x}_{ij}$  em evidência:

$$(IJ - I - J + 1)\hat{x}_{ij} = IT + JB - G'$$

$$[I(J - 1) - (J - 1)]\hat{x}_{ij} = IT + JB - G'$$

$$I - 1 \quad J - 1 \quad \hat{x}_{ij} = IT + JB - G'$$

Logo, a estimativa da parcela perdida é calculada por:

$$\hat{x}_{ij} = \frac{IT \quad JB \quad G'}{(I - 1)(J - 1)}$$

em que:  $I$  = número de tratamentos do experimento;

$T$  = soma das parcelas existentes no tratamento que teve a parcela perdida;

$J$  = número de blocos do experimento;

$B$  = soma das parcelas existentes no bloco que teve a parcela perdida;

$G'$  = soma de todas as parcelas existentes no experimento.

Obtida a estimativa da parcela perdida, completamos o quadro de valores e calculamos as somas de quadrados do modo usual, como se não houvesse parcela perdida. Ao montar o quadro de análise de variância do experimento, devemos lembrar que a parcela perdida foi estimada, o que acarreta a perda de um grau de liberdade para o total e, conseqüentemente, para o resíduo. Portanto, o esquema de análise de variância de um experimento em blocos casualizados com  $I$  tratamentos,  $J$  repetições e uma parcela perdida é:

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L.                 |
|-------------------|----------------------|
| Tratamentos       | $I - 1$              |
| Blocos            | $J - 1$              |
| Resíduo           | $(I - 1)(J - 1) - 1$ |
| Total             | $IJ - 2$             |

Entretanto, devido ao método utilizado para a obtenção da estimativa da parcela perdida, tornamos mínima a soma de quadrados do resíduo, que fica corretamente estimada, porém a soma de quadrados de tratamentos torna-se superestimada, devendo ser corrigida.

Para a correção da soma de quadrados de tratamentos devemos, inicialmente, calcular um fator de correção, denotado por FC ou U, por:

$$FC = U = \frac{I-1}{I} \left( \hat{x}_{ij} - \frac{B}{I-1} \right)^2$$

A soma de quadrados de tratamentos ajustada é obtida subtraindo-se da soma de quadrados de tratamentos calculada o fator de correção, ou seja:

$$S.Q. \text{ Tratamentos (ajustada)} = S.Q. \text{ Tratamentos} - FC$$

Geralmente, essa correção da soma de quadrados de tratamentos influi muito pouco, de forma que, às vezes, pode ser dispensada.

Obtida a análise de variância do experimento, podemos passar a um desdobramento de graus de liberdade de tratamentos ou à aplicação dos testes de comparações de médias.

Quando vamos proceder ao desdobramento de graus de liberdade de tratamentos, o total das somas de quadrados dos componentes do desdobramento será igual à soma de quadrados de tratamentos não ajustada, uma vez que não se faz a correção para cada componente do desdobramento.

Na aplicação dos testes de comparações de médias, as médias dos tratamentos são calculadas dividindo-se o total do tratamento ( $T_i$ ) pelo número de repetições do experimento ( $J$ ), mesmo para o tratamento que teve a parcela perdida estimada. Todas as médias dos tratamentos que não tiveram parcela perdida ( $k$ ) possuem a mesma variância, estimada por:

$$\hat{V}(\hat{m}_k) = \frac{s^2}{J}$$

ao passo que, a média do tratamento que teve a parcela perdida estimada ( $i$ ) apresenta uma variância um pouco maior, estimada por:

$$\hat{V}(\hat{m}_i) = \frac{s^2}{J} + \frac{I}{J(J-1)(I-1)} s^2 \quad \text{ou} \quad \hat{V}(\hat{m}_i) = \left[ \frac{1}{J} + \frac{I}{J(J-1)(I-1)} \right] s^2$$

e, portanto, os erros padrões dessas médias serão estimados por:

$$s(\hat{m}_k) = \frac{s}{\sqrt{J}} \quad \text{e} \quad s(\hat{m}_i) = \sqrt{\left[ \frac{1}{J} + \frac{I}{J(J-1)(I-1)} \right] s^2}$$

**EXEMPLO 4.2** – No Quadro 4.6.1 são apresentados os dados de peso médio dos frutos da macieira do Exemplo 4.1, supondo perdida a parcela correspondente ao tratamento 5 (Testemunha) no bloco 2.

**QUADRO 4.6.1** – Pesos médios dos frutos da macieira, em gramas.

| TRATAMENTOS | BLOCOS |                |       |       | TOTAIS  |
|-------------|--------|----------------|-------|-------|---------|
|             | 1      | 2              | 3     | 4     |         |
| 1           | 142,4  | 144,8          | 145,2 | 138,9 | 571,3   |
| 2           | 139,3  | 137,8          | 144,4 | 130,6 | 552,1   |
| 3           | 140,7  | 134,1          | 136,1 | 144,1 | 555,0   |
| 4           | 150,9  | 135,8          | 137,0 | 136,4 | 560,1   |
| 5           | 153,5  | $\bar{x}_{52}$ | 151,8 | 150,2 | 455,5   |
| TOTAIS      | 726,8  | 552,5          | 714,5 | 700,2 | 2.694,0 |

**1 – Cálculo da estimativa da parcela perdida**

Já vimos que

$$\hat{x}_{ij} = \frac{IT + JB - G'}{(I - 1)(J - 1)}$$

Pelo Quadro 4.6.1,

I = número de tratamentos = 5

T = soma das parcelas do tratamento com parcela perdida = 455,5 g

J = número de blocos = 4

B = soma das parcelas do bloco com parcela perdida = 552,5 g

G' = soma das parcelas existentes = 2.694,0 g

Logo

$$\hat{x}_{52} = \frac{5 \times 455,5 - 4 \times 552,5 + 2.694,0}{4 \times 3} = 149,5 \text{ g}$$

**2 – Cálculo das somas de quadrados**

Calculada a estimativa da parcela perdida, temos

$$G = G' + \hat{x}_{52} = 2.694,0 + 149,5 = 2.843,5 \text{ g}$$

$$T_5 = T + \hat{x}_{52} = 455,5 + 149,5 = 605,0 \text{ g}$$

$$B_2 = B + \hat{x}_{52} = 552,5 + 149,5 = 702,0 \text{ g}$$

Logo

$$C = \frac{G^2}{IJ} = \frac{2.843,5^2}{5 \times 4} = 404.274,61$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 = 142,4^2 + 144,8^2 + \dots + 149,5^2 + \dots + 150,2^2 = 405.091,61$$

$$\text{S.Q. Total} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - C = 817,00$$

$$\text{S.Q. Tratamentos} = \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C = \frac{1}{4} (571,3^2 + 552,1^2 + \dots + 605,0^2) - C = 465,42$$

$$\text{S.Q. Blocos} = \frac{1}{I} \sum_{j=1}^J B_j^2 - C = \frac{1}{5} (726,8^2 + 702,0^2 + \dots + 700,2^2) - C = 91,89$$

$$\text{S.Q. Resíduo} = 817,00 - 465,42 - 91,89 = 259,69$$

**3 – Ajuste da soma de quadrados de tratamentos**

O fator de correção, conforme vimos, é calculado por:

$$FC = \frac{I-1}{I} \left( \hat{x}_{ij} - \frac{B}{I-1} \right)^2 = \frac{4}{5} \left( 149,5 - \frac{552,5}{4} \right)^2 = 103,97$$

e

$$\begin{aligned} \text{S.Q. Tratamentos (ajustada)} &= \text{S.Q. Tratamentos} - FC \\ \text{S.Q. Tratamentos (ajustada)} &= 465,42 - 103,97 = 361,45 \end{aligned}$$

**QUADRO 4.6.2 – Análise de variância com ajuste da soma de quadrados de tratamentos.**

| CAUSA DA VARIAÇÃO       | GL. | S.Q.   | Q.M.  | F                  |
|-------------------------|-----|--------|-------|--------------------|
| Tratamentos (ajustados) | 4   | 361,45 | 90,36 | 3,83*              |
| Blocos                  | 3   | 91,89  | 30,63 | 1,30 <sup>NS</sup> |
| Resíduo                 | 11  | 259,69 | 23,61 | -                  |
| Total                   | 18  | -      | -     | -                  |

**4 – Aplicação do teste de Tukey às médias de tratamentos**

As médias dos tratamentos, calculadas do modo usual, mesmo a do tratamento com parcela perdida são:

$$\begin{aligned} \hat{m}_1 &= 142,8 \text{ g} & \hat{m}_2 &= 138,0 \text{ g} \\ \hat{m}_3 &= 138,8 \text{ g} & \hat{m}_4 &= 140,0 \text{ g} \\ \hat{m}_5 &= 151,3 \text{ g} \end{aligned}$$

Os erros padrões dessas médias são:

$$s(\hat{m}_1) = s(\hat{m}_2) = s(\hat{m}_3) = s(\hat{m}_4) = \frac{s}{\sqrt{J}} = \frac{\sqrt{23,61}}{\sqrt{4}} = 2,4 \text{ g}$$

$$s(\hat{m}_5) = \sqrt{\left[ \frac{1}{J} + \frac{I}{J(J-1)(I-1)} \right] s^2} = \sqrt{\left( \frac{1}{4} + \frac{5}{4 \times 3 \times 4} \right) 23,61} = \sqrt{8,36} = 2,9 \text{ g}$$

A diferença mínima significativa para comparar as médias dos tratamentos sem parcela perdida entre si é:

$$\begin{aligned} \Delta &= q s(\hat{m}_1) & q - 5 \text{ tratamentos e } 11 \text{ g.l. Resíduo} &= 4,57 \\ &4,57 \times 2,4 & &= 11,0 \text{ g} \end{aligned}$$

A diferença mínima significativa para comparar cada média de tratamento sem parcela perdida ( $\hat{m}_k$ ) com a média do tratamento com parcela perdida ( $\hat{m}_i$ ) é:

$$\Delta' = q \sqrt{\frac{1}{2} \hat{V}(\hat{Y})} \quad \text{em que} \quad \hat{Y} = \hat{m}_k - \hat{m}_i$$

Logo

$$\hat{V}(\hat{Y}) = \hat{V}(\hat{m}_k - \hat{m}_i) = c_k^2 \hat{V}(\hat{m}_k) + c_i^2 \hat{V}(\hat{m}_i) = (1)^2 \hat{V}(\hat{m}_k) + (-1)^2 \hat{V}(\hat{m}_i) = \hat{V}(\hat{m}_k) + \hat{V}(\hat{m}_i)$$

ou

$$\hat{V}(\hat{Y}) = \frac{s^2}{J} + \frac{s^2}{J} + \frac{I}{J(J-1)(I-1)} s^2 = \left[ \frac{2}{J} + \frac{I}{J(J-1)(I-1)} \right] s^2$$

ou ainda 
$$\hat{V}(\hat{Y}) = \left( \frac{2}{4} + \frac{5}{4 \times 3 \times 4} \right) 23,61 = 14,26$$

Portanto 
$$\Delta' = 4,57 \sqrt{\frac{1}{2}(14,26)} = 4,57 \times 2,67 = 12,2 \text{ g}$$

Resumindo o teste de Tukey, temos:

$$\hat{m}_5 = 151,2 \text{ g} \quad \mathbf{a}$$

$$\hat{m}_1 = 142,8 \text{ g} \quad \mathbf{ab}$$

$$\hat{m}_4 = 140,0 \text{ g} \quad \mathbf{ab}$$

$$\hat{m}_3 = 138,8 \text{ g} \quad \mathbf{b}$$

$$\hat{m}_2 = 138,0 \text{ g} \quad \mathbf{b}$$

**Conclusão:** médias seguidas de mesma letra não diferem pelo teste de Tukey ( $P > 0,05$ ).

### 5 – Cálculo do coeficiente de variação do experimento

O coeficiente de variação do experimento é calculado por:

$$\text{C.V.} = \frac{100 s}{\hat{m}} \quad s = \sqrt{\text{Q.M. Resíduo}} = \sqrt{23,61} = 4,9 \text{ g}$$

$$\hat{m} = \frac{G}{IJ} = \frac{2.843,5}{20} = 142,2 \text{ g}$$

$$\text{C.V.} = \frac{100 \times 4,9}{142,2} = 3,45\%$$

### 4.7. Blocos com tratamentos repetidos

Nos experimentos em blocos casualizados em que o número de tratamentos é pequeno, para obtermos o número mínimo de parcelas recomendado (20) e o número mínimo de graus de liberdade para o resíduo (10), devemos utilizar muitos blocos. Por exemplo, se tivermos apenas 2 tratamentos, deveremos utilizar pelo menos 11 repetições (blocos), e se utilizarmos 12 repetições, obteremos o **esquema de análise de variância:**

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. |
|-------------------|------|
| Tratamentos       | 1    |
| Blocos            | 11   |
| Resíduo           | 11   |
| Total             | 23   |

Entretanto, se a homogeneidade das parcelas de cada bloco nos permitir, podemos utilizar duas ou mais repetições dos tratamentos dentro de cada bloco, que fica com um número maior de parcelas. Este procedimento permite obter um maior número de graus de liberdade para o resíduo,

com o mesmo número de parcelas. No exemplo com 2 tratamentos, se utilizássemos 3 repetições dos tratamentos por bloco, obteríamos o esquema de análise de variância:

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. |
|-------------------|------|
| Tratamentos       | 1    |
| Blocos            | 3    |
| Resíduo           | 19   |
| Total             | 23   |

Os 19 graus de liberdade do resíduo poderiam ser desdobrados da seguinte forma:

|                             |         |
|-----------------------------|---------|
| Repetições dentro de blocos | 8 g.l.  |
| Erro experimental           | 11 g.l. |

Porém, esse desdobramento não tem interesse prático, de forma que podemos trabalhar com o resíduo com 19 graus de liberdade.

A designação dos tratamentos às parcelas é feita de forma casual dentro de cada bloco, isto é, procedemos como se tivéssemos 6 tratamentos e efetuássemos suas casualizações dentro de cada bloco. Deste modo, poderíamos obter, por exemplo, a seguinte constituição para os blocos:

| 1º BLOCO       | 2º BLOCO       | 3º BLOCO       | 4º BLOCO       |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A <sub>2</sub> | B <sub>2</sub> | A <sub>1</sub> | B <sub>1</sub> |
| B <sub>1</sub> | B <sub>3</sub> | B <sub>3</sub> | A <sub>3</sub> |
| B <sub>3</sub> | A <sub>3</sub> | B <sub>1</sub> | A <sub>2</sub> |
| A <sub>3</sub> | B <sub>1</sub> | A <sub>3</sub> | B <sub>3</sub> |
| A <sub>1</sub> | A <sub>2</sub> | B <sub>2</sub> | B <sub>2</sub> |
| B <sub>2</sub> | A <sub>1</sub> | A <sub>2</sub> | A <sub>1</sub> |

Para ilustrar a obtenção da análise e a interpretação dos resultados obtidos, vamos utilizar o Exemplo 4.3.

**EXEMPLO 4.3** – No trabalho “Estudo comparativo entre diferentes métodos de semeadura na cultura do mamoeiro”, realizado em Jaboticabal – SP, Ruiz (1977) utilizou os tratamentos:

- A – Semeadura direta no campo;
- B – Semeadura em recipientes a pleno sol;
- C – Semeadura em recipientes no ripado.

Cada tratamento foi repetido 2 vezes em cada um dos 4 blocos. No Quadro 4.7.1 são apresentados os dados obtidos para as alturas médias das plantas.

**QUADRO 4.7.1** – Alturas médias das plantas do mamoeiro, em cm, aos 147 dias após a semeadura.

| BLOCOS | TRATAMENTOS |       |       |      |       |      | TOTAIS  |
|--------|-------------|-------|-------|------|-------|------|---------|
|        | A           |       | B     |      | C     |      |         |
| 1      | 136,1       | 105,3 | 79,8  | 77,9 | 64,0  | 77,1 | 540,2   |
| 2      | 98,8        | 86,8  | 56,3  | 64,4 | 59,5  | 55,8 | 421,6   |
| 3      | 108,8       | 109,7 | 66,9  | 62,1 | 65,2  | 66,1 | 478,8   |
| 4      | 92,4        | 70,5  | 43,8  | 36,3 | 61,9  | 43,7 | 348,6   |
| TOTAIS | 808,4       |       | 487,5 |      | 493,3 |      | 1.789,2 |



$$\hat{m}_A = \frac{808,4}{8} = 101,1 \text{ cm}$$

$$\hat{m}_B = \frac{487,5}{8} = 60,9 \text{ cm}$$

$$\hat{m}_C = \frac{493,3}{8} = 61,7 \text{ cm}$$

com um erro padrão de

$$s(\hat{m}) = \frac{s}{\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{Q.M. \text{ Resíduo}}}{\sqrt{JK}} = \frac{\sqrt{84,03}}{\sqrt{8}} = 3,2 \text{ cm}$$

O valor da diferença mínima significativa pelo teste de Tukey é calculado por:

$$\Delta = q s(\hat{m})$$

$$q - \text{para 3 tratamentos e 18 g.l. Resíduo} = 3,61$$

$$\text{Logo: } \Delta = 3,61 \times 3,2 = 11,6 \text{ cm}$$

O resumo do teste de Tukey no nível de 5% de probabilidade é:

$$\hat{m}_A = 101,1 \text{ cm} \quad \mathbf{a}$$

$$\hat{m}_C = 61,7 \text{ cm} \quad \mathbf{b}$$

$$\hat{m}_B = 60,9 \text{ cm} \quad \mathbf{b}$$

**Conclusões:** no presente trabalho, constatamos que, para a altura média das plantas de mamoeiro aos 147 dias após a semeadura, é aconselhável fazer o plantio direto no campo (Tratamento A) e que o ripado não possui influência sobre o desenvolvimento em altura das plantas do mamoeiro.



## 5. EXPERIMENTOS FATORIAIS

### 5.1. Introdução

Nos experimentos mais simples, comparamos tratamentos de apenas um tipo ou fator, permanecendo constantes os demais fatores. Assim, nesses experimentos, quando comparamos, por exemplo, inseticidas, todos os demais fatores, como: variedades, densidades de plantio, época de plantio, adubações, tratos culturais etc., devem ser mantidos constantes, isto é, devem ser os mesmos para todos os inseticidas estudados.

Entretanto, existem casos em que vários fatores devem ser estudados simultaneamente, para que possam nos conduzir a resultados de interesse. Para tanto, utilizamo-nos dos **experimentos fatoriais**, que são aqueles nos quais são estudados, ao mesmo tempo, os efeitos de dois ou mais tipos de tratamentos ou **fatores**.

Cada subdivisão de um fator é denominada **nível do fator** e os tratamentos nos experimentos fatoriais consistem de todas as combinações possíveis entre os diversos fatores, nos seus diferentes níveis.

Assim, por exemplo:

1º) Podemos, num experimento fatorial, estudar os efeitos de 3 Variedades ( $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$ ) e 4 Espaçamentos ( $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  e  $E_4$ ). Então, teremos um fatorial  $3 \times 4$ , com os 12 tratamentos, que são todas as combinações possíveis entre os 3 níveis do fator Variedades e os 4 níveis do fator Espaçamentos:

|          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|
| $V_1E_1$ | $V_1E_2$ | $V_1E_3$ | $V_1E_4$ |
| $V_2E_1$ | $V_2E_2$ | $V_2E_3$ | $V_2E_4$ |
| $V_3E_1$ | $V_3E_2$ | $V_3E_3$ | $V_3E_4$ |

2º) Podemos estudar os efeitos de 2 níveis do fator Nitrogênio ( $N_0$  e  $N_1$ ), combinados com 2 níveis do fator Potássio ( $K_0$  e  $K_1$ ), num experimento fatorial  $2 \times 2$ , com os 4 tratamentos:

$N_0K_0$  = sem Nitrogênio, sem Potássio

$N_0K_1$  = sem Nitrogênio, com Potássio

$N_1K_0$  = com Nitrogênio, sem Potássio

$N_1K_1$  = com Nitrogênio, com Potássio

3º) Podemos estudar os efeitos de 3 níveis do fator Espécies ( $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$ ), associados a 2 níveis do fator Adubações ( $A_0$  e  $A_1$ ) e a 2 níveis do fator Calagens ( $C_1$  e  $C_2$ ). Temos, então, um fatorial  $3 \times 2 \times 2$ , com os 12 tratamentos:

|             |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $E_1A_0C_1$ | $E_1A_0C_2$ | $E_1A_1C_1$ | $E_1A_1C_2$ |
| $E_2A_0C_1$ | $E_2A_0C_2$ | $E_2A_1C_1$ | $E_2A_1C_2$ |
| $E_3A_0C_1$ | $E_3A_0C_2$ | $E_3A_1C_1$ | $E_3A_1C_2$ |

Embora este exemplo também tenha 12 tratamentos (como o 1º exemplo), a maneira de analisá-lo é diferente da maneira de analisar o 1º exemplo.

Os experimentos fatoriais não constituem um delineamento experimental, mas sim um **esquema** de arranjo dos tratamentos, que deverão ser distribuídos num delineamento inteiramente casualizado, em blocos casualizados etc.

Os experimentos fatoriais nos permitem tirar conclusões mais amplas. Assim, no 1º exemplo, podemos comparar os efeitos das 3 Variedades, os efeitos dos 4 Espaçamentos e, ainda, como se comportam as 3 Variedades em cada Espaçamento, ou como se comportam os 4 Espaçamentos em cada Variedade, tudo isso com um único experimento.

Para isso, devemos, inicialmente, fazer uma análise de variância preliminar, de acordo com o delineamento utilizado para distribuir os tratamentos e, em seguida, devemos desdobrar os graus de liberdade de tratamentos, de acordo com o esquema fatorial utilizado, com a finalidade de estudarmos os efeitos principais dos fatores e os efeitos das interações entre os fatores.

Vejamos o que representa cada um desses efeitos.

Vamos considerar um fatorial 2 x 2, com os fatores: Adubo (A) e Calcário (C), nos níveis:

Adubo:  $A_0$  = sem adubo

$A_1$  = com adubo

Calcário:  $C_0$  = sem calcário

$C_1$  = com calcário

Sejam os dados seguintes os resultados de produção obtidos para os 4 tratamentos:

$A_0C_0$ : sem adubo, sem calcário = 14

$A_0C_1$ : sem adubo, com calcário = 23

$A_1C_0$ : com adubo, sem calcário = 32

$A_1C_1$ : com adubo, com calcário = 53

Reunindo esses dados num quadro auxiliar, fica:

|             | $C_0$ | $C_1$ | Totais de A |
|-------------|-------|-------|-------------|
| $A_0$       | 14    | 23    | 37          |
| $A_1$       | 32    | 53    | 85          |
| Totais de C | 46    | 76    | 122         |

**a) Efeito simples de um fator:** é uma medida da variação que ocorre com a característica em estudo (por exemplo: produção), correspondente à variação nos níveis desse fator, em cada um dos níveis do outro fator.

Então:

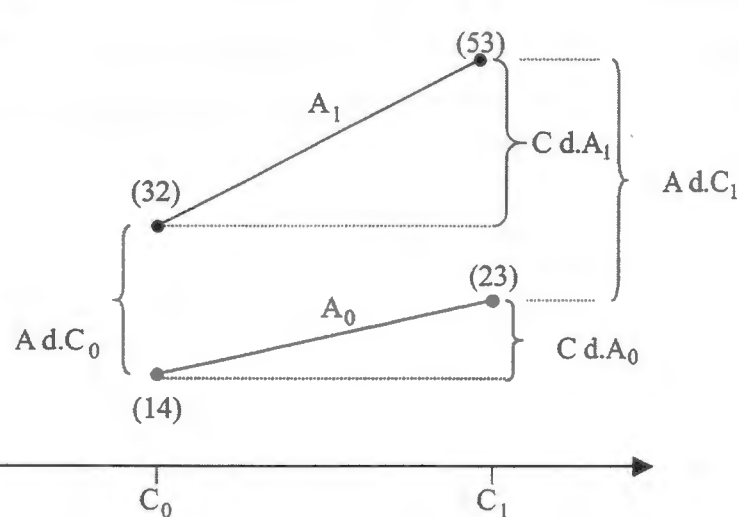
Efeito simples de Adubo na ausência de Calcário: A d.  $C_0 = A_1C_0 - A_0C_0 = 32 - 14 = 18$

Efeito simples de Adubo na presença de Calcário: A d.  $C_1 = A_1C_1 - A_0C_1 = 53 - 23 = 30$

Efeito simples de Calcário na ausência de Adubo: C d.  $A_0 = A_0C_1 - A_0C_0 = 23 - 14 = 9$

Efeito simples de Calcário na presença de Adubo: C d.  $A_1 = A_1C_1 - A_1C_0 = 53 - 32 = 21$

**Graficamente:**



**b) Efeito principal de um fator:-** é uma medida da variação que ocorre com a característica em estudo (por exemplo: produção), correspondente à variação nos níveis desse fator, em média de todos os níveis do outro fator.

O efeito principal de um fator é a média dos efeitos simples desse fator, isto é:

$$\text{Efeito principal de A} = \frac{\text{Ad.C}_0 + \text{Ad.C}_1}{2} = \frac{18 + 30}{2} = 24$$

$$\text{Efeito principal de C} = \frac{\text{Cd.A}_0 + \text{Cd.A}_1}{2} = \frac{9 + 21}{2} = 15$$

Outra forma de calcularmos o efeito principal de A é:

$$\text{Efeito principal de A} = \frac{\text{Ad.C}_0 + \text{Ad.C}_1}{2} = \frac{A_1C_0 - A_0C_0 + A_1C_1 - A_0C_1}{2}$$

$$\text{Efeito principal de A} = \frac{(A_1C_0 + A_1C_1) - (A_0C_0 + A_0C_1)}{2} = \frac{A_1 - A_0}{2} = \frac{35 - 11}{2} = 12$$

Analogamente:

$$\text{Efeito principal de C} = \frac{C_1 - C_0}{2} = \frac{76 - 46}{2} = 15$$

**c) Efeito da interação entre dois fatores:-** é uma medida da variação que ocorre com a característica em estudo (por exemplo: produção), correspondente à variação nos níveis de um fator, ao passar de um nível a outro do outro fator.

O efeito da interação entre dois fatores é um efeito adicional devido à ação conjunta dos fatores.

O efeito da interação entre os fatores A e C é:

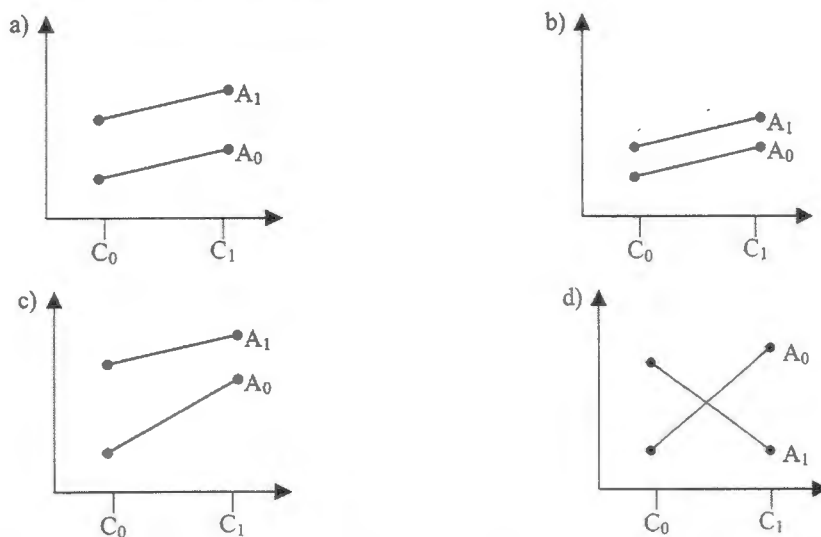
$$\text{Efeito da interação A x C} = \frac{\text{Ad.C}_1 - \text{Ad.C}_0}{2} = \frac{30 - 18}{2} = 6$$

$$\text{Efeito da interação C x A} = \frac{\text{Cd.A}_1 - \text{Cd.A}_0}{2} = \frac{21 - 9}{2} = 6$$

Vemos, então, que tanto faz calcular a Interação A x C como a Interação C x A.

Examinando o quadro auxiliar, já podemos ter uma indicação da existência ou não da interação. Devemos observar como o Adubo se comporta na ausência de C (A d.  $C_0$ ) e na presença de C (A d.  $C_1$ ), e como o Calcário se comporta na ausência de A (C d.  $A_0$ ) e na presença de A (C d.  $A_1$ ). Se o comportamento for o mesmo, tanto na ausência como na presença, não se constata a interação.

Graficamente, podemos considerar:



Nos casos a e b não há interação.

No caso c existe uma interação devida à diferença na grandeza da resposta.

No caso d existe uma interação devida à diferença na direção da resposta.

Quando não há interação, ocorre um paralelismo entre as retas.

A interação ocorre devido a um sinergismo entre os fatores (interação positiva) ou devido a um antagonismo entre os fatores (interação negativa).

### Casualização dos tratamentos:

Um experimento fatorial  $2 \times 3$ , com 2 níveis de Calagem ( $C_0$  e  $C_1$ ) e 3 níveis de Adubação ( $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$ ) poderia ter a seguinte casualização, se fosse instalado, por exemplo, em 4 blocos ao acaso:

| 1º Bloco | 2º Bloco | 3º Bloco | 4º Bloco |
|----------|----------|----------|----------|
| $C_1A_1$ | $C_1A_3$ | $C_0A_2$ | $C_0A_1$ |
| $C_0A_2$ | $C_1A_2$ | $C_1A_1$ | $C_0A_3$ |
| $C_1A_2$ | $C_0A_1$ | $C_1A_2$ | $C_1A_2$ |
| $C_1A_3$ | $C_1A_1$ | $C_0A_3$ | $C_1A_1$ |
| $C_0A_1$ | $C_0A_3$ | $C_1A_3$ | $C_0A_2$ |
| $C_0A_3$ | $C_0A_2$ | $C_0A_1$ | $C_1A_3$ |

**Esquema de análise de variância preliminar:**

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. |
|-------------------|------|
| Tratamentos       | 5    |
| Blocos            | 3    |
| Resíduo           | 15   |
| Total             | 23   |

Os graus de liberdade de tratamentos devem ser desdobrados de acordo com o esquema fatorial 2 x 3, ficando:

|                         |                 |        |
|-------------------------|-----------------|--------|
|                         | Calagens (C)    | 1 g.l. |
| Tratamentos ... 5 g.l.: | Adubações (A)   | 2 g.l. |
|                         | Interação C x A | 2 g.l. |

**Esquema de análise de variância com desdobramento dos graus de liberdade de tratamentos, de acordo com o esquema fatorial 2 x 3:**

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. |
|-------------------|------|
| Calagens (C)      | 1    |
| Adubações (A)     | 2    |
| Interação C x A   | 2    |
| (Tratamentos)     | (5)  |
| Blocos            | 3    |
| Resíduo           | 15   |
| Total             | 23   |

As principais **vantagens** dos experimentos fatoriais em relação aos experimentos simples são:

a) Com um único experimento, podemos estudar os efeitos simples e principais dos fatores e os efeitos das interações entre eles;

b) Todas as parcelas são utilizadas no cálculo dos efeitos principais dos fatores e dos efeitos das interações, razão pela qual o número de repetições, para o cálculo das médias dos níveis dos fatores, é elevado.

As principais **desvantagens** são:

a) Sendo os tratamentos constituídos por **todas** as combinações possíveis entre os níveis dos diversos fatores, o número de tratamentos aumenta muito, e, muitas vezes, não podemos distribuí-los em blocos completos casualizados, devido à exigência de homogeneidade dentro de cada bloco. Isso nos obriga a utilizar a técnica do confundimento e a trabalhar com blocos incompletos equilibrados, o que leva a algumas complicações na análise estatística;

b) A análise estatística é mais trabalhosa que nos experimentos simples, e a interpretação dos resultados se torna mais difícil à medida que aumentamos o número de níveis e de fatores (principalmente) no experimento.

## 5.2. Análise e interpretação de um experimento fatorial com dois fatores

### 5.2.1. Com interação não significativa

**EXEMPLO 5.1** - Vamos considerar os dados de um experimento, em blocos casualizados, no esquema fatorial 3 x 3, em que foram estudados os efeitos de 3 Peneiras comerciais, associadas a 3 Densidades de plantio, na produtividade do amendoim (*Arachis hypogaea* L.) variedade Tatu V 53.

As Peneiras comerciais (P) e as Densidades de plantio (D) estudadas foram:

$P_1$  = peneira 18 (crivos circulares com diâmetro de 18/64 polegada)

$P_2$  = peneira 20 (crivos circulares com diâmetro de 20/64 polegada)

$P_3$  = peneira 22 (crivos circulares com diâmetro de 22/64 polegada)

$D_1$  = 10 plantas por metro linear

$D_2$  = 15 plantas por metro linear

$D_3$  = 20 plantas por metro linear

O ensaio constou de 3 blocos, num total de 27 parcelas, cada uma com 4 linhas de 7 metros de comprimento, espaçadas de 0,50 m, com uma área de 14 m<sup>2</sup> por parcela. As duas linhas externas de cada parcela, e 1 m de cada rua, foram considerados como bordadura, fazendo-se as avaliações apenas nas duas linhas centrais, o que resultou numa área útil de 6 m<sup>2</sup> por parcela.

Uma das características estudadas foi a produção média de amendoim em vagem, por planta, cujos dados, em gramas, são apresentados no Quadro 5.2.1.

**QUADRO 5.2.1** - Dados de produção média de amendoim em vagem (g) por planta.

| TRATAMENTOS   | BLOCOS |       |       | TOTAIS |
|---------------|--------|-------|-------|--------|
|               | 1      | 2     | 3     |        |
| 1 - $P_1 D_1$ | 11,82  | 12,03 | 12,55 | 36,40  |
| 2 - $P_1 D_2$ | 12,34  | 14,08 | 12,13 | 38,55  |
| 3 - $P_1 D_3$ | 13,41  | 12,98 | 13,35 | 39,74  |
| 4 - $P_2 D_1$ | 6,97   | 10,26 | 9,02  | 26,25  |
| 5 - $P_2 D_2$ | 8,96   | 9,02  | 9,84  | 27,82  |
| 6 - $P_2 D_3$ | 8,48   | 9,66  | 8,50  | 26,64  |
| 7 - $P_3 D_1$ | 7,53   | 7,67  | 7,81  | 23,01  |
| 8 - $P_3 D_2$ | 6,71   | 7,87  | 9,49  | 24,07  |
| 9 - $P_3 D_3$ | 7,82   | 9,44  | 9,37  | 26,63  |
| TOTAIS        | 84,04  | 93,01 | 92,06 | 269,11 |

Inicialmente, devemos proceder à análise de variância preliminar, que é a análise comum de um experimento em blocos casualizados, com 9 tratamentos e 3 blocos:

$$C = \frac{G^2}{IJ} = \frac{269,11^2}{9 \times 3} = 2.682,2293$$

$$S.Q. \text{ Total} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - C$$

$$S.Q. \text{ Total} = (11,82^2 + 12,03^2 + \dots + 9,37^2) - C = 2.808,8881 - C = 126,6588$$

$$S.Q. \text{ Blocos} = \frac{1}{I} \sum_{j=1}^J B_j^2 - C$$

$$S.Q. \text{ Blocos} = \frac{1}{9} (84,04^2 + 93,01^2 + 92,06^2) - C = 5,3957$$

$$S.Q. \text{ Tratamentos} = \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C$$

$$S.Q. \text{ Tratamentos} = \frac{1}{3} (36,40^2 + 38,55^2 + \dots + 26,63^2) - C = 111,4428$$

A análise de variância preliminar é apresentada no Quadro 5.2.2.

**QUADRO 5.2.2** - Análise de variância preliminar do experimento.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. | S.Q.     | Q.M.    | F       |
|-------------------|-----|----------|---------|---------|
| Tratamentos       | 8   | 111,4428 | 13,9304 | 22,70** |
| Blocos            | 2   | 5,3957   | 2,6979  | 4,40*   |
| Resíduo           | 16  | 9,8203   | 0,6138  | -       |
| Total             | 26  | 126,6588 | -       | -       |

Valores de F da tabela:

|             |                         |            |
|-------------|-------------------------|------------|
| Tratamentos | 8 x 16 g.l.: {5% = 2,59 | 1% = 3,89} |
| Blocos      | 2 x 16 g.l.: {5% = 3,63 | 1% = 6,23} |

Para Tratamentos, verificamos que o teste é significativo ( $P < 0,01$ ), indicando que os tratamentos apresentam efeitos diferentes sobre a produção média de amendoim em vagem, por planta.

Devemos proceder ao desdobramento dos 8 graus de liberdade de tratamentos, para estudar os efeitos de: Peneiras (P); Densidades (D) e da Interação P x D, da seguinte forma:

|                        |                                |
|------------------------|--------------------------------|
| Tratamentos ... 8 g.l. | - Peneiras (P) ..... 2 g.l.    |
|                        | - Densidades (D) ..... 2 g.l.  |
|                        | - Interação P x D ..... 4 g.l. |

Para o cálculo das somas de quadrados correspondentes aos efeitos principais dos fatores e à interação entre eles, devemos organizar um quadro auxiliar, relacionando os níveis dos 2 fatores:

| (3)            | D <sub>1</sub> | D <sub>2</sub> | D <sub>3</sub> | TOTAIS DE P |
|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| P <sub>1</sub> | 36,40          | 38,55          | 39,74          | 114,69      |
| P <sub>2</sub> | 26,25          | 27,82          | 26,64          | 80,71       |
| P <sub>3</sub> | 23,01          | 24,07          | 26,63          | 73,71       |
| TOTAIS DE D    | 85,66          | 90,44          | 93,01          | 269,11      |

Os valores internos do quadro auxiliar são totais de 3 parcelas, que são as repetições do experimento, o que indicamos na primeira coluna do quadro, entre parênteses.

Dessa forma, os totais de Peneiras e de Densidades são totais de 9 parcelas. Logo:

$$\text{S.Q. Peneiras} = \frac{1}{9}(114,69^2 + 80,71^2 + 73,71^2) - C = 106,7778$$

$$\text{S.Q. Densidades} = \frac{1}{9}(85,66^2 + 90,44^2 + 93,01^2) - C = 3,0917$$

Para o cálculo da soma de quadrados da Interação P x D, devemos, inicialmente, calcular a soma de quadrados do efeito conjunto de Peneiras e Densidades, denotada por S.Q. P, D e calculada com os valores internos do quadro auxiliar, provenientes de 3 parcelas cada. Logo:

$$\text{S.Q. P, D} = \frac{1}{3}(36,40^2 + 38,55^2 + \dots + 26,63^2) - C = 111,4428$$

Mas:

$$\text{S.Q. P, D} = \text{S.Q. P} + \text{S.Q. D} + \text{S.Q. P x D}$$

Então:

$$\text{S.Q. P x D} = \text{S.Q. P, D} - \text{S.Q. P} - \text{S.Q. D}$$

$$\text{S.Q. P x D} = 111,4428 - 106,7778 - 3,0917 = 1,5733$$

**Observação:** Nos experimentos fatoriais com dois fatores, a soma de quadrados do efeito conjunto é sempre igual à soma de quadrados de tratamentos.

$$\text{S.Q. P, D} = \text{S.Q. Tratamentos}$$

Então:

$$\text{S.Q. P x D} = \text{S.Q. Tratamentos} - \text{S.Q. P} - \text{S.Q. D}$$

A análise de variância, com desdobramento dos graus de liberdade de tratamentos de acordo com o esquema fatorial 3 x 3, é apresentada no Quadro 5.2.3.

As hipóteses da nulidade para este experimento são:

**Peneiras (P)** H<sub>0</sub>: As 3 Peneiras apresentam efeitos semelhantes sobre a produção média de vagens por planta.

**Densidades (D)** H<sub>0</sub>: As 3 Densidades apresentam efeitos semelhantes sobre a produção média de vagens por planta.

**Interação P x D** H<sub>0</sub>: Os fatores Peneiras e Densidades agem de modo independente sobre a produção média de vagens por planta.

**QUADRO 5.2.3** - Análise de variância de acordo com o esquema fatorial 3 x 3.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. | S.Q.       | Q.M.    | F                  |
|-------------------|------|------------|---------|--------------------|
| Peneiras (P)      | 2    | 106,7778   | 53,3889 | 86,98**            |
| Densidades (D)    | 2    | 3,0917     | 1,5459  | 2,52 <sup>NS</sup> |
| Interação P x D   | 4    | 1,5733     | 0,3933  | 0,64 <sup>NS</sup> |
| (Tratamentos)     | (8)  | (111,4428) | -       | -                  |
| Blocos            | 2    | 5,3957     | 2,6979  | 4,40*              |
| Resíduo           | 16   | 9,8203     | 0,6138  | -                  |
| Total             | 26   | 126,6588   | -       | -                  |

Valores de F da tabela: Peneiras (P) e Densidades (D) 2 x 16 g.l.: {5% = 3,63 1% = 6,23}  
 Interação P x D 4 x 16 g.l.: {5% = 3,01 1% = 4,77}

**Conclusões:****a) Interação P x D**

O teste não foi significativo ( $P > 0,05$ ). Não rejeitamos  $H_0$ . Logo, os efeitos das Peneiras sobre a produção média de amendoim em vagem por planta, independem da Densidade (ou vice-versa).

**b) Peneiras (P)**

O teste foi significativo ( $P < 0,01$ ). Rejeitamos  $H_0$ . Logo, as Peneiras apresentam efeitos diferentes sobre a produção média de vagens por planta.

**c) Densidades (D)**

O teste não foi significativo ( $P > 0,05$ ). Não rejeitamos  $H_0$ . Logo, as Densidades apresentam efeitos semelhantes sobre a produção média de vagens por planta.

**Médias dos níveis dos fatores e erro padrão das médias**

Peneiras (P):

$$\bar{P}_1 = \frac{114,69}{9} = 12,74 \text{ g} \quad \bar{P}_2 = \frac{80,71}{9} = 8,97 \text{ g} \quad \bar{P}_3 = \frac{73,71}{9} = 8,19 \text{ g}$$

$$s(\hat{m}_P) = \frac{s}{\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{0,6138}}{\sqrt{9}} = \frac{0,78}{3} = 0,26 \text{ g}$$

Teste de Tukey para médias de Peneiras:

$$\Delta = q \frac{s}{\sqrt{r}} = q s(\hat{m}_P) \quad q \rightarrow 3 \text{ níveis de P x 16 g.l. resíduo a 5\%} = 3,65$$

$$\Delta \quad 3,65 \times 0,26 \quad 0,95 \text{ g}$$

|             |          | $\bar{P}_1$ | $\bar{P}_2$ | $\bar{P}_3$        |
|-------------|----------|-------------|-------------|--------------------|
| $\bar{P}_1$ | <b>a</b> | -           | 3,77*       | 4,55*              |
| $\bar{P}_2$ | <b>b</b> | -           | -           | 0,78 <sup>NS</sup> |
| $\bar{P}_3$ | <b>b</b> | -           | -           | -                  |

A média de produção de amendoim em vagem, por planta, obtida para  $P_1$  (Peneira 18) é significativamente superior às obtidas para  $P_2$  (Peneira 20) e  $P_3$  (Peneira 22), que, no entanto, não diferem entre si.

Densidades (D):

$$\bar{D}_1 = \frac{85,66}{9} = 9,52 \text{ g}$$

$$\bar{D}_2 = \frac{90,44}{9} = 10,05 \text{ g}$$

$$\bar{D}_3 = \frac{93,01}{9} = 10,33 \text{ g}$$

$$s(\hat{m}_D) = 0,26 \text{ g}$$

Vamos aplicar o teste de Tukey às médias de Densidades, apenas para ilustração:

$$\Delta = q s(\hat{m}_D) = 3,65 \times 0,26 = 0,95 \text{ g}$$

|             |   | $\bar{D}_3$ | $\bar{D}_2$        | $\bar{D}_1$        |
|-------------|---|-------------|--------------------|--------------------|
| $\bar{D}_3$ | a | -           | 0,28 <sup>NS</sup> | 0,81 <sup>NS</sup> |
| $\bar{D}_2$ | a | -           | -                  | 0,53 <sup>NS</sup> |
| $\bar{D}_1$ | a | -           | -                  | -                  |

Confirma-se, portanto, que as médias de produção de amendoim em vagem, por planta, obtidas para as 3 Densidades, não diferem ( $P > 0,05$ ).

**Coefficiente de Variação:**

$$C.V. = 100 \frac{s}{\hat{m}}$$

$$s = \sqrt{Q.M. Res} = \sqrt{0,6138} = 0,78 \text{ g}$$

$$\hat{m} = \frac{269,11}{27} = 9,97 \text{ g}$$

$$C.V. = 100 \frac{0,78}{9,97} = 7,82\%$$

### 5.2.2. Com interação significativa

**EXEMPLO 5.2** - Vamos considerar os dados de um experimento inteiramente casualizado, com 4 repetições, no esquema fatorial  $3 \times 2$ , para testar os efeitos de 3 Recipientes ( $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ ) para produção de mudas e 2 Espécies de eucalyptos ( $E_1$  e  $E_2$ ), quanto ao desenvolvimento das mudas.

Os Recipientes e as Espécies testados foram:

$R_1$  = saco plástico pequeno

$R_2$  = saco plástico grande

$R_3$  = laminado

$E_1$  = *Eucalyptus citriodora*

$E_2$  = *Eucalyptus grandis*

As alturas médias das mudas, em cm, aos 80 dias de idade são apresentadas no Quadro 5.2.4.

**QUADRO 5.2.4** - Alturas das mudas, em cm, aos 80 dias de idade.

| TRATAMENTOS                       | REPETIÇÕES |      |      |      | TOTAIS |
|-----------------------------------|------------|------|------|------|--------|
|                                   | 1          | 2    | 3    | 4    |        |
| 1 - R <sub>1</sub> E <sub>1</sub> | 26,2       | 26,0 | 25,0 | 25,4 | 102,6  |
| 2 - R <sub>1</sub> E <sub>2</sub> | 24,8       | 24,6 | 26,7 | 25,2 | 101,3  |
| 3 - R <sub>2</sub> E <sub>1</sub> | 25,7       | 26,3 | 25,1 | 26,4 | 103,5  |
| 4 - R <sub>2</sub> E <sub>2</sub> | 19,6       | 21,1 | 19,0 | 18,6 | 78,3   |
| 5 - R <sub>3</sub> E <sub>1</sub> | 22,8       | 19,4 | 18,8 | 19,2 | 80,2   |
| 6 - R <sub>3</sub> E <sub>2</sub> | 19,8       | 21,4 | 22,8 | 21,3 | 85,3   |
|                                   |            |      |      |      | 551,2  |

**Observação:** os dados foram adaptados do trabalho: "Métodos de produção de mudas de eucalipto", realizado por Simões (1970).

Inicialmente, devemos proceder à análise de variância preliminar, que é a análise comum de um experimento inteiramente casualizado, com 6 tratamentos e 4 repetições:

$$C = \frac{G^2}{I J} = \frac{551,2^2}{6 \times 4} = 12.659,23$$

$$S.Q. \text{ Total} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - C$$

$$S.Q. \text{ Total} = (26,2^2 + 26,0^2 + \dots + 21,3^2) - C = 12.858,02 - C = 198,79$$

$$S.Q. \text{ Tratamentos} = \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I T_i^2 - C$$

$$S.Q. \text{ Tratamentos} = \frac{1}{4} (102,6^2 + 101,3^2 + \dots + 85,3^2) - C = 175,70$$

A análise de variância preliminar é apresentada no Quadro 5.2.5.

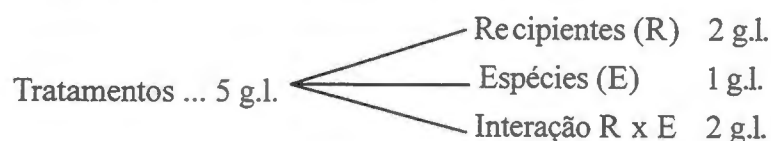
**QUADRO 5.2.5** - Análise de variância preliminar dos dados de alturas das mudas aos 80 dias.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. | S.Q.   | Q.M.  | F       |
|-------------------|-----|--------|-------|---------|
| Tratamentos       | 5   | 175,70 | 35,14 | 27,45** |
| Resíduo           | 18  | 23,09  | 1,28  | -       |
| Total             | 23  | 198,79 | -     | -       |

Valores de F da tabela: 5 x 18 g.l.: {5% = 2,77      1% = 4,25}

Verificamos que o teste é significativo a 1% de probabilidade, indicando que os tratamentos apresentam efeitos diferentes sobre as alturas das mudas.

Devemos proceder ao desdobramento dos 5 graus de liberdade de Tratamentos, para estudar os efeitos de Recipientes (R), de Espécies (E) e da Interação R x E, da seguinte forma:



Para o cálculo das somas de quadrados correspondentes aos efeitos principais dos fatores e à interação entre eles, devemos organizar o quadro auxiliar, que relaciona os níveis dos dois fatores:

| (4)            | R <sub>1</sub> | R <sub>2</sub> | R <sub>3</sub> | TOTAIS DE E |
|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| E <sub>1</sub> | 102,6          | 103,5          | 80,2           | 286,3       |
| E <sub>2</sub> | 101,3          | 78,3           | 85,3           | 264,9       |
| TOTAIS DE R    | 203,9          | 181,8          | 165,5          | 551,2       |

$$S.Q. R = \frac{1}{8} (203,9^2 + 181,8^2 + 165,5^2) - C = 92,86$$

$$S.Q. E = \frac{1}{12} (286,3^2 + 264,9^2) - C = 19,08$$

$$S.Q. R \times E = S.Q. R, E - S.Q. R - S.Q. E$$

Como se trata de um fatorial com dois fatores, já vimos que:

$$S.Q. R, E = S.Q. \text{ Tratamentos}$$

Então:

$$S.Q. R \times E = S.Q. \text{ Tratamentos} - S.Q. R - S.Q. E$$

$$S.Q. R \times E = 175,70 - 92,86 - 19,08 = 63,76$$

A análise de variância com desdobramento dos graus de liberdade de tratamentos, de acordo com o esquema fatorial 3 x 2, é apresentada no Quadro 5.2.6.

**QUADRO 5.2.6** - Análise de variância de acordo com o esquema fatorial 3 x 2.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL  | S.Q.     | Q.M.  | F       |
|-------------------|-----|----------|-------|---------|
| Recipientes (R)   | 2   | 92,86    | 46,43 | 36,27** |
| Espécies (E)      | 1   | 19,08    | 19,08 | 14,91** |
| Interação R x E   | 2   | 63,76    | 31,88 | 24,91** |
| (Tratamentos)     | (5) | (175,70) | -     | -       |
| Resíduo           | 18  | 23,09    | 1,28  | -       |
| Total             | 23  | 198,79   | -     | -       |

Valores de F da tabela:

|                                     |              |            |            |
|-------------------------------------|--------------|------------|------------|
| - Recipientes (R) e Interação R x E | 2 x 18 g.l.: | {5% = 3,55 | 1% = 6,01} |
| - Espécies (E)                      | 1 x 18 g.l.: | {5% = 4,41 | 1% = 8,29} |

Verificamos que o teste F para a Interação R x E foi significativo ( $P < 0,01$ ), indicando existir uma dependência entre os efeitos dos fatores Recipientes (R) e Espécies (E).

Então, as conclusões que poderíamos tirar para os efeitos principais de Recipientes (R) e de Espécies (E) ficam prejudicadas, pois:

- os efeitos dos Recipientes dependem da Espécie utilizada; ou
- os efeitos das Espécies dependem do Recipiente utilizado.

Então, devemos proceder ao desdobramento da Interação R x E, o que pode ser feito de duas maneiras: a) para estudar o comportamento das Espécies dentro de cada Recipiente; b) para estudar o comportamento dos Recipientes dentro de cada Espécie.

#### a) Desdobramento da Interação R x E para estudar o comportamento das Espécies dentro de cada Recipiente

$$\text{S.Q. Espécies d. R}_1 = \frac{1}{4} (102,6^2 + 101,3^2) - \frac{203,9^2}{8} = 0,21$$

$$\text{S.Q. Espécies d. R}_2 = \frac{1}{4} (103,5^2 + 78,3^2) - \frac{181,8^2}{8} = 79,38$$

$$\text{S.Q. Espécies d. R}_3 = \frac{1}{4} (80,2^2 + 85,3^2) - \frac{165,5^2}{8} = 3,25$$

Verificação:

$$\text{S.Q. Esp. d. R}_1 + \text{S.Q. Esp. d. R}_2 + \text{S.Q. Esp. d. R}_3 = \text{S.Q. Espécies} + \text{S.Q. R x E}$$

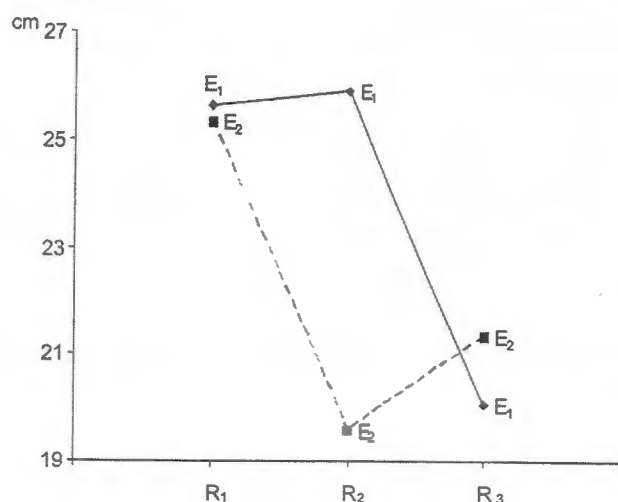
A análise de variância se encontra no Quadro 5.2.7.

**QUADRO 5.2.7** - Análise de variância para estudo dos efeitos de Espécies em cada Recipiente.

| CAUSA DA VARIAÇÃO          | GL. | S.Q.  | Q.M.  | F                  |
|----------------------------|-----|-------|-------|--------------------|
| Espécies d. R <sub>1</sub> | 1   | 0,21  | 0,21  | 0,16 <sup>NS</sup> |
| Espécies d. R <sub>2</sub> | 1   | 79,38 | 79,38 | 62,02**            |
| Espécies d. R <sub>3</sub> | 1   | 3,25  | 3,25  | 2,54 <sup>NS</sup> |
| Resíduo                    | 18  | 23,09 | 1,28  | -                  |

#### Conclusões:

- a) Quando se utiliza o Recipiente R<sub>1</sub> (saco plástico pequeno), não há diferença significativa ( $P > 0,05$ ) no desenvolvimento das mudas das 2 Espécies;
- b) Quando se utiliza o Recipiente R<sub>2</sub> (saco plástico grande), há diferença significativa ( $P < 0,01$ ) no desenvolvimento das mudas das 2 Espécies, sendo melhor para a espécie E<sub>1</sub> (*Eucalyptus citriodora*);
- c) Quando se utiliza o Recipiente R<sub>3</sub> (laminado), não há diferença significativa ( $P > 0,05$ ) no desenvolvimento das mudas das 2 Espécies.

**Graficamente:**

**b) Desdobramento da Interação R x E para estudar o comportamento dos Recipientes dentro de cada Espécie**

$$\text{S.Q. Recipientes d. } E_1 = \frac{1}{4} (102,6^2 + 103,5^2 + 80,2^2) - \frac{286,3^2}{12} = 87,12$$

$$\text{S.Q. Recipientes d. } E_2 = \frac{1}{4} (101,3^2 + 78,3^2 + 85,3^2) - \frac{264,9^2}{12} = 69,50$$

Verificação:

$$\text{S.Q. Recip. d. } E_1 + \text{S.Q. Recip. d. } E_2 = \text{S.Q. Recipientes} + \text{S.Q. R x E}$$

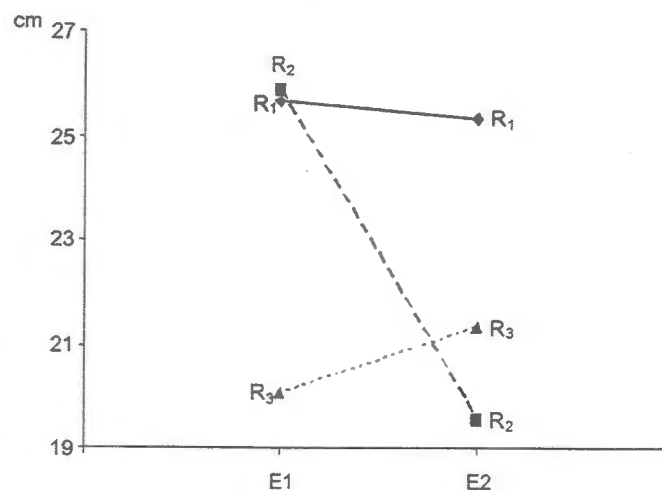
A análise de variância se encontra no Quadro 5.2.8.

**QUADRO 5.2.8** - Análise de variância para estudo dos efeitos de Recipientes em cada Espécie.

| CAUSA DA VARIAÇÃO    | GL. | S.Q.  | Q.M.  | F       |
|----------------------|-----|-------|-------|---------|
| Recipientes d. $E_1$ | 2   | 87,12 | 43,56 | 34,03** |
| Recipientes d. $E_2$ | 2   | 69,50 | 34,5  | 27,15** |
| Resíduo              | 18  | 23,09 | 1,28  | -       |

**Conclusões:**

- Os 3 Recipientes têm efeitos diferentes ( $P < 0,01$ ) sobre o desenvolvimento de mudas da Espécie 1 (*Eucaliptus citriodora*).
- Os 3 Recipientes têm efeitos diferentes ( $P < 0,01$ ) sobre o desenvolvimento de mudas da Espécie 2 (*Eucaliptus grandis*).

**Graficamente:**

Devemos, então, comparar as médias de Recipientes:

a) dentro da Espécie 1 (*Eucalyptus citriodora*);

b) dentro da Espécie 2 (*Eucalyptus saligna*)

Vamos calcular essas médias e compará-las pelo teste de Tukey:

**a) Recipientes d. Espécie 1 (*E. citriodora*):**

$$\hat{m}_{R_1E_1} - \frac{102,6}{4} = 25,7 \text{ cm} \quad \hat{m}_{R_2E_1} - \frac{103,5}{4} = 25,9 \text{ cm} \quad \hat{m}_{R_3E_1} = \frac{80,2}{4} = 20,1 \text{ cm}$$

$$s(\hat{m}) = \frac{s}{\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{1,28}}{\sqrt{4}} = 0,6 \text{ cm}$$

$$\Delta = q \frac{s}{\sqrt{r}} = q s(\hat{m})$$

$$q - 3 \text{ níveis de R} \times 18 \text{ g.l. resíduo} = 3,61 (5\%)$$

$$3,61 \times 0,6 = 2,2 \text{ cm}$$

|                    |          | $\hat{m}_{R_2E_1}$ | $\hat{m}_{R_1E_1}$ | $\hat{m}_{R_3E_1}$ |
|--------------------|----------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\hat{m}_{R_2E_1}$ | <b>a</b> | -                  | 0,2 <sup>NS</sup>  | 5,8*               |
| $\hat{m}_{R_1E_1}$ | <b>a</b> | -                  | -                  | 5,6*               |
| $\hat{m}_{R_3E_1}$ | <b>b</b> | -                  | -                  | -                  |

Para a Espécie 1 (*Eucalyptus citriodora*), os melhores Recipientes foram: R<sub>1</sub> (saco plástico pequeno) e R<sub>2</sub> (saco plástico grande), que determinaram desenvolvimento de mudas significativamente maiores que R<sub>3</sub> (laminado), sem diferirem entre si.

**b) Recipientes d. Espécie 2 (*E. grandis*):**

$$\hat{m}_{R_1E_2} = \frac{101,3}{4} = 25,3 \text{ cm} \quad \hat{m}_{R_2E_2} = \frac{78,3}{4} = 19,6 \text{ cm} \quad \hat{m}_{R_3E_2} = \frac{85,3}{4} = 21,3 \text{ cm}$$

$$s(\hat{m}) = 0,6 \text{ cm}$$

$$\Delta = 2,2 \text{ cm}$$

|                    |          | $\hat{m}_{R_1E_2}$ | $\hat{m}_{R_3E_2}$ | $\hat{m}_{R_2E_2}$ |
|--------------------|----------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\hat{m}_{R_1E_2}$ | <b>a</b> | -                  | 4,0*               | 5,7*               |
| $\hat{m}_{R_3E_2}$ | <b>b</b> | -                  | -                  | 1,7 <sup>NS</sup>  |
| $\hat{m}_{R_2E_2}$ | <b>b</b> | -                  | -                  | -                  |

Para a Espécie 2 (*Eucalyptus grandis*), o melhor Recipiente foi  $R_1$  (saco plástico pequeno), que determinou desenvolvimento de mudas significativamente maior que  $R_2$  (saco plástico grande) e que  $R_3$  (laminado). As médias de  $R_2$  e  $R_3$  (dentro da espécie 2) não diferiram significativamente entre si.

Os resultados do experimento podem ser resumidos no quadro:

|       | $R_1$           | $R_2$           | $R_3$           |
|-------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $E_1$ | 25,7 <b>a A</b> | 25,9 <b>a A</b> | 20,1 <b>b A</b> |
| $E_2$ | 25,3 <b>a A</b> | 19,6 <b>b B</b> | 21,3 <b>b A</b> |

**a, b** - Para cada Espécie, médias de Recipientes seguidas de mesma letra minúscula não diferem significativamente entre si;

**A, B** - Para cada Recipiente, médias de Espécies seguidas de mesma letra maiúscula não diferem significativamente entre si.

**5.3. Análise e interpretação de um experimento fatorial com três fatores****5.3.1. Com interação tripla não significativa**

**EXEMPLO 5.3** - Vamos considerar os dados de um experimento para a cultura do cafeeiro, no delineamento em blocos casualizados com 6 repetições, no esquema fatorial  $2 \times 2 \times 2$ , com os fatores: Nitrogênio (N), Fósforo (P) e Potássio (K), cada um deles nos níveis 0 (ausência) e 1 (presença).

As produções de café coco (kg/ha), para os tratamentos, são apresentadas no Quadro 5.3.1. Para a análise de variância preliminar, temos:

$$C = \frac{185.419^2}{8 \times 6} = 716.254.283$$

$$\text{S.Q. Total} = (3.029^2 + 3.857^2 + \dots + 3.771^2) - C = 766.099.509 - C = 49.845.226$$

$$\text{S.Q. Tratamentos} = \frac{1}{6} (19.639^2 + 19.124^2 + \dots + 29.352^2) - C = 26.748.232$$

$$\text{S.Q. Blocos} = \frac{1}{8} (29.362^2 + 33.466^2 + \dots + 31.018^2) - C = 2.134.332$$

**QUADRO 5.3.1** - Produções de café coco, em kg/ha.

| TRATAMENTOS                                      | BLOCOS |        |        |        |        |        | TOTAIS  |
|--------------------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
|                                                  | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      |         |
| 1 - N <sub>0</sub> P <sub>0</sub> K <sub>0</sub> | 3.029  | 3.857  | 2.448  | 2.448  | 3.543  | 4.314  | 19.639  |
| 2 - N <sub>0</sub> P <sub>0</sub> K <sub>1</sub> | 2.438  | 3.086  | 3.771  | 4.657  | 1.962  | 3.210  | 19.124  |
| 3 - N <sub>0</sub> P <sub>1</sub> K <sub>0</sub> | 3.448  | 3.600  | 3.895  | 4.267  | 3.086  | 3.657  | 21.953  |
| 4 - N <sub>0</sub> P <sub>1</sub> K <sub>1</sub> | 3.533  | 5.048  | 3.467  | 4.095  | 1.876  | 2.895  | 20.914  |
| 5 - N <sub>1</sub> P <sub>0</sub> K <sub>0</sub> | 3.362  | 3.714  | 3.429  | 3.190  | 2.686  | 4.038  | 20.419  |
| 6 - N <sub>1</sub> P <sub>0</sub> K <sub>1</sub> | 4.905  | 6.295  | 4.924  | 4.952  | 5.381  | 5.543  | 32.000  |
| 7 - N <sub>1</sub> P <sub>1</sub> K <sub>0</sub> | 4.171  | 3.114  | 4.124  | 3.981  | 3.038  | 3.590  | 22.018  |
| 8 - N <sub>1</sub> P <sub>1</sub> K <sub>1</sub> | 4.476  | 4.752  | 4.848  | 4.676  | 6.829  | 3.771  | 29.352  |
| TOTAIS                                           | 29.362 | 33.466 | 30.906 | 32.266 | 28.401 | 31.018 | 185.419 |

A análise de variância preliminar é apresentada no Quadro 5.3.2.

**QUADRO 5.3.2** - Análise de variância preliminar do experimento.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. | S.Q.       | Q.M.      | F                  |
|-------------------|-----|------------|-----------|--------------------|
| Tratamentos       | 7   | 26.748.232 | 3.821.176 | 6,38**             |
| Blocos            | 5   | 2.134.332  | 426.866   | 0,71 <sup>NS</sup> |
| Resíduo           | 35  | 20.962.662 | 598.933   | -                  |
| Total             | 47  | 49.845.226 | -         | -                  |

Valores de F da tabela: Tratamentos 7 x 35 g.l.: {5% = 2,29 1% = 3,21}  
 Blocos 5 x 35 g.l.: {5% = 2,49 1% = 3,61}

Devemos, então, passar ao desdobramento dos 7 graus de liberdade de tratamentos, para estudar os efeitos principais de Nitrogênio (N), Fósforo (P) e Potássio (K) e das Interações entre os fatores: Interação N x P, Interação N x K, Interação P x K e Interação N x P x K.

Para o cálculo das somas de quadrados das interações duplas, devemos montar os quadros auxiliares, que relacionam os níveis dos fatores entre si. Temos, então, três quadros auxiliares:

Quadro I

| (12)           | P <sub>0</sub> | P <sub>1</sub> | TOTAIS DE N |
|----------------|----------------|----------------|-------------|
| N <sub>0</sub> | 38.763         | 42.867         | 81.630      |
| N <sub>1</sub> | 52.419         | 51.370         | 103.789     |
| TOTAIS DE P    | 91.182         | 94.237         | 185.419     |

Quadro II

| (12)           | K <sub>0</sub> | K <sub>1</sub> | TOTAIS DE N |
|----------------|----------------|----------------|-------------|
| N <sub>0</sub> | 41.592         | 40.038         | 81.630      |
| N <sub>1</sub> | 42.437         | 61.352         | 103.789     |
| TOTAIS DE K    | 84.029         | 101.390        | 185.419     |

Quadro III

| (12)           | K <sub>0</sub> | K <sub>1</sub> | TOTAIS DE P |
|----------------|----------------|----------------|-------------|
| P <sub>0</sub> | 40.058         | 51.124         | 91.182      |
| P <sub>1</sub> | 43.971         | 50.266         | 94.237      |
| TOTAIS DE K    | 84.029         | 101.390        | 185.419     |

Do Quadro I, calculamos:

$$S.Q. N = \frac{1}{24} (81.630^2 + 103.789^2) - C = 10.229.610$$

$$S.Q. P = \frac{1}{24} (91.182^2 + 94.237^2) - C = 194.438$$

$$S.Q. N, P = \frac{1}{12} (38.763^2 + 42.867^2 + 52.419^2 + 51.370^2) - C = 10.977.244$$

$$S.Q. N \times P \quad S.Q. N, P \quad S.Q. N \quad S.Q. P \quad 553.196$$

Do Quadro II, calculamos:

$$S.Q. K = \frac{1}{24} (84.029^2 + 101.390^2) - C = 6.279.256$$

$$S.Q. N, K = \frac{1}{12} (41.592^2 + 40.038^2 + 42.437^2 + 61.352^2) - C = 25.237.615$$

$$S.Q. N \times K = S.Q. N, K - S.Q. N - S.Q. K = 8.728.749$$

Do Quadro III, calculamos:

$$S.Q. P, K = \frac{1}{12} (40.058^2 + 51.124^2 + 43.971^2 + 50.266^2) - C = 6.947.912$$

$$S.Q. P \times K = S.Q. P, K - S.Q. P - S.Q. K = 474.218$$

A S.Q. N x P x K é calculada da seguinte forma:

$$S.Q. N \times P \times K = S.Q. Trat - S.Q. N - S.Q. P - S.Q. K - S.Q. N \times P - S.Q. N \times K - S.Q. P \times K$$

$$S.Q. N \times P \times K = 288.765$$

Então, o quadro de análise de variância, de acordo com o esquema fatorial  $2 \times 2 \times 2$ , é apresentado no Quadro 5.3.3.

**QUADRO 5.3.3** - Análise de variância de acordo com o esquema fatorial  $2 \times 2 \times 2$ .

| CAUSA DA VARIAÇÃO   | GL. | S.Q.         | Q.M.       | F                  |
|---------------------|-----|--------------|------------|--------------------|
| Nitrogênio (N)      | 1   | 10.229.610   | 10.229.610 | 17,08**            |
| Fósforo (P)         | 1   | 194.438      | 194.438    | 0,32 <sup>NS</sup> |
| Potássio (K)        | 1   | 6.279.256    | 6.279.256  | 10,48**            |
| Interação N x P     | 1   | 553.196      | 553.196    | 0,92 <sup>NS</sup> |
| Interação N x K     | 1   | 8.728.749    | 8.728.749  | 14,57**            |
| Interação P x K     | 1   | 474.218      | 474.218    | 0,79 <sup>NS</sup> |
| Interação N x P x K | 1   | 288.765      | 288.765    | 0,48 <sup>NS</sup> |
| (Tratamentos)       | (7) | (26.748.232) | -          | -                  |
| Blocos              | 5   | 2.134.332    | 426.866    | 0,71 <sup>NS</sup> |
| Resíduo             | 35  | 20.962.662   | 598.933    | -                  |
| Total               | 47  | 49.845.226   | -          | -                  |

Valores de F da tabela: 1 x 35 g.l.: {5% = 4,13      1% = 7,44}

Do Quadro 5.3.3 podemos concluir que:

O teste foi significativo ( $P < 0,01$ ) para Nitrogênio (N) e Potássio (K). Mas, como a Interação N x K também foi significativa ( $P < 0,01$ ), não podemos tirar conclusões para os efeitos principais de N e K, pois os efeitos de Nitrogênio e Potássio são dependentes.

Então, devemos proceder ao desdobramento da Interação N x K, o que pode ser feito de duas maneiras:

- Para estudar o efeito do N, na ausência e na presença de K;
- Para estudar o efeito de K, na ausência e na presença de N.

Para o desdobramento, utilizamos os dados do quadro auxiliar II.

**a) Estudo do efeito do Nitrogênio (N), na ausência e na presença do Potássio (K)**

$$S.Q. N d. K_0 = \frac{1}{12} (41.592^2 + 42.437^2) - \frac{84.029^2}{24} = 29.751$$

$$S.Q. N d. K_1 = \frac{1}{12} (40.038^2 + 61.352^2) - \frac{101.390^2}{24} = 18.928.608$$

Verificação:

$$S.Q. N d. K_0 + S.Q. N d. K_1 = S.Q. N + S.Q. N \times K$$

A análise de variância se encontra no Quadro 5.3.4.

**QUADRO 5.3.4** - Análise de variância para estudo do efeito de Nitrogênio (N), na ausência e na presença de Potássio (K).

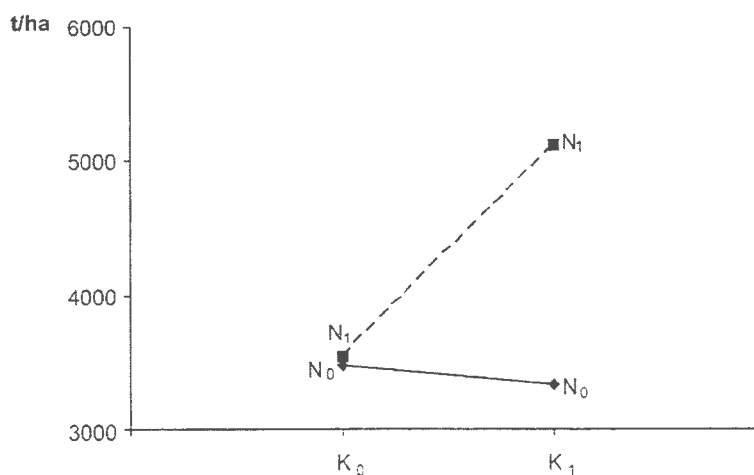
| CAUSA DA VARIAÇÃO           | GL. | S.Q.       | Q.M.       | F                  |
|-----------------------------|-----|------------|------------|--------------------|
| Nitrogênio na ausência de K | 1   | 29.751     | 29.751     | 0,05 <sup>NS</sup> |
| Nitrogênio na presença de K | 1   | 18.928.608 | 18.928.608 | 31,60**            |
| Resíduo                     | 35  | 20.962.662 | 598.933    |                    |

**Conclusões:**

1ª) O Nitrogênio não possui efeito significativo ( $P > 0,05$ ), quando na ausência de Potássio.

2ª) O Nitrogênio possui efeito significativo ( $P < 0,01$ ), quando na presença de Potássio, ou seja, a presença do Potássio estimula o efeito do Nitrogênio.

**Graficamente:**



**b) Estudo do efeito do Potássio (K), na ausência e na presença do Nitrogênio (N)**

$$S.Q. K d. N_0 = \frac{1}{12} (41.592^2 + 40.038^2) - \frac{81.630^2}{24} = 100.622$$

$$S.Q. K d. N_1 = \frac{1}{12} (42.437^2 + 61.352^2) - \frac{103.789^2}{24} = 14.907.384$$

Verificação:

$$S.Q. K d. N_0 + S.Q. K d. N_1 = S.Q. K + S.Q. N \times K$$

A análise de variância se encontra no Quadro 5.3.5.

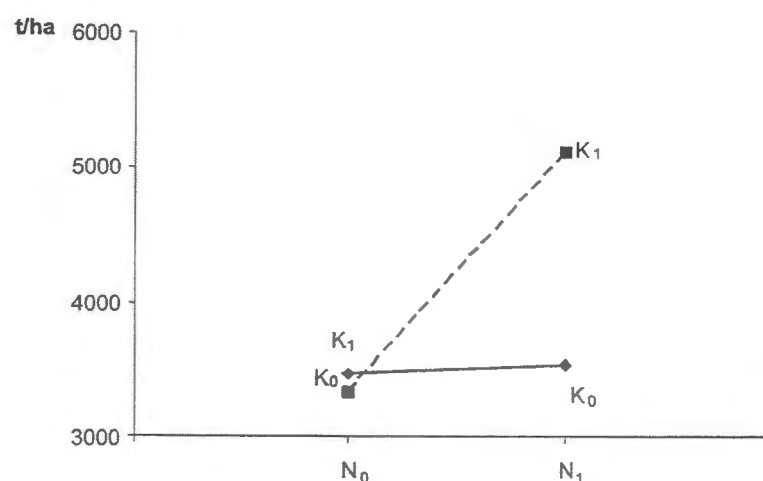
**QUADRO 5.3.5** - Análise de variância para estudo do efeito de Potássio (K), na ausência e na presença de Nitrogênio (N).

| CAUSA DA VARIAÇÃO         | G.L. | S.Q.       | Q.M.       | F                  |
|---------------------------|------|------------|------------|--------------------|
| Potássio na ausência de N | 1    | 100.622    | 100.622    | 0,17 <sup>NS</sup> |
| Potássio na presença de N | 1    | 14.907.384 | 14.907.384 | 24,89**            |
| Resíduo                   | 35   | 20.962.662 | 598.933    |                    |

**Conclusões:**

- 1ª) O Potássio não possui efeito significativo ( $P > 0,05$ ), quando na ausência de Nitrogênio.
- 2ª) O Potássio possui efeito significativo ( $P < 0,01$ ), quando na presença de Nitrogênio, ou seja, a presença do Nitrogênio estimula o efeito do Potássio.

**Graficamente:**



**Médias das combinações entre N e K:**

$$\hat{m}_{N_0K_0} = \frac{41.592}{12} = 3.466 \text{ kg/ha}$$

$$\hat{m}_{N_0K_1} = \frac{40.038}{12} = 3.337 \text{ kg/ha}$$

$$\hat{m}_{N_1K_0} = \frac{42.437}{12} = 3.536 \text{ kg/ha}$$

$$\hat{m}_{N_1K_1} = \frac{61.352}{12} = 5.113 \text{ kg/ha}$$

$$s(\hat{m}) = \frac{s}{\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{598.933}}{\sqrt{12}} = 223 \text{ kg/ha}$$

**Resumo:**

|                | K <sub>0</sub> | K <sub>1</sub> |
|----------------|----------------|----------------|
| N <sub>0</sub> | 3.466 a A      | 3.337 a B      |
| N <sub>1</sub> | 3.536 b A      | 5.113 a A      |

**a, b** – em cada linha, médias seguidas de mesma letra minúscula não diferem ( $P>0,05$ ).

**A, B** – em cada coluna, médias seguidas de mesma letra maiúscula não diferem ( $P>0,05$ ).

**Médias dos níveis dos fatores:**

$$\bar{N}_0 = \frac{81.630}{24} = 3.401 \text{ kg/ha}$$

$$\bar{N}_1 = \frac{103.789}{24} = 4.325 \text{ kg/ha}$$

$$\bar{P}_0 = \frac{91.182}{24} = 3.799 \text{ kg/ha}$$

$$\bar{P}_1 = \frac{94.237}{24} = 3.927 \text{ kg/ha}$$

$$\bar{K}_0 = \frac{84.029}{24} = 3.501 \text{ kg/ha}$$

$$\bar{K}_1 = \frac{101.390}{24} = 4.225 \text{ kg/ha}$$

$$s(\hat{m}) = \frac{s}{\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{598.933}}{\sqrt{24}} = 158 \text{ kg/ha}$$

**Observação:** nos experimentos fatoriais  $2 \times 2 \times 2$  ou  $2^3$ , todos os efeitos principais dos fatores e das interações entre eles possuem 1 grau de liberdade, e suas somas de quadrados podem ser calculadas pelo método dos contrastes de totais de tratamentos, da forma mostrada a seguir.

**- Obtenção das somas de quadrados pelo método dos contrastes de totais de tratamentos**

Para o cálculo das somas de quadrados correspondentes aos efeitos principais dos fatores e às interações entre eles, devemos inicialmente estabelecer os contrastes de totais de tratamentos correspondentes a esses efeitos.

O contraste que nos fornece o efeito principal de N é aquele que compara os 2 níveis (0 e 1) de N, ou seja, é o contraste que nos fornece  $N_1$  vs  $N_0$  e é obtido atribuindo-se o coeficiente -1 aos tratamentos com  $N_0$  e +1 aos tratamentos com  $N_1$ , isto é:

$$Y_N = -N_0P_0K_0 + N_1P_0K_0 - N_0P_1K_0 + N_1P_1K_0 - N_0P_0K_1 + N_1P_0K_1 - N_0P_1K_1 + N_1P_1K_1$$

De modo análogo, obtemos o contraste que nos fornece o efeito principal de P:

$$Y_P = -N_0P_0K_0 - N_1P_0K_0 + N_0P_1K_0 - N_1P_1K_0 - N_0P_0K_1 + N_1P_0K_1 + N_0P_1K_1 - N_1P_1K_1$$

Para o contraste que nos fornece o efeito da interação N x P, sabemos que ele tem que ser ortogonal aos contrastes dos efeitos principais, de modo que podemos obtê-lo pelo produto dos coeficientes dos contrastes referentes aos efeitos principais, ou seja:

$$Y_{N \times P} = +N_0P_0K_0 - N_1P_0K_0 - N_0P_1K_0 + N_1P_1K_0 - N_0P_0K_1 + N_1P_0K_1 - N_0P_1K_1 + N_1P_1K_1$$

Existe uma forma prática de estabelecer todos os contrastes e já calcular suas estimativas, que é obtida no Quadro 5.3.6.

Para a organização desse quadro, adotamos a mesma convenção vista anteriormente e, utilizando os coeficientes dos totais de tratamentos e os totais da última linha do quadro, obtemos as estimativas dos contrastes apresentadas na última coluna.

Obtidas as estimativas dos contrastes de totais de tratamentos, calculamos as somas de quadrados correspondentes a cada um dos efeitos principais e interações:

**QUADRO 5.3.6** - Obtenção das estimativas dos contrastes dos efeitos principais e interações num fatorial  $2 \times 2 \times 2$ .

| Efeitos | TRATAMENTOS |             |             |             |             |             |             |             | $\hat{Y}$ |
|---------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------|
|         | $N_0P_0K_0$ | $N_1P_0K_0$ | $N_0P_1K_0$ | $N_0P_0K_1$ | $N_1P_1K_0$ | $N_1P_0K_1$ | $N_0P_1K_1$ | $N_1P_1K_1$ |           |
| N       | -           | +           | -           | -           | +           | +           | -           | +           | 22.159    |
| P       | -           | -           | +           | -           | +           | -           | +           | +           | 3.055     |
| K       | -           | -           | -           | +           | -           | +           | +           | +           | 17.361    |
| NxP     | +           | -           | -           | +           | +           | -           | -           | +           | -5.153    |
| NxK     | +           | -           | +           | -           | -           | +           | -           | +           | 20.469    |
| PxK     | +           | +           | -           | -           | -           | -           | +           | +           | -4.771    |
| NxPxK   | -           | +           | +           | +           | -           | -           | -           | +           | -3.723    |
| Totais  | 19.639      | 20.419      | 21.953      | 19.124      | 22.018      | 32.000      | 20.914      | 29.352      | -         |

$$S.Q. N = \frac{\hat{Y}_N^2}{r \sum_{i=1}^I c_i^2} = \frac{22.159^2}{6 \times 8} = 10.229.610$$

Analogamente:

$$S.Q. P = \frac{3.055^2}{6 \times 8} = 194.438$$

$$S.Q. K = \frac{17.361^2}{6 \times 8} = 6.279.257$$

$$S.Q. N \times P = \frac{(-5.153)^2}{6 \times 8} = 553.196$$

$$S.Q. N \times K = \frac{20.469^2}{6 \times 8} = 8.728.749$$

$$S.Q. P \times K = \frac{(-4.771)^2}{6 \times 8} = 474.218$$

$$S.Q. N \times P \times K = \frac{(-3.723)^2}{6 \times 8} = 288.765$$

Obtidas as somas de quadrados, poderíamos montar o quadro de análise de variância com desdobramento dos graus de liberdade de tratamentos segundo o esquema fatorial  $2 \times 2 \times 2$ , o que não faremos pois obteríamos um quadro idêntico ao Quadro 5.3.3.

As **vantagens** do método dos contrastes de totais de tratamentos são: a facilidade de cálculo e a possibilidade de calcular diretamente as somas de quadrados das interações

### 5.3.2. Com interação tripla significativa

**EXEMPLO 5.4** - Consideremos os dados de um experimento inteiramente casualizado no esquema fatorial  $3 \times 2 \times 2$ , com os fatores Cultivares de trigo ( $C_1$ : BR 20 – Guató, tolerante ao alumínio;  $C_2$ : BR 36 - Ianomami, sensível ao alumínio; e  $C_3$ : BR 40 – Tuiúca, moderadamente sensível ao alumínio), Calagem ( $Ca_0$ : 0 t/ha de calcário; e  $Ca_1$ : 4,4 t/ha de calcário) e Fosfatagem ( $P_0$ : 0 mg de P/kg de solo; e  $P_1$ : 87 mg de P/kg de solo), no qual foi estudada a eficiência da cultura do trigo na utilização do fósforo, obtida pelo quociente do teor de matéria seca da parte aérea pela quantidade de fósforo absorvida, obtendo-se os dados do Quadro 5.3.7.

Para a análise de variância preliminar, temos:

$$C = \frac{39.623^2}{12 \times 4} = 32.707.961$$

$$S.Q. \text{ Total} = 1.255^2 + 1.250^2 + \dots + 476^2 - C = 41.035.995 - C = 8.328.034$$

$$S.Q. \text{ Tratamentos} = \frac{1}{4}(4.844^2 + 2.120^2 + \dots + 1.958^2) - C = 7.865.565$$

O quadro de análise de variância preliminar é apresentado no Quadro 5.3.8.

**QUADRO 5.3.7** – Resultados da eficiência na utilização do fósforo.

| TRATAMENTOS       | REPETIÇÕES |       |       |       | TOTAIS        |
|-------------------|------------|-------|-------|-------|---------------|
|                   | 1          | 2     | 3     | 4     |               |
| 1 - $C_1Ca_0P_0$  | 1.255      | 1.250 | 908   | 1.431 | 4.844         |
| 2 - $C_1Ca_0P_1$  | 556        | 476   | 588   | 500   | 2.120         |
| 3 - $C_1Ca_1P_0$  | 714        | 770   | 667   | 667   | 2.818         |
| 4 - $C_1Ca_1P_1$  | 417        | 454   | 454   | 385   | 1.710         |
| 5 - $C_2Ca_0P_0$  | 1.428      | 1.444 | 1.667 | 1.428 | 5.967         |
| 6 - $C_2Ca_0P_1$  | 625        | 526   | 667   | 526   | 2.344         |
| 7 - $C_2Ca_1P_0$  | 769        | 911   | 1.000 | 1.254 | 3.934         |
| 8 - $C_2Ca_1P_1$  | 370        | 476   | 417   | 357   | 1.620         |
| 9 - $C_3Ca_0P_0$  | 1.660      | 1.662 | 1.667 | 1.667 | 6.656         |
| 10 - $C_3Ca_0P_1$ | 526        | 714   | 588   | 714   | 2.542         |
| 11 - $C_3Ca_1P_0$ | 625        | 909   | 909   | 667   | 3.110         |
| 12 - $C_3Ca_1P_1$ | 526        | 556   | 400   | 476   | 1.958         |
|                   |            |       |       |       | <u>39.623</u> |

**QUADRO 5.3.8** – Análise de variância preliminar do experimento.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. | S.Q.      | Q.M.    | F       |
|-------------------|-----|-----------|---------|---------|
| Tratamentos       | 11  | 7.865.565 | 715.051 | 55,66** |
| Resíduo           | 36  | 462.469   | 12.846  | -       |
| Total             | 47  | 8.328.034 | -       | -       |

Para o cálculo das somas de quadrados correspondentes aos efeitos principais dos fatores e às interações entre eles, devemos organizar os quadros auxiliares relacionando os níveis dos fatores:

Quadro 1

| (8)             | C <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> | TOTAIS DE Ca |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|--------------|
| Ca <sub>0</sub> | 6.964          | 8.311          | 9.198          | 24.473       |
| Ca <sub>1</sub> | 4.528          | 5.554          | 5.068          | 15.150       |
| TOTAIS DE C     | 11.492         | 13.865         | 14.266         | 39.623       |

Quadro 2

| (8)            | C <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> | TOTAIS DE P |
|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| P <sub>0</sub> | 7.662          | 9.901          | 9.766          | 27.329      |
| P <sub>1</sub> | 3.830          | 3.964          | 4.500          | 12.294      |
| TOTAIS DE C    | 11.492         | 13.865         | 14.266         | 39.623      |

Quadro 3

| (12)           | Ca <sub>0</sub> | Ca <sub>1</sub> | TOTAIS DE P |
|----------------|-----------------|-----------------|-------------|
| P <sub>0</sub> | 17.467          | 9.862           | 27.329      |
| P <sub>1</sub> | 7.006           | 5.288           | 12.294      |
| TOTAIS DE Ca   | 24.473          | 15.150          | 39.623      |

Do Quadro 1, obtemos:

$$S.Q. C = \frac{1}{16} (11.492^2 + 13.865^2 + 14.266^2) - C = 280.979$$

$$S.Q. Ca = \frac{1}{24} (24.473^2 + 15.150^2) - C = 1.810.799$$

$$S.Q. C, Ca = \frac{1}{8} (6.964^2 + 8.311^2 + \dots + 5.068^2) - C = 2.192.982$$

$$S.Q. C \times Ca \quad S.Q. C, Ca \quad S.Q. C \quad S.Q. Ca \quad 101.204$$

Do Quadro 2, obtemos

$$S.Q. P = \frac{1}{24}(27.329^2 + 12.294^2) - C = 4.709.401$$

$$S.Q. C, P = \frac{1}{8}(7.662^2 + 9.901^2 + \dots + 4.500^2) - C = 5.134.914$$

$$S.Q. C \times P = S.Q. C, P - S.Q. C - S.Q. P = 144.534$$

Do Quadro 3, obtemos:

$$S.Q. Ca, P = \frac{1}{12}(17.467^2 + 9.862^2 + \dots + 5.288^2) - C = 7.242.215$$

$$S.Q. Ca \times P = S.Q. Ca, P - S.Q. Ca - S.Q. P = 722.015$$

A soma de quadrados da interação tripla é obtida por diferença em relação à soma de quadrados de tratamentos, isto é:

$$S.Q. C \times Ca \times P = S.Q. Trat. - S.Q. C - S.Q. Ca - S.Q. P - S.Q. C \times Ca - S.Q. C \times P - S.Q. Ca \times P$$

$$S.Q. C \times Ca \times P = 7.865.565 - 280.979 - 1.810.799 - 4.709.401 - 101.204 - 144.534 - 722.015 = 96.633$$

O quadro de análise de variância com desdobramento de acordo com o fatorial  $3 \times 2 \times 2$  é apresentado no Quadro 5.3.9.

**QUADRO 5.3.9** - Análise de variância de acordo com o esquema fatorial  $3 \times 2 \times 2$ .

| CAUSA DA VARIAÇÃO    | GL.  | S.Q.        | Q.M.      | F        |
|----------------------|------|-------------|-----------|----------|
| Cultivares (C)       | 2    | 280.979     | 140.490   | 10,94**  |
| Calcário (Ca)        | 1    | 1.810.799   | 1.810.799 | 140,96** |
| Fósforo (P)          | 1    | 4.709.401   | 4.709.401 | 366,60** |
| Interação C x Ca     | 2    | 101.204     | 50.602    | 3,94*    |
| Interação C x P      | 2    | 144.534     | 72.267    | 5,63**   |
| Interação Ca x P     | 1    | 722.015     | 722.015   | 56,21**  |
| Interação C x Ca x P | 2    | 96.633      | 48.317    | 3,76*    |
| (Tratamentos)        | (11) | (7.865.565) | -         | -        |
| Resíduo              | 36   | 462.469     | 12.846    | -        |
| Total                | 47   | 8.328.034   | -         | -        |

Para esses dados, a análise de variância mostrou que tanto os efeitos principais dos fatores como as interações entre os fatores foram significativos.

A significância da interação C x Ca implica que as diferenças entre as respostas de C variam de acordo com o nível de Ca, sendo as respostas medidas sobre os 2 níveis de P; alternativamente, as diferenças entre as respostas de Ca variam para os 3 níveis de C, sendo as respostas medidas sobre os 2 níveis de P

A interação C x Ca x P significativa é mais difícil de interpretar, pois ela pode ser considerada de 3 formas: interação da interação C x Ca com o fator P; interação da interação C x P com o fator Ca; interação da interação Ca x P com o fator C.

Vamos, então, desdobrar a interação C x Ca x P para estudar o comportamento dos cultivares em cada combinação de níveis de Ca e P. Para tanto, podemos organizar um quadro auxiliar:

| (4)            | Ca <sub>0</sub> P <sub>0</sub> | Ca <sub>0</sub> P <sub>1</sub> | Ca <sub>1</sub> P <sub>0</sub> | Ca <sub>1</sub> P <sub>1</sub> | TOTAIS |
|----------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------|
| C <sub>1</sub> | 4.844                          | 2.120                          | 2.818                          | 1.710                          | 11.492 |
| C <sub>2</sub> | 5.967                          | 2.344                          | 3.934                          | 1.620                          | 13.865 |
| C <sub>3</sub> | 6.656                          | 2.542                          | 3.110                          | 1.958                          | 14.266 |
| TOTAIS         | 17.467                         | 7.006                          | 9.862                          | 5.288                          | 39.623 |

Desse quadro calculamos:

$$S.Q. \text{ C d. Ca}_0\text{P}_0 = \frac{1}{4}(4.844^2 + 5.967^2 + 6.656^2) - \frac{17.467^2}{12} = 418.266$$

$$S.Q. \text{ C d. Ca}_0\text{P}_1 = \frac{1}{4}(2.120^2 + 2.344^2 + 2.542^2) - \frac{7.006^2}{12} = 22.289$$

$$S.Q. \text{ C d. Ca}_1\text{P}_0 = \frac{1}{4}(2.818^2 + 3.934^2 + 3.110^2) - \frac{9.862^2}{12} = 167.475$$

$$S.Q. \text{ C d. Ca}_1\text{P}_1 = \frac{1}{4}(1.710^2 + 1.620^2 + 1.958^2) - \frac{5.288^2}{12} = 15.321$$

Verificação:

$$S.Q. \text{ C d. Ca}_0\text{P}_0 + S.Q. \text{ C d. Ca}_0\text{P}_1 + S.Q. \text{ C d. Ca}_1\text{P}_0 + S.Q. \text{ C d. Ca}_1\text{P}_1 = S.Q. \text{ C} + S.Q. \text{ C x Ca} + S.Q. \text{ C x P} + S.Q. \text{ C x Ca x P}$$

**QUADRO 5.3.10** – Análise de variância para estudar o comportamento dos cultivares (C) em cada combinação de níveis de Ca e P.

| CAUSA DA VARIAÇÃO                   | G.L. | S.Q.    | Q.M.    | F                  |
|-------------------------------------|------|---------|---------|--------------------|
| C d. Ca <sub>0</sub> P <sub>0</sub> | 2    | 418.266 | 209.133 | 16,28**            |
| C d. Ca <sub>0</sub> P <sub>1</sub> | 2    | 22.289  | 11.145  | 0,87 <sup>NS</sup> |
| C d. Ca <sub>1</sub> P <sub>0</sub> | 2    | 167.475 | 83.738  | 6,52**             |
| C d. Ca <sub>1</sub> P <sub>1</sub> | 2    | 15.321  | 7.661   | 0.60 <sup>NS</sup> |
| Resíduo                             | 36   | 462.469 | 12.846  | -                  |

Verificamos que existem diferenças entre os cultivares quanto à eficiência na utilização do fósforo apenas nas combinações em que não foi adicionado o fósforo no solo. Para detectar essas diferenças, vamos aplicar o teste de Tukey às médias de cultivares em cada combinação de Ca e P. As médias são obtidas do quadro auxiliar dividindo cada valor interno por 4, isto é:

|                | Ca <sub>0</sub> P <sub>0</sub> | Ca <sub>0</sub> P <sub>1</sub> | Ca <sub>1</sub> P <sub>0</sub> | Ca <sub>1</sub> P <sub>1</sub> |
|----------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| C <sub>1</sub> | 1.211 <b>b</b>                 | 530 <b>a</b>                   | 705 <b>b</b>                   | 428 <b>a</b>                   |
| C <sub>2</sub> | 1.492 <b>a</b>                 | 586 <b>a</b>                   | 984 <b>a</b>                   | 405 <b>a</b>                   |
| C <sub>3</sub> | 1.664 <b>a</b>                 | 636 <b>a</b>                   | 778 <b>b</b>                   | 490 <b>a</b>                   |

**a, b** – em cada coluna, médias seguidas de mesma letra não diferem pelo teste de Tukey ( $P > 0,05$ ).

O valor da diferença mínima significativa é calculado por:

$$\Delta = q s (\hat{m})$$

em que o valor de  $q$  é obtido a partir da Tabela 4, para 3 níveis de C e 36 graus de liberdade do resíduo = 3,46, e o erro padrão da média é obtido por:

$$s (\hat{m}) = \frac{s}{\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{Q.M. \text{ Resíduo}}}{\sqrt{r}} = \sqrt{\frac{12.846}{4}} = 57$$

$$\text{Logo: } \Delta = 3,46 \times 57 = 197$$

Vamos, agora, desdobrar a interação C x Ca x P para estudar o comportamento do calcário em cada combinação de níveis de C e P. Para tanto, podemos organizar um quadro auxiliar:

| (4)             | C <sub>1</sub> P <sub>0</sub> | C <sub>1</sub> P <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> P <sub>0</sub> | C <sub>2</sub> P <sub>1</sub> | C <sub>3</sub> P <sub>0</sub> | C <sub>3</sub> P <sub>1</sub> | TOTAIS |
|-----------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--------|
| Ca <sub>0</sub> | 4.844                         | 2.120                         | 5.967                         | 2.344                         | 6.656                         | 2.542                         | 24.473 |
| Ca <sub>1</sub> | 2.818                         | 1.710                         | 3.934                         | 1.620                         | 3.110                         | 1.958                         | 15.150 |
| TOTAIS          | 7.662                         | 3.830                         | 9.901                         | 3.964                         | 9.766                         | 4.500                         | 39.623 |

Desse quadro calculamos:

$$S.Q. \text{ Ca d. } C_1P_0 = \frac{1}{4}(4.844^2 + 2.818^2) - \frac{7.662^2}{8} = 513.085$$

$$S.Q. \text{ Ca d. } C_1P_1 = \frac{1}{4}(2.120^2 + 1.710^2) - \frac{3.830^2}{8} = 21.013$$

$$S.Q. \text{ Ca d. } C_2P_0 = \frac{1}{4}(5.967^2 + 3.934^2) - \frac{9.901^2}{8} = 516.636$$

$$S.Q. \text{ Ca d. } C_2P_1 = \frac{1}{4}(2.344^2 + 1.620^2) - \frac{3.964^2}{8} = 65.522$$

$$S.Q. \text{ Ca d. } C_3P_0 = \frac{1}{4}(6.656^2 + 3.110^2) - \frac{9.766^2}{8} = 1.571.764$$

$$S.Q. \text{ Ca d. } C_3P_1 = \frac{1}{4}(2.542^2 + 1.958^2) - \frac{4.500^2}{8} = 42.632$$

Verificação:

$$\text{S.Q. Ca d. } C_1P_0 + \text{S.Q. Ca d. } C_1P_1 + \text{S.Q. Ca d. } C_2P_0 + \text{S.Q. Ca d. } C_2P_1 + \text{S.Q. Ca d. } C_3P_0 + \text{S.Q. Ca d. } C_3P_1 \\ = \text{S.Q. Ca} + \text{S.Q. C} \times \text{Ca} + \text{S.Q. Ca} \times \text{P} + \text{S.Q. C} \times \text{Ca} \times \text{P}$$

**QUADRO 5.3.11** – Análise de variância para estudar o comportamento do calcário (Ca) em cada combinação de níveis de C e P.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. | S.Q.      | Q.M.      | F                  |
|-------------------|-----|-----------|-----------|--------------------|
| Ca d. $C_1P_0$    | 1   | 513.085   | 513.085   | 39,94**            |
| Ca d. $C_1P_1$    | 1   | 21.013    | 21.013    | 1,64 <sup>NS</sup> |
| Ca d. $C_2P_0$    | 1   | 516.636   | 516.636   | 40,22**            |
| Ca d. $C_2P_1$    | 1   | 65.522    | 65.522    | 5,10*              |
| Ca d. $C_3P_0$    | 1   | 1.571.764 | 1.571.764 | 122,35**           |
| Ca d. $C_3P_1$    | 1   | 42.632    | 42.632    | 3,32 <sup>NS</sup> |
| Resíduo           | 36  | 462.469   | 12.846    | -                  |

Verificamos que não existe diferença significativa entre os níveis de Ca apenas nas combinações  $C_1P_1$  e  $C_3P_1$  e podemos resumir as médias desses resultados da seguinte forma:

|                 | $C_1P_0$ | $C_1P_1$ | $C_2P_0$ | $C_2P_1$ | $C_3P_0$ | $C_3P_1$ |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Ca <sub>0</sub> | 1.211 a  | 530 a    | 1.492 a  | 586 a    | 1.664 a  | 636 a    |
| Ca <sub>1</sub> | 705 b    | 428 a    | 984 b    | 405 b    | 778 b    | 490 a    |

a, b – em cada coluna, médias seguidas de mesma letra não diferem ( $P > 0,05$ ).

Vamos, agora, desdobrar a interação  $C \times Ca \times P$  para estudar o comportamento do fósforo em cada combinação de níveis de C e Ca. Para tanto, podemos organizar um quadro auxiliar:

| (4)            | $C_1Ca_0$ | $C_1Ca_1$ | $C_2Ca_0$ | $C_2Ca_1$ | $C_3Ca_0$ | $C_3Ca_1$ | TOTAIS |
|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|--------|
| P <sub>0</sub> | 4.844     | 2.818     | 5.967     | 3.934     | 6.656     | 3.110     | 27.329 |
| P <sub>1</sub> | 2.120     | 1.710     | 2.344     | 1.620     | 2.542     | 1.958     | 12.294 |
| TOTAIS         | 6.964     | 4.528     | 8.311     | 5.554     | 9.198     | 5.068     | 39.623 |

Desse quadro calculamos:

$$\text{S.Q. P d. } C_1Ca_0 = \frac{1}{4}(4.844^2 + 2.120^2) - \frac{6.964^2}{8} = 927.522$$

$$\text{S.Q. P d. } C_1Ca_1 = \frac{1}{4}(2.818^2 + 1.710^2) - \frac{4.528^2}{8} = 153.458$$

$$\text{S.Q. P d. } C_2Ca_0 = \frac{1}{4}(5.967^2 + 2.344^2) - \frac{8.311^2}{8} = 1.640.766$$

$$S.Q. P d. C_2Ca_1 = \frac{1}{4}(3.934^2 + 1.620^2) - \frac{5.554^2}{8} = 669.325$$

$$S.Q. P d. C_3Ca_0 = \frac{1}{4}(6.656^2 + 2.542^2) - \frac{9.198^2}{8} = 2.115.625$$

$$S.Q. P d. C_3Ca_1 = \frac{1}{4}(3.110^2 + 1.958^2) - \frac{5.068^2}{8} = 165.888$$

Verificação:

$$S.Q. P d. C_1Ca_0 + S.Q. P d. C_1Ca_1 + S.Q. P d. C_2Ca_0 + S.Q. P d. C_2Ca_1 + S.Q. P d. C_3Ca_0 + S.Q. P d. C_3Ca_1 \\ = S.Q. P + S.Q. C \times P + S.Q. Ca \times P + S.Q. C \times Ca \times P$$

**QUADRO 5.3.12** – Análise de variância para estudar o comportamento do fósforo (P) em cada combinação de níveis de C e Ca.

| CAUSA DA VARIAÇÃO                   | GL. | S.Q.      | Q.M.      | F        |
|-------------------------------------|-----|-----------|-----------|----------|
| P d. C <sub>1</sub> Ca <sub>0</sub> | 1   | 927.522   | 927.522   | 72,20**  |
| P d. C <sub>1</sub> Ca <sub>1</sub> | 1   | 153.458   | 153.458   | 11,95**  |
| P d. C <sub>2</sub> Ca <sub>0</sub> | 1   | 1.640.766 | 1.640.766 | 127,73** |
| P d. C <sub>2</sub> Ca <sub>1</sub> | 1   | 669.325   | 669.325   | 52,10**  |
| P d. C <sub>3</sub> Ca <sub>0</sub> | 1   | 2.115.625 | 2.115.625 | 164,69** |
| P d. C <sub>3</sub> Ca <sub>1</sub> | 1   | 165.888   | 165.888   | 12,91**  |
| Resíduo                             | 36  | 462.469   | 12.846    | -        |

Verificamos que existe diferença entre os 2 níveis de fósforo em todas as combinações de C e Ca, e os resultados médios podem ser resumidos da seguinte forma:

|                | C <sub>1</sub> Ca <sub>0</sub> | C <sub>1</sub> Ca <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> Ca <sub>0</sub> | C <sub>2</sub> Ca <sub>1</sub> | C <sub>3</sub> Ca <sub>0</sub> | C <sub>3</sub> Ca <sub>1</sub> |
|----------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| P <sub>0</sub> | 1.211 a                        | 705 a                          | 1.492 a                        | 984 a                          | 1.664 a                        | 778 a                          |
| P <sub>1</sub> | 530 b                          | 428 b                          | 586 b                          | 405 b                          | 636 b                          | 490 b                          |

**a, b** – em cada coluna, médias seguidas de letras distintas diferem (P<0,05).

Alertamos que dos três desdobramentos realizados na interação tripla pode ser utilizado qualquer um deles, dependendo apenas do interesse do experimentador.

#### 5.4. A técnica do confundimento

A técnica do confundimento é utilizada nos experimentos fatoriais, visando diminuir o número de tratamentos por bloco, sem quebrar o perfeito balanceamento existente nesses experimentos.

Dizemos que dois efeitos estão **confundidos** quando não é possível isolar o efeito de cada um deles ao se proceder à análise estatística.

A técnica do confundimento consiste em fazer com que um dos efeitos, ou parte dele, coincida com o efeito de blocos, e, de um modo geral, é feito o confundimento da interação de mais alto grau com blocos, visto que essa interação, geralmente, não tem importância prática.

**EXEMPLO 5.5** - Se formos realizar um experimento fatorial  $2 \times 2 \times 2$  ou  $2^3$  de adubação NPK para a cultura da soja e as condições experimentais não permitirem a utilização de blocos de 8 parcelas, podemos fazer o confundimento da interação  $N \times P \times K$  com blocos e estabelecer **blocos incompletos**, com 4 parcelas cada um. Para a constituição dos blocos incompletos, consideramos o contraste da interação tripla, que, conforme vimos, é:

$$Y_{N \times P \times K} = -N_0P_0K_0 + N_1P_0K_0 + N_0P_1K_0 + N_0P_0K_1 - N_1P_1K_0 - N_1P_0K_1 - N_0P_1K_1 + N_1P_1K_1$$

e, num dos blocos incompletos, colocamos os tratamentos com coeficientes positivos nesse contraste e no outro, aqueles com coeficientes negativos. A constituição dos blocos incompletos ficará:

| 1º Bloco (-) | 2º Bloco (+) |
|--------------|--------------|
| $N_0P_0K_0$  | $N_1P_0K_0$  |
| $N_1P_1K_0$  | $N_0P_1K_0$  |
| $N_1P_0K_1$  | $N_0P_0K_1$  |
| $N_0P_1K_1$  | $N_1P_1K_1$  |

Salientamos que este procedimento não quebra o balanceamento do experimento, pois em cada bloco incompleto cada fator ocorre 2 vezes em cada um dos níveis.

Apenas como ilustração, consideremos um experimento fatorial  $2^3$  de adubação NPK no delineamento em blocos casualizados, com 4 repetições. Os esquemas de análise de variância com desdobramento dos graus de liberdade de tratamentos, segundo o esquema fatorial  $2^3$ , com e sem confundimento, seriam:

#### Sem confundimento

| CAUSA DA VARIAÇÃO     | G.L. |
|-----------------------|------|
| N                     | 1    |
| P                     | 1    |
| K                     | 1    |
| $N \times P$          | 1    |
| $N \times K$          | 1    |
| $P \times K$          | 1    |
| $N \times P \times K$ | 1    |
| (Tratamentos)         | (7)  |
| Blocos                | 3    |
| Resíduo               | 21   |
| Total                 | 31   |

#### Com confundimento

| CAUSA DA VARIAÇÃO             | G.L. |
|-------------------------------|------|
| N                             | 1    |
| P                             | 1    |
| K                             | 1    |
| $N \times P$                  | 1    |
| $N \times K$                  | 1    |
| $P \times K$                  | 1    |
| (Tratamentos)(p.n.c.)         | (6)  |
| Blocos                        | 7    |
| Resíduo                       | 18   |
| Total                         | 31   |
| p.n.c. - parte não confundida |      |

Dessa forma, dos 4 blocos com 8 parcelas cada, passamos a 8 blocos com 4 parcelas cada, e a interação  $N \times P \times K$  não é considerada na análise, pois seu efeito foi confundido com blocos. Os 7 graus de liberdade de blocos na análise com confundimento foram obtidos da seguinte forma:

- 3 g.l. da análise sem confundimento;
- 1 g.l. da interação  $N \times P \times K$ ;
- 3 g.l. foram retirados do resíduo.

Portanto, o uso da técnica de confundimento acarreta sempre uma redução no número de graus de liberdade do resíduo.

**EXEMPLO 5.6** - Se, em vez de fazer o confundimento da interação tripla, houvesse interesse em utilizar outro efeito qualquer, o procedimento seria exatamente o mesmo. Para a interação  $P \times K$ , o contraste é:

$$Y_{P \times K} = N_0P_0K_0 + N_1P_0K_0 - N_0P_1K_0 - N_0P_0K_1 - N_1P_1K_0 - N_1P_0K_1 + N_0P_1K_1 + N_1P_1K_1$$

e a constituição dos blocos incompletos ficaria:

| 1º Bloco (-) | 2º Bloco (+) |
|--------------|--------------|
| $N_0P_1K_0$  | $N_0P_0K_0$  |
| $N_0P_0K_1$  | $N_1P_0K_0$  |
| $N_1P_1K_0$  | $N_0P_1K_1$  |
| $N_1P_0K_1$  | $N_1P_1K_1$  |

No caso dos experimentos fatoriais  $3 \times 3$  ou  $3^2$ , se o terreno onde será instalado o experimento for muito heterogêneo e não comportar blocos de 9 parcelas, podemos nos utilizar da técnica do confundimento, confundindo 2 dos 4 graus de liberdade da interação dupla com blocos, estabelecendo 3 blocos incompletos, cada um com 3 parcelas.

Para a obtenção da constituição dos blocos incompletos, devemos nos utilizar de **equações da geometria finita**, que se baseiam no **sistema de numeração ternário** ou de base 3, no qual são utilizados apenas 3 algarismos: 0, 1 e 2, sendo o número 3 do sistema decimal correspondente ao 10 do sistema ternário; o 4 do decimal corresponde ao 11 do ternário; o 5 do decimal corresponde ao 12 do ternário e, assim, sucessivamente.

**EXEMPLO 5.7** - Num experimento fatorial  $3^2$  com os fatores quantitativos, já vimos que os tratamentos podem ser representados pela combinação dos níveis dos fatores

|    |    |    |
|----|----|----|
| 00 | 10 | 20 |
| 01 | 11 | 21 |
| 02 | 12 | 22 |

Se designarmos por  $x_1$  os níveis do primeiro fator e por  $x_2$  os do segundo fator, as equações da geometria finita que nos fornecem os 2 grupos de confundimento para o fatorial  $3^2$  são:

$$x_1 + x_2 = 0, 1, 2 \quad (\text{módulo } 3)$$

$$x_1 + 2x_2 = 0, 1, 2 \quad (\text{módulo } 3)$$

$$2x_1 + x_2 = 0, 1, 2 \quad (\text{módulo } 3)$$

A primeira equação nos fornece o primeiro grupo de confundimento, e as outras 2 nos fornecem o segundo grupo.

Para a constituição dos blocos incompletos em cada um dos grupos de confundimento devemos utilizar a equação da geometria finita correspondente ao grupo e somar os níveis dos fatores considerando o módulo 3, colocando em um dos blocos incompletos os tratamentos cuja soma dos níveis for 0 no sistema ternário, no outro bloco os de soma igual a 1, e, finalmente, no outro bloco os de soma 2. Desta forma, utilizando a primeira equação, obtemos:

| 1º Bloco: $x_1 + x_2 = 0$                | 2º Bloco: $x_1 + x_2 = 1$                | 3º Bloco: $x_1 + x_2 = 2$  |
|------------------------------------------|------------------------------------------|----------------------------|
| 00 $\rightarrow 0 + 0 = 0$               | 01 $\rightarrow 0 + 1 = 1$               | 02 $\rightarrow 0 + 2 = 2$ |
| 12 $\rightarrow 1 + 2 = 3 \rightarrow 0$ | 10 $\rightarrow 1 + 0 = 1$               | 11 $\rightarrow 1 + 1 = 2$ |
| 21 $\rightarrow 2 + 1 = 3 \rightarrow 0$ | 22 $\rightarrow 2 + 2 = 4 \rightarrow 1$ | 20 $\rightarrow 2 + 0 = 2$ |

Utilizando a segunda equação, obtemos o outro grupo de confundimento:

| 1º Bloco: $x_1 + 2x_2 = 0$                        | 2º Bloco: $x_1 + 2x_2 = 1$                        | 3º Bloco: $x_1 + 2x_2 = 2$                        |
|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 00 $\rightarrow 0 + 2 \times 0 = 0$               | 02 $\rightarrow 0 + 2 \times 2 = 4 \rightarrow 1$ | 01 $\rightarrow 0 + 2 \times 1 = 2$               |
| 11 $\rightarrow 1 + 2 \times 1 = 3 \rightarrow 0$ | 10 $\rightarrow 1 + 2 \times 0 = 1$               | 12 $\rightarrow 1 + 2 \times 2 = 5 \rightarrow 2$ |
| 22 $\rightarrow 2 + 2 \times 2 = 6 \rightarrow 0$ | 21 $\rightarrow 2 + 2 \times 1 = 4 \rightarrow 1$ | 20 $\rightarrow 2 + 2 \times 0 = 2$               |

e vemos que os 2 grupos de confundimento são perfeitamente balanceados, visto que em cada um dos blocos incompletos qualquer fator ocorre uma vez em cada um dos seus níveis.

Apenas para ilustração, consideremos um experimento fatorial  $3^2$  de adubação NK em feijoeiro, no delineamento em blocos casualizados com 4 repetições. Os esquemas de análise de variância com desdobramento dos graus de liberdade de tratamentos, segundo o esquema fatorial  $3^2$ , sem e com confundimento seriam:

| Sem confundimento |      | Com confundimento      |      |
|-------------------|------|------------------------|------|
| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. | CAUSA DA VARIAÇÃO      | G.L. |
| N                 | 2    | N                      | 2    |
| K                 | 2    | K                      | 2    |
| N x K             | 4    | N x K (p.n.c.)         | 2    |
| (Tratamentos)     | (8)  | (Tratamentos) (p.n.c.) | (6)  |
| Blocos            | 3    | Blocos                 | 11   |
| Resíduo           | 24   | Resíduo                | 18   |
| Total             | 35   | Total                  | 35   |

Assim, dos 4 blocos com 9 parcelas cada um, passamos a ter 12 blocos com 3 parcelas cada um, e os 11 graus de liberdade de blocos na análise com confundimento foram obtidos de:

- 3 g.l. da análise sem confundimento;
- 2 g.l. da interação N x K;
- 6 g.l. foram obtidos do resíduo.

Ressaltamos que, nesse caso, dos 4 graus de liberdade da interação N x K, apenas 2 foram confundidos com blocos, de modo que ainda existe uma interação N x K, parte não confundida (p.n.c.), com 2 graus de liberdade, e dizemos que o confundimento da interação com blocos é **parcial**.

### 5.5. Estudo do fatorial $3^3$ com uma única repetição

Os experimentos fatoriais  $3^3$  ou  $3 \times 3 \times 3$  estudam 3 fatores, cada um em 3 níveis, fornecendo um total de 27 tratamentos. Esses experimentos são freqüentemente utilizados nos ensaios de adubação NPK, com cada um dos fatores nos níveis 0, 1 e 2. Teremos, então, os seguintes tratamentos:

|             |             |                |     |     |     |
|-------------|-------------|----------------|-----|-----|-----|
| $N_0P_0K_0$ | $N_1P_0K_0$ | $N_2P_0K_0$    | 000 | 100 | 200 |
| $N_0P_0K_1$ | $N_1P_0K_1$ | $N_2P_0K_1$    | 001 | 101 | 201 |
| $N_0P_0K_2$ | $N_1P_0K_2$ | $N_2P_0K_2$    | 002 | 102 | 202 |
| $N_0P_1K_0$ | $N_1P_1K_0$ | $N_2P_1K_0$    | 010 | 110 | 210 |
| $N_0P_1K_1$ | $N_1P_1K_1$ | $N_2P_1K_1$ ou | 011 | 111 | 211 |
| $N_0P_1K_2$ | $N_1P_1K_2$ | $N_2P_1K_2$    | 012 | 112 | 212 |
| $N_0P_2K_0$ | $N_1P_2K_0$ | $N_2P_2K_0$    | 020 | 120 | 220 |
| $N_0P_2K_1$ | $N_1P_2K_1$ | $N_2P_2K_1$    | 021 | 121 | 221 |
| $N_0P_2K_2$ | $N_1P_2K_2$ | $N_2P_2K_2$    | 022 | 122 | 222 |

Sendo o número de tratamentos elevado, é muito difícil estabelecer blocos com todos os tratamentos, de modo que se torna imprescindível a utilização da técnica do confundimento. Para tanto, fazemos o confundimento de 2 graus de liberdade da interação tripla com blocos e obtemos 3 blocos incompletos, cada um com 9 tratamentos.

O confundimento nos experimentos fatoriais  $3^3$  é feito de modo análogo ao utilizado para o fatorial  $3^2$ . Uma vez que a interação tripla possui 8 graus de liberdade, podemos estabelecer 4 grupos de confundimento, cada qual utilizando 2 dos graus de liberdade da interação. Esses 4 grupos de confundimento foram denominados por Yates grupos Z, W, X e Y, e, se designarmos por  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  os níveis dos fatores, as equações da geometria finita que nos fornecem os 4 grupos de confundimento (módulo 3) são:

$$\text{Grupo Z : } x_1 + x_2 + x_3 = 0, 1, 2 \text{ (módulo 3)}$$

$$\text{Grupo W : } 2x_1 + x_2 + x_3 = 0, 1, 2 \text{ (módulo 3)}$$

$$\text{Grupo X : } x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, 1, 2 \text{ (módulo 3)}$$

$$\text{Grupo Y : } x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, 1, 2 \text{ (módulo 3)}$$

Utilizando o mesmo procedimento adotado para o fatorial  $3^2$ , para o Grupo Z, obtemos:

| 1º Bloco                                      | 2º Bloco                                      | 3º Bloco                                      |
|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| $x_1 + x_2 + x_3 = 0$                         | $x_1 + x_2 + x_3 = 1$                         | $x_1 + x_2 + x_3 = 2$                         |
| 000 $\rightarrow 0 + 0 + 0 = 0$               | 001 $\rightarrow 0 + 0 + 1 = 1$               | 002 $\rightarrow 0 + 0 + 2 = 2$               |
| 012 $\rightarrow 0 + 1 + 2 = 3 \rightarrow 0$ | 010 $\rightarrow 0 + 1 + 0 = 1$               | 011 $\rightarrow 0 + 1 + 1 = 2$               |
| 021 $\rightarrow 0 + 2 + 1 = 3 \rightarrow 0$ | 022 $\rightarrow 0 + 2 + 2 = 4 \rightarrow 1$ | 020 $\rightarrow 0 + 2 + 0 = 2$               |
| 102 $\rightarrow 1 + 0 + 2 = 3 \rightarrow 0$ | 100 $\rightarrow 1 + 0 + 0 = 1$               | 101 $\rightarrow 1 + 0 + 1 = 2$               |
| 111 $\rightarrow 1 + 1 + 1 = 3 \rightarrow 0$ | 112 $\rightarrow 1 + 1 + 2 = 4 \rightarrow 1$ | 110 $\rightarrow 1 + 1 + 0 = 2$               |
| 120 $\rightarrow 1 + 2 + 0 = 3 \rightarrow 0$ | 121 $\rightarrow 1 + 2 + 1 = 4 \rightarrow 1$ | 122 $\rightarrow 1 + 2 + 2 = 5 \rightarrow 2$ |
| 201 $\rightarrow 2 + 0 + 1 = 3 \rightarrow 0$ | 202 $\rightarrow 2 + 0 + 2 = 4 \rightarrow 1$ | 200 $\rightarrow 2 + 0 + 0 = 2$               |
| 210 $\rightarrow 2 + 1 + 0 = 3 \rightarrow 0$ | 211 $\rightarrow 2 + 1 + 1 = 4 \rightarrow 1$ | 212 $\rightarrow 2 + 1 + 2 = 5 \rightarrow 2$ |
| 222 $\rightarrow 2 + 2 + 2 = 6 \rightarrow 0$ | 220 $\rightarrow 2 + 2 + 0 = 4 \rightarrow 1$ | 221 $\rightarrow 2 + 2 + 1 = 5 \rightarrow 2$ |

Procedendo de modo análogo, podemos obter a constituição dos outros grupos de confundimento. A distribuição dos tratamentos nos blocos incompletos para os 4 grupos de confundimento é encontrada em Pimentel Gomes (2000).

Nestes experimentos, principalmente nos ensaios de adubação, frequentemente é utilizada uma única repetição e não procedemos à análise de variância preliminar, mas apenas à análise com desdobramento dos graus de liberdade de tratamentos, segundo o esquema fatorial  $3^3$ .

Ilustraremos a obtenção da análise de variância e a interpretação dos resultados por meio do exemplo 5.8.

**EXEMPLO 5.8** - Num experimento de adubação mineral da cultura do milho, realizado em Jaboticabal – SP, Vilalta (1972) utilizou as seguintes fontes e doses de nutrientes:

N – sulfato de amônio (20% de N) – 0, 30 e 60 kg/ha de N;

P – superfosfato simples (18% de  $P_2O_5$ ) – 0, 30 e 60 kg/ha de  $P_2O_5$ ;

K – cloreto de potássio (60% de  $K_2O$ ) – 0, 15 e 30 kg/ha de  $K_2O$ .

Cada parcela foi constituída de 6 linhas com 10 m de comprimento, num total de 60 m<sup>2</sup> e, como área útil, foram consideradas as 4 linhas centrais com 8 m de comprimento, perfazendo 32 m<sup>2</sup>. O híbrido utilizado foi o HMD-7974, e o grupo de confundimento adotado foi o W. Os dados obtidos são apresentados no Quadro 5.5.1.

**QUADRO 5.5.1** – Produções de grãos de milho, em kg/ha.

| 1º BLOCO   |          | 2º BLOCO   |          | 3º BLOCO   |          |
|------------|----------|------------|----------|------------|----------|
| Tratamento | Produção | Tratamento | Produção | Tratamento | Produção |
| 000        | 5.719    | 001        | 6.406    | 002        | 4.781    |
| 012        | 5.188    | 010        | 6.719    | 011        | 6.094    |
| 021        | 7.062    | 022        | 6.875    | 020        | 6.875    |
| 101        | 4.812    | 102        | 5.812    | 100        | 3.500    |
| 110        | 5.656    | 111        | 6.062    | 112        | 7.656    |
| 122        | 5.969    | 120        | 6.594    | 121        | 6.062    |
| 202        | 5.938    | 200        | 6.031    | 201        | 6.812    |
| 211        | 5.375    | 212        | 6.844    | 210        | 5.547    |
| 220        | 6.031    | 221        | 6.719    | 222        | 6.781    |
| TOTAL      | 51.750   | TOTAL      | 58.062   | TOTAL      | 54.108   |

Do Quadro 5.5.1, obtemos:

$$G = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij} = 163.920$$

$$C = \frac{G^2}{IJ} = \frac{163.920^2}{9 \times 3} = 995.176.533$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 = 5.719^2 + 6.406^2 + \dots + 6.781^2 = 1.014.633.040$$

$$S.Q. \text{ Total} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}^2 - C = 1.014.633.040 - 995.176.533 = 19.456.507$$

$$S.Q. \text{ Blocos} = \frac{1}{I} \sum_{j=1}^J B_j^2 - C = \frac{1}{9} (51.750^2 + 58.062^2 + 54.108^2) - C = 2.260.579$$

Para o cálculo das somas de quadrados dos efeitos principais dos fatores e das interações entre eles, devemos organizar os quadros auxiliares, que relacionam os níveis dos fatores. Para o quadro que relaciona os níveis de N com os níveis de P, temos:

$$\begin{aligned} N_0P_0 &= 000 + 001 + 002 = 5.719 + 6.406 + 4.781 = 16.906 \\ N_0P_1 &= 010 + 011 + 012 = 6.719 + 6.094 + 5.188 = 18.001 \\ N_0P_2 &= 020 + 021 + 022 = 6.875 + 7.062 + 6.875 = 20.812 \\ N_1P_0 &= 100 + 101 + 102 = 3.500 + 4.812 + 5.812 = 14.124 \\ N_1P_1 &= 110 + 111 + 112 = 5.656 + 6.062 + 7.656 = 19.374 \\ N_1P_2 &= 120 + 121 + 122 = 6.594 + 6.062 + 5.969 = 18.625 \\ N_2P_0 &= 200 + 201 + 202 = 6.031 + 6.812 + 5.938 = 18.781 \\ N_2P_1 &= 210 + 211 + 212 = 5.547 + 5.375 + 6.844 = 17.766 \\ N_2P_2 &= 220 + 221 + 222 = 6.031 + 6.719 + 6.781 = 19.531 \end{aligned}$$

Procedendo de modo análogo para N e K e para P e K obtemos os quadros auxiliares I, II e III.

Quadro I

| (3)            | P <sub>0</sub> | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | TOTAIS DE N |
|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| N <sub>0</sub> | 16.906         | 18.001         | 20.812         | 55.719      |
| N <sub>1</sub> | 14.124         | 19.374         | 18.625         | 52.123      |
| N <sub>2</sub> | 18.781         | 17.766         | 19.531         | 56.078      |
| TOTAIS DE P    | 49.811         | 55.141         | 58.968         | 163.920     |

Quadro II

| (3)            | K <sub>0</sub> | K <sub>1</sub> | K <sub>2</sub> | TOTAIS DE N |
|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| N <sub>0</sub> | 19.313         | 19.562         | 16.844         | 55.719      |
| N <sub>1</sub> | 15.750         | 16.936         | 19.437         | 52.123      |
| N <sub>2</sub> | 17.609         | 18.906         | 19.563         | 56.078      |
| TOTAIS DE K    | 52.672         | 55.404         | 55.844         | 163.920     |

Quadro III

| (3)            | K <sub>0</sub> | K <sub>1</sub> | K <sub>2</sub> | TOTAIS DE P |
|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| P <sub>0</sub> | 15.250         | 18.030         | 16.531         | 49.811      |
| P <sub>1</sub> | 17.922         | 17.531         | 19.688         | 55.141      |
| P <sub>2</sub> | 19.500         | 19.843         | 19.625         | 58.968      |
| TOTAIS DE K    | 52.672         | 55.404         | 55.844         | 163.920     |

Do Quadro I, calculamos:

$$S.Q. N = \frac{1}{9}(55.719^2 + 52.123^2 + 56.078^2) - C = 1.063.042$$

$$S.Q. P = \frac{1}{9}(49.811^2 + 55.141^2 + 58.968^2) - C = 4.700.203$$

$$S.Q. N, P = \frac{1}{3}(16.906^2 + 18.001^2 + \dots + 19.531^2) - C = 9.668.379$$

$$S.Q. N \times P \quad S.Q. N, P \quad S.Q. N \quad S.Q. P \quad 3.905.134$$

Do Quadro II, calculamos:

$$S.Q. K = \frac{1}{9}(52.672^2 + 55.404^2 + 55.844^2) - C = 656.260$$

$$S.Q. N, K = \frac{1}{3}(19.313^2 + 19.562^2 + \dots + 19.563^2) - C = 5.588.934$$

$$S.Q. N \times K \quad S.Q. N, K \quad S.Q. N \quad S.Q. K \quad 3.869.632$$

Do Quadro III, calculamos:

$$S.Q. P, K = \frac{1}{3}(15.250^2 + 18.030^2 + \dots + 19.625^2) - C = 6.891.475$$

$$S.Q. P \times K \quad S.Q. P, K \quad S.Q. P \quad S.Q. K \quad 1.535.012$$

No caso dos experimentos fatoriais 3<sup>3</sup> com confundimento de 2 graus de liberdade da interação tripla com blocos e com uma única repetição, a parte não confundida da interação tripla, com 6 graus de liberdade, funciona como resíduo, de forma que sua soma de quadrados é obtida por diferença:

$$\begin{aligned} \text{S.Q. N x P x K} &= \text{S.Q. Resíduo} = \text{S.Q. Total} - \text{S.Q. Blocos} - \text{S.Q. N} - \text{S.Q. P} - \text{S.Q. K} - \\ &\quad - \text{S.Q. N x P} - \text{S.Q. N x K} - \text{S.Q. P x K} \\ \text{S.Q. N x P x K} &= 1.466.645 \end{aligned}$$

A análise de variância do experimento é apresentada no Quadro 5.5.2.

**QUADRO 5.5.2** - Análise de variância de acordo com o esquema fatorial 3<sup>3</sup>.

| CAUSA DA VARIAÇÃO            | G.L. | S.Q.       | Q.M.      | F                  |
|------------------------------|------|------------|-----------|--------------------|
| Blocos                       | 2    | 2.260.579  | 1.130.290 | 4,62 <sup>NS</sup> |
| Nitrogênio (N)               | 2    | 1.063.042  | 531.521   | 2,17 <sup>NS</sup> |
| Fósforo (P)                  | 2    | 4.700.203  | 2.350.102 | 9,61*              |
| Potássio (K)                 | 2    | 656.260    | 328.130   | 1,34 <sup>NS</sup> |
| Interação N x P              | 4    | 3.905.134  | 976.284   | 3,99 <sup>NS</sup> |
| Interação N x K              | 4    | 3.869.632  | 967.408   | 3,96 <sup>NS</sup> |
| Interação P x K              | 4    | 1.535.012  | 383.753   | 1,57 <sup>NS</sup> |
| Interação N x P x K (p.n.c.) | 6    | 1.466.645  | 244.441   | -                  |
| Total                        | 26   | 19.456.507 | -         | -                  |

**Conclusão:** Constatamos um efeito significativo no nível de 5% de probabilidade apenas para o efeito do fósforo, indicando que a cultura do milho respondeu bem à adubação fosfatada

Para a obtenção de conclusões mais abrangentes, podemos desdobrar os efeitos principais em seus componentes linear e quadrático e também as interações duplas, isolando apenas a interação entre os componentes lineares, juntando os outros 3 componentes ao resíduo, para aumentar o seu número de graus de liberdade, que passará a 15 [6 da interação N x P x K (p.n.c.) e 3 de cada uma das interações duplas], da forma que será mostrada no Capítulo 7.

## 6. EXPERIMENTOS EM PARCELAS SUBDIVIDIDAS

### 6.1. Introdução

Esses experimentos são utilizados quando, num mesmo ensaio, queremos testar **dois** (ou mais) **fatores**, mas em condições experimentais um pouco diferentes daquelas utilizadas nos experimentos fatoriais.

Assim, por exemplo, podemos testar:

- Variedades e Adubações;
- Espaçamentos e Irrigações;
- Variedades e Épocas de Plantio;
- etc.

Nesses experimentos, também conhecidas como “split-plot”, as **parcelas** são divididas em partes menores e iguais, denominadas **subparcelas** (que constituem a unidade básica para fins de análise estatística). As parcelas podem ser distribuídas de modo inteiramente casualizado, em blocos casualizados (mais comum), ou em linhas e colunas.

A principal característica desse delineamento é a **casualização** dos níveis dos fatores, que é feita em dois estágios.

Num primeiro estágio, casualizamos os níveis de um fator, nas parcelas (de acordo com a distribuição das parcelas: inteiramente ao acaso, em blocos ao acaso ou em quadrado latino).

Num segundo estágio, casualizamos os níveis do outro fator, nas subparcelas de cada parcela. Assim, cada parcela funciona como se fosse um bloco, para receber os níveis do segundo fator.

Os níveis do fator casualizado nas parcelas são denominados Tratamentos Primários, Tratamentos Principais ou Tratamentos A.

Os níveis do fator casualizado nas subparcelas são denominados Tratamentos Secundários, Subtratamentos ou Tratamentos B.

Nesse delineamento, temos dois resíduos:

- **Resíduo a:** base de comparação dos Tratamentos Principais, Blocos, Linhas e Colunas (se houver).

- **Resíduo b:** base de comparação dos Tratamentos Secundários e da Interação Tratamentos Principais x Tratamentos Secundários.

Em virtude da maneira como é feita a casualização, o erro experimental devido aos Tratamentos Secundários ( $\sqrt{Q.M. \text{ Resíduo b}}$ ), geralmente, é menor que o devido aos Tratamentos Principais ( $\sqrt{Q.M. \text{ Resíduo a}}$ ). Dessa forma, os efeitos dos Tratamentos Secundários são determinados com melhor precisão que os efeitos dos Tratamentos Principais.

Exemplificando a distribuição dos níveis dos fatores, vamos supor um experimento em parcelas subdivididas, com os fatores:

- Adubações ( $A_0$  e  $A_1$ ), como Tratamentos Principais;
  - Variedades ( $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$ ), como Tratamentos Secundários,
- dispostos em cinco blocos casualizados.

Então, cada bloco deve ser dividido em duas parcelas, nas quais serão distribuídas ao acaso as duas Adubações. Em seguida, cada parcela deve ser dividida em três subparcelas, e as três Variedades serão sorteadas nas três subparcelas de cada parcela.

Se o experimento fosse instalado como fatorial, deveria ser feito um sorteio único dos seis tratamentos (combinações das duas Adubações com as três Variedades) nas seis parcelas de cada bloco.

Então, o croqui do experimento, em cada caso, poderia ser:

**Parcelas subdivididas:**

| Bloco 1   | Bloco 2   | Bloco 3   | Bloco 4   | Bloco 5   |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $A_1 V_2$ | $A_1 V_1$ | $A_0 V_2$ | $A_1 V_1$ | $A_0 V_3$ |
| $A_1 V_1$ | $A_1 V_3$ | $A_0 V_3$ | $A_1 V_2$ | $A_0 V_1$ |
| $A_1 V_3$ | $A_1 V_2$ | $A_0 V_1$ | $A_1 V_3$ | $A_0 V_2$ |
| $A_0 V_2$ | $A_0 V_3$ | $A_1 V_3$ | $A_0 V_2$ | $A_1 V_2$ |
| $A_0 V_3$ | $A_0 V_1$ | $A_1 V_2$ | $A_0 V_3$ | $A_1 V_1$ |
| $A_0 V_1$ | $A_0 V_2$ | $A_1 V_1$ | $A_0 V_1$ | $A_1 V_3$ |

**Fatorial:**

| Bloco 1   | Bloco 2   | Bloco 3   | Bloco 4   | Bloco 5   |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $A_1 V_3$ | $A_1 V_2$ | $A_0 V_3$ | $A_1 V_3$ | $A_0 V_2$ |
| $A_0 V_2$ | $A_0 V_1$ | $A_1 V_1$ | $A_0 V_3$ | $A_1 V_1$ |
| $A_0 V_1$ | $A_1 V_3$ | $A_0 V_2$ | $A_1 V_2$ | $A_1 V_3$ |
| $A_1 V_2$ | $A_1 V_1$ | $A_1 V_3$ | $A_0 V_1$ | $A_0 V_1$ |
| $A_0 V_3$ | $A_0 V_3$ | $A_1 V_2$ | $A_1 V_1$ | $A_0 V_3$ |
| $A_1 V_1$ | $A_0 V_2$ | $A_0 V_1$ | $A_0 V_2$ | $A_1 V_2$ |

Pelos croquis apresentados, nota-se a diferença, nos dois casos.

O esquema de análise de variância, para cada caso, seria:

**Parcelas Subdivididas:**

| CAUSA DA VARIAÇÃO    | GL. |
|----------------------|-----|
| Blocos               | 4   |
| Adubações (A)        | 1   |
| Resíduo a            | 4   |
| (Parcelas)           | (9) |
| Variedades (V)       | 2   |
| Interação A x V      | 2   |
| Resíduo b            | 16  |
| Total ou Subparcelas | 29  |

**Fatorial:**

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. |
|-------------------|-----|
| Adubações (A)     | 1   |
| Variedades (V)    | 2   |
| Interação A x V   | 2   |
| (Tratamentos)     | (5) |
| Blocos            | 4   |
| Resíduo           | 20  |
| Total             | 29  |

No experimento fatorial, todos os fatores são testados com um resíduo único, com 20 g.l., enquanto em parcelas subdivididas, Adubações é testado com um resíduo com apenas 4 g.l., e Variedades e a Interação Adubações x Variedades são testados com um resíduo com 16 g.l.

Então, sempre que possível, é preferível utilizar o fatorial em vez de parcelas subdivididas.

São considerados e analisados como experimentos em parcelas subdivididas os que se realizam nas mesmas parcelas e com os mesmos tratamentos em duas ou mais épocas sucessivas. Neste caso, Épocas são consideradas como Tratamentos Secundários.

## 6.2. Obtenção da análise de variância de um experimento em parcelas subdivididas

### 6.2.1. Com interação Tratamentos Principais x Tratamentos Secundários não significativa

Vamos utilizar os dados de um experimento com 5 Variedades de cana-de-açúcar (Tratamentos Principais), 2 Espaçamentos de plantio (Tratamentos Secundários) e 4 repetições em blocos casualizados.

O croqui, com a casualização das Variedades ( $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ,  $V_4$  e  $V_5$ ) e dos Espaçamentos de plantio ( $E_1$  e  $E_2$ ), com as produções, em t/ha, poderia ser o apresentado no Quadro 6.2.1.

**QUADRO 6.2.1** - Croqui com a casualização das Variedades e Espaçamentos de plantio, e produção (t/ha).

|         |                  |                  |                 |                 |                  |
|---------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|
| BLOCO 1 | $V_2E_2 = 86,3$  | $V_5E_1 = 57,3$  | $V_3E_2 = 90,7$ | $V_4E_1 = 72,6$ | $V_1E_1 = 105,0$ |
|         | $V_2E_1 = 101,8$ | $V_5E_2 = 51,6$  | $V_3E_1 = 83,4$ | $V_4E_2 = 65,7$ | $V_1E_2 = 94,3$  |
| BLOCO 2 | $V_4E_2 = 56,3$  | $V_1E_2 = 91,7$  | $V_2E_2 = 90,7$ | $V_5E_2 = 53,4$ | $V_3E_1 = 60,7$  |
|         | $V_4E_1 = 54,2$  | $V_1E_1 = 101,4$ | $V_2E_1 = 96,3$ | $V_5E_1 = 50,2$ | $V_3E_2 = 58,4$  |
| BLOCO 3 | $V_2E_1 = 110,0$ | $V_3E_1 = 71,3$  | $V_5E_2 = 51,9$ | $V_4E_1 = 60,5$ | $V_1E_2 = 93,5$  |
|         | $V_2E_2 = 92,4$  | $V_3E_2 = 65,2$  | $V_5E_1 = 61,3$ | $V_4E_2 = 51,3$ | $V_1E_1 = 97,2$  |
| BLOCO 4 | $V_3E_2 = 58,9$  | $V_5E_1 = 65,2$  | $V_1E_2 = 81,8$ | $V_2E_1 = 90,5$ | $V_4E_2 = 52,6$  |
|         | $V_3E_1 = 62,6$  | $V_5E_2 = 48,7$  | $V_1E_1 = 89,6$ | $V_2E_2 = 85,8$ | $V_4E_1 = 57,4$  |

Esses dados devem ser organizados de acordo com o Quadro 6.2.2.

Do Quadro 6.2.2, podemos calcular:

$$C = \frac{2.969,7^2}{40} = 220.477,95$$

$$S.Q. \text{ Total ou Subparcelas} = (105,0^2 + 101,4^2 + \dots + 48,7^2) - C = 234.457,91 - C = 13.979,96$$

$$S.Q. \text{ Blocos} = \frac{1}{10} (808,7^2 + 713,3^2 + \dots + 693,1^2) - C = 782,18$$

**QUADRO 6.2.2** - Resultados das produções (t/ha) de cana-de-açúcar.

| VARIEDADES ESPAÇAMENTOS |                | BLOCOS |       |       |       | TOTAIS  |
|-------------------------|----------------|--------|-------|-------|-------|---------|
|                         |                | 1      | 2     | 3     | 4     |         |
| V <sub>1</sub>          | E <sub>1</sub> | 105,0  | 101,4 | 97,2  | 89,6  | 393,2   |
| V <sub>1</sub>          | E <sub>2</sub> | 94,3   | 91,7  | 93,5  | 81,8  | 361,3   |
| V <sub>2</sub>          | E <sub>1</sub> | 101,8  | 96,3  | 110,0 | 90,5  | 398,6   |
| V <sub>2</sub>          | E <sub>2</sub> | 86,3   | 90,7  | 92,4  | 85,8  | 355,2   |
| V <sub>3</sub>          | E <sub>1</sub> | 83,4   | 60,7  | 71,3  | 62,6  | 278,0   |
| V <sub>3</sub>          | E <sub>2</sub> | 90,7   | 58,4  | 65,2  | 58,9  | 273,2   |
| V <sub>4</sub>          | E <sub>1</sub> | 72,6   | 54,2  | 60,5  | 57,4  | 244,7   |
| V <sub>4</sub>          | E <sub>2</sub> | 65,7   | 56,3  | 51,3  | 52,6  | 225,9   |
| V <sub>5</sub>          | E <sub>1</sub> | 57,3   | 50,2  | 61,3  | 65,2  | 234,0   |
| V <sub>5</sub>          | E <sub>2</sub> | 51,6   | 53,4  | 51,9  | 48,7  | 205,6   |
| TOTAIS                  |                | 808,7  | 713,3 | 754,6 | 693,1 | 2.969,7 |

Para a obtenção das somas de quadrados para Variedades (Tratamentos Principais) e para o Resíduo a, devemos montar um quadro auxiliar com os totais de cada parcela:

| (2)              | BLOCO 1 | BLOCO 2 | BLOCO 3 | BLOCO 4 | TOTAIS DE V |
|------------------|---------|---------|---------|---------|-------------|
| V <sub>1</sub>   | 199,3   | 193,1   | 190,7   | 171,4   | 754,5       |
| V <sub>2</sub>   | 188,1   | 187,0   | 202,4   | 176,3   | 753,8       |
| V <sub>3</sub>   | 174,1   | 119,1   | 136,5   | 121,5   | 551,2       |
| V <sub>4</sub>   | 138,3   | 110,5   | 111,8   | 110,0   | 470,6       |
| V <sub>5</sub>   | 108,9   | 103,6   | 113,2   | 113,9   | 439,6       |
| TOTAIS DE BLOCOS | 808,7   | 713,3   | 754,6   | 693,1   | 2.969,7     |

Desse quadro auxiliar, podemos calcular:

$$\text{S.Q. Parcelas} = \frac{1}{2} (199,3^2 + 193,1^2 + \dots + 113,9^2) - C = 13.200,41$$

$$\text{S.Q. Variedades (V)} = \frac{1}{8} (754,5^2 + 753,8^2 + \dots + 439,6^2) - C = 11.524,38$$

$$\text{S.Q. Resíduo a} = \text{S.Q. Parcelas} - \text{S.Q. Variedades} - \text{S.Q. Blocos} = 893,85$$

Para o cálculo das somas de quadrados para Espaçamentos (Tratamentos Secundários) e Interação Variedades x Espaçamentos, devemos montar um novo quadro auxiliar, que relaciona os níveis de Variedades com os níveis de Espaçamentos:

| (4)            | V <sub>1</sub> | V <sub>2</sub> | V <sub>3</sub> | V <sub>4</sub> | V <sub>5</sub> | TOTAIS DE E |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| E <sub>1</sub> | 393,2          | 398,6          | 278,0          | 244,7          | 234,0          | 1.548,5     |
| E <sub>2</sub> | 361,3          | 355,2          | 273,2          | 225,9          | 205,6          | 1.421,2     |
| TOTAIS DE V    | 754,5          | 753,8          | 551,2          | 470,6          | 439,6          | 2.969,7     |

Desse quadro auxiliar, calculamos:

$$\text{S.Q. Espaçamentos (E)} = \frac{1}{20} (1.548,5^2 + 1.421,2^2) - C = 405,13$$

$$\text{S.Q. V, E} = \frac{1}{4} (393,2^2 + 398,6^2 + \dots + 205,6^2) - C = 12.034,91$$

$$\text{S.Q. V x E} = \text{S.Q. V, E} - \text{S.Q. V} - \text{S.Q. E} = 105,40$$

Então:

$$\text{S.Q. Resíduo b} = \text{S.Q. Total} - \text{S.Q. Bloco} - \text{S.Q. V} - \text{S.Q. Resíduo a} - \text{S.Q. E} - \text{S.Q. V x E}$$

ou

$$\text{S.Q. Resíduo b} = \text{S.Q. Total} - \text{S.Q. Parcelas} - \text{S.Q. E} - \text{S.Q. V x E} = 269,02$$

A análise de variância é apresentada no Quadro 6.2.3.

**QUADRO 6.2.3** - Análise de variância dos dados de produção de açúcar.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL.  | S.Q.        | Q.M.     | F                  |
|-------------------|------|-------------|----------|--------------------|
| Blocos            | 3    | 782,18      | 260,73   | 3,50*              |
| Variedades (V)    | 4    | 11.524,38   | 2.881,10 | 38,68**            |
| Resíduo a         | 12   | 893,85      | 74,49    | -                  |
| (Parcelas)        | (19) | (13.200,41) | -        | -                  |
| Espaçamentos (E)  | 1    | 405,13      | 405,13   | 22,60**            |
| Interação V x E   | 4    | 105,40      | 26,35    | 1,47 <sup>NS</sup> |
| Resíduo b         | 15   | 269,02      | 17,93    | -                  |
| Total             | 39   | 13.979,96   | -        | -                  |

Valores de F da tabela:

|                                 |            |            |
|---------------------------------|------------|------------|
| Blocos – 3 x 12 g.l.:           | {5% = 3,49 | 1% = 5,95} |
| Variedades (V) – 4 x 12 g.l.:   | {5% = 3,26 | 1% = 5,41} |
| Espaçamentos (E) – 1 x 15 g.l.: | {5% = 4,54 | 1% = 8,68} |
| Interação V x E – 4 x 15 g.l.:  | {5% = 3,06 | 1% = 4,89} |

#### Conclusões:

##### a) Interação V x E

O teste não foi significativo ( $P > 0,05$ ). Os fatores Variedades (V) e Espaçamentos (E) agem independentemente sobre a produção de cana-de-açúcar.

##### b) Variedades (V)

O teste foi significativo ( $P < 0,01$ ). As Variedades diferem (pelo menos duas) em relação ao efeito sobre a produção de cana-de-açúcar.

##### c) Espaçamentos (E)

O teste foi significativo ( $P < 0,01$ ). Os dois Espaçamentos diferem em relação ao efeito sobre a produção de cana-de-açúcar.

Como a Interação Variedades x Espaçamentos não foi significativa, podemos estudar os efeitos de Variedades independentemente dos Espaçamentos e vice-versa. Neste caso, temos dois casos de comparações das médias:

##### a) Comparações entre as médias das Variedades (Tratamentos Principais):

$$\bar{V}_1 = \frac{754,5}{8} = 94,3 \text{ t/ha}$$

$$\bar{V}_2 = \frac{753,8}{8} = 94,2 \text{ t/ha}$$

$$\bar{V}_3 = \frac{551,2}{8} = 68,9 \text{ t/ha}$$

$$\bar{V}_4 = \frac{470,6}{8} = 58,8 \text{ t/ha}$$

$$\bar{V}_5 = \frac{439,6}{8} = 55,0 \text{ t/ha}$$

$$s(\hat{m}_V) = \frac{s}{\sqrt{r}} = \frac{s_a}{\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{Q.M. \text{ Res a}}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{74,49}}{\sqrt{8}} = 3,1 \text{ t/ha}$$

**Teste de Tukey:**

$$\Delta = q \frac{s_a}{\sqrt{r}}, \text{ em que: } s_a = \sqrt{Q.M. \text{ Res a}} = \sqrt{74,49} = 8,6 \text{ t/ha}$$

$r$  = número de repetições para cada nível de  $V = 8$   
 $q - 5$  Variedades x 12 g.l. Resíduo  $a = 4,51$  (5%)

$$\Delta = 4,51 \frac{8,6}{\sqrt{8}} = 13,7 \text{ t/ha}$$

**Contrastes:**

|             |           | $\bar{V}_1$ | $\bar{V}_2$       | $\bar{V}_3$ | $\bar{V}_4$        | $\bar{V}_5$       |
|-------------|-----------|-------------|-------------------|-------------|--------------------|-------------------|
| $\bar{V}_1$ | <b>a</b>  | -           | 0,1 <sup>NS</sup> | 25,4*       | 35,5*              | 39,3*             |
| $\bar{V}_2$ | <b>a</b>  | -           | -                 | 25,3*       | 35,4*              | 39,2*             |
| $\bar{V}_3$ | <b>b</b>  | -           | -                 | -           | 10,1 <sup>NS</sup> | 13,9*             |
| $\bar{V}_4$ | <b>bc</b> | -           | -                 | -           | -                  | 3,8 <sup>NS</sup> |
| $\bar{V}_5$ | <b>c</b>  | -           | -                 | -           | -                  | -                 |

Médias seguidas de uma mesma letra não diferem pelo teste de Tukey ( $P > 0,05$ ).

**b) Comparações entre as médias dos Espaçamentos (Tratamentos Secundários):**

Neste caso, temos apenas duas médias, e, portanto, o teste F já seria suficiente para indicar diferença entre os Espaçamentos. Porém, a título de ilustração, vamos comparar as médias de Espaçamentos.

$$\bar{E}_1 = \frac{1.548,5}{20} = 77,4 \text{ t/ha}$$

$$\bar{E}_2 = \frac{1.421,2}{20} = 71,1 \text{ t/ha}$$

$$s(\hat{m}_E) = \frac{s}{\sqrt{r}} = \frac{s_b}{\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{Q.M. \text{ Res b}}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{17,93}}{\sqrt{20}} = 0,9 \text{ t/ha}$$

**Teste de Tukey:**

$$\Delta = q \frac{s_b}{\sqrt{r}}, \text{ em que: } s_b = \sqrt{Q.M. \text{ Res b}} = \sqrt{17,93} = 4,2 \text{ t/ha}$$

$r$  = número de repetições para cada nível de  $E = 20$   
 $q - 2$  Espaçamentos x 15 g.l. Resíduo  $b = 3,01$  (5%)

$$\Delta = 3,01 \frac{4,2}{\sqrt{20}} = 2,8 \text{ t/ha}$$

**Contraste:**

$$\hat{Y} = \bar{E}_1 - \bar{E}_2 = 77,4 - 71,1 = 6,3 \text{ t/ha}$$

Logo:

$$\bar{E}_1 = 77,4 \text{ t/ha} \quad \mathbf{a}$$

$$\bar{E}_2 = 71,1 \text{ t/ha} \quad \mathbf{b}$$

**Coefficientes de Variação:**

Nos experimentos em parcelas subdivididas, temos dois resíduos. Portanto, temos, também, dois coeficientes de variação:

**a) Para Parcelas:**

$$C.V. a = 100 \frac{s_a}{\hat{m}}$$

$$\hat{m} = \frac{2.969,7}{40} = 74,2 \text{ t/ha}$$

$$C.V. a = 100 \frac{8,6}{74,2} = 11,59\%$$

**b) Para Subparcelas:**

$$C.V. b = 100 \frac{s_b}{\hat{m}}$$

$$C.V. b = 100 \frac{4,2}{74,2} = 5,66\%$$

**6.2.2. Com interação Tratamentos Principais x Tratamentos Secundários significativa**

Vamos considerar os dados de um experimento sobre adubação nitrogenada em milho, em parcelas subdivididas, no qual foram comparados: 4 Adubos (Tratamentos Principais) e 3 Doses (Tratamentos Secundários), em 4 blocos casualizados.

Os 4 Adubos (A) utilizados foram:

$A_1$  – Salitre do Chile

$A_2$  – Sulfato de amônio

$A_3$  – Uréia

$A_4$  – Calnitro

As 3 Doses (D) utilizadas foram:

$D_1$  – 10 kg de N/ha

$D_2$  – 40 kg de N/ha

$D_3$  – 70 kg de N/ha

O croqui da distribuição nos 4 blocos (com os dados de produção, em kg/ha, por subparcela) poderia ser aquele que se encontra no Quadro 6.2.4.

Para a análise de variância, inicialmente, organizamos os dados de produção, da maneira disposta no Quadro 6.2.5

Lembrando que a unidade de cálculo é a subparcela, a partir dos dados do Quadro 6.2.5, podemos calcular:

$$C = \frac{145.934^2}{48} = 443.681.924$$

$$S.Q. \text{ Total} = (2.747^2 + 2.702^2 + \dots + 3.076^2) - C = 460.033.358 - C = 16.351.434$$

$$S.Q. \text{ Blocos} = \frac{1}{12} (38.300^2 + 31.925^2 + \dots + 35.558^2) - C = 3.198.892$$

**QUADRO 6.2.4** - Croqui da distribuição dos fatores: Adubos (A) e Doses (D), por subparcela, num experimento em parcelas subdivididas.

|         |                  |                  |                  |                  |
|---------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| BLOCO 1 | $A_3D_3 = 3.364$ | $A_1D_2 = 2.889$ | $A_4D_2 = 3.451$ | $A_2D_2 = 3.831$ |
|         | $A_3D_2 = 2.547$ | $A_1D_1 = 2.747$ | $A_4D_3 = 3.742$ | $A_2D_3 = 4.107$ |
|         | $A_3D_1 = 1.902$ | $A_1D_3 = 3.578$ | $A_4D_1 = 2.978$ | $A_2D_1 = 3.164$ |
| BLOCO 2 | $A_2D_1 = 2.658$ | $A_3D_2 = 2.642$ | $A_4D_2 = 2.258$ | $A_1D_1 = 2.702$ |
|         | $A_2D_2 = 3.049$ | $A_3D_3 = 2.427$ | $A_4D_1 = 2.769$ | $A_1D_3 = 3.387$ |
|         | $A_2D_3 = 3.031$ | $A_3D_1 = 1.773$ | $A_4D_3 = 2.498$ | $A_1D_2 = 2.731$ |
| BLOCO 3 | $A_3D_3 = 4.053$ | $A_1D_3 = 3.858$ | $A_2D_1 = 3.600$ | $A_4D_1 = 2.640$ |
|         | $A_3D_1 = 3.440$ | $A_1D_2 = 2.633$ | $A_2D_3 = 3.791$ | $A_4D_3 = 3.458$ |
|         | $A_3D_2 = 3.347$ | $A_1D_1 = 2.671$ | $A_2D_2 = 4.182$ | $A_4D_2 = 2.478$ |
| BLOCO 4 | $A_4D_1 = 2.542$ | $A_3D_3 = 3.111$ | $A_1D_2 = 2.756$ | $A_2D_2 = 3.102$ |
|         | $A_4D_3 = 3.076$ | $A_3D_2 = 2.924$ | $A_1D_1 = 2.547$ | $A_2D_3 = 3.547$ |
|         | $A_4D_2 = 2.562$ | $A_3D_1 = 2.347$ | $A_1D_3 = 4.284$ | $A_2D_1 = 2.760$ |

**QUADRO 6.2.5** - Dados de produção de milho (kg/ha).

| ADUBOS         | DOSES          | BLOCOS |        |        |        | TOTAIS  |
|----------------|----------------|--------|--------|--------|--------|---------|
|                |                | 1      | 2      | 3      | 4      |         |
| A <sub>1</sub> | D <sub>1</sub> | 2.747  | 2.702  | 2.671  | 2.547  | 10.667  |
| A <sub>1</sub> | D <sub>2</sub> | 2.889  | 2.731  | 2.633  | 2.756  | 11.009  |
| A <sub>1</sub> | D <sub>3</sub> | 3.578  | 3.387  | 3.858  | 4.284  | 15.107  |
| A <sub>2</sub> | D <sub>1</sub> | 3.164  | 2.658  | 3.600  | 2.760  | 12.182  |
| A <sub>2</sub> | D <sub>2</sub> | 3.831  | 3.049  | 4.182  | 3.102  | 14.164  |
| A <sub>2</sub> | D <sub>3</sub> | 4.107  | 3.031  | 3.791  | 3.547  | 14.476  |
| A <sub>3</sub> | D <sub>1</sub> | 1.902  | 1.773  | 3.440  | 2.347  | 9.462   |
| A <sub>3</sub> | D <sub>2</sub> | 2.547  | 2.642  | 3.347  | 2.924  | 11.460  |
| A <sub>3</sub> | D <sub>3</sub> | 3.364  | 2.427  | 4.053  | 3.111  | 12.955  |
| A <sub>4</sub> | D <sub>1</sub> | 2.978  | 2.769  | 2.640  | 2.542  | 10.929  |
| A <sub>4</sub> | D <sub>2</sub> | 3.451  | 2.258  | 2.478  | 2.562  | 10.749  |
| A <sub>4</sub> | D <sub>3</sub> | 3.742  | 2.498  | 3.458  | 3.076  | 12.774  |
| TOTAIS         |                | 38.300 | 31.925 | 40.151 | 35.558 | 145.934 |

Para o cálculo da soma de quadrados de parcelas, devemos montar o quadro auxiliar que nos fornece os totais das parcelas:

| (3)            | BLOCO 1 | BLOCO 2 | BLOCO 3 | BLOCO 4 | TOTAIS DE A |
|----------------|---------|---------|---------|---------|-------------|
| A <sub>1</sub> | 9.214   | 8.820   | 9.162   | 9.587   | 36.783      |
| A <sub>2</sub> | 11.102  | 8.738   | 11.573  | 9.409   | 40.822      |
| A <sub>3</sub> | 7.813   | 6.842   | 10.840  | 8.382   | 33.877      |
| A <sub>4</sub> | 10.171  | 7.525   | 8.576   | 8.180   | 34.452      |
| TOTAIS         | 38.300  | 31.925  | 40.151  | 35.558  | 145.934     |

Deste quadro, calculamos:

$$S.Q. \text{ Parcelas} = \frac{1}{3} (9.214^2 + 8.820^2 + \dots + 8.180^2) - C = 8.574.131$$

$$\text{S.Q. Adubos (A)} = \frac{1}{12} (36.783^2 + 40.822^2 + \dots + 34.452^2) - C = 2.486.093$$

Então:

$$\text{S.Q. Resíduo a} = \text{S.Q. Parcelas} - \text{S.Q. Blocos} - \text{S.Q. Adubos (A)} = 2.889.146$$

Para calcular a soma de quadrados de Doses e da Interação A x D, montamos o quadro auxiliar, que relaciona os níveis de A com os níveis de D:

| (4)            | A <sub>1</sub> | A <sub>2</sub> | A <sub>3</sub> | A <sub>4</sub> | TOTAIS DE D |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| D <sub>1</sub> | 10.667         | 12.182         | 9.462          | 10.929         | 43.240      |
| D <sub>2</sub> | 11.009         | 14.164         | 11.460         | 10.749         | 47.382      |
| D <sub>3</sub> | 15.107         | 14.476         | 12.955         | 12.774         | 55.312      |
| TOTAIS DE A    | 36.783         | 40.822         | 33.877         | 34.452         | 145.934     |

Deste quadro, calculamos:

$$\text{S.Q. Doses (D)} = \frac{1}{16} (43.240^2 + 47.382^2 + 55.312^2) - C = 4.703.630$$

$$\text{S.Q. A, D} = \frac{1}{4} (10.667^2 + 12.182^2 + \dots + 12.774^2) - C = 8.475.876$$

$$\text{S.Q. A x D} = \text{S.Q. A, D} - \text{S.Q. A} - \text{S.Q. D} = 1.286.153$$

Logo:

$$\text{S.Q. Resíduo b} = \text{S.Q. Total} - \text{S.Q. Parcelas} - \text{S.Q. D} - \text{S.Q. A x D} = 1.787.520$$

Calculadas as somas de quadrados, montamos o quadro de análise de variância, que é apresentado no Quadro 6.2.6.

**QUADRO 6.2.6** - Análise de variância dos dados de produção de milho.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL.  | S.Q.        | Q.M.      | F                  |
|-------------------|------|-------------|-----------|--------------------|
| Blocos            | 3    | 3.198.892   | 1.066.297 | 3,32 <sup>NS</sup> |
| Adubos (A)        | 3    | 2.486.093   | 828.698   | 2,58 <sup>NS</sup> |
| Resíduo a         | 9    | 2.889.146   | 321.016   | -                  |
| (Parcelas)        | (15) | (8.574.131) | -         | -                  |
| Doses (D)         | 2    | 4.703.630   | 2.351.815 | 31,58**            |
| Interação A x D   | 6    | 1.286.153   | 214.359   | 2,88*              |
| Resíduo b         | 24   | 1.787.520   | 74.480    | -                  |
| Total             | 47   | 16.351.434  | -         | -                  |

Valores de F da tabela:

|                                   |            |            |
|-----------------------------------|------------|------------|
| Blocos e Adubos (A) - 3 x 9 g.l.: | {5% = 3,86 | 1% = 6,99} |
| Doses (D) - 2 x 24 g.l.:          | {5% = 3,40 | 1% = 5,61} |
| Interação A x D - 6 x 24 g.l.:    | {5% = 2,51 | 1% = 3,67} |

**Conclusão:**

O teste para a Interação A x D foi significativo ( $P < 0,05$ ), o que indica que os fatores Adubos (A) e Doses (D) agem de modo dependente sobre a produção de milho. Então, devemos desdobrar a Interação A x D, o que pode ser feito de duas maneiras:

**a) Para estudar os efeitos das Doses (D) em cada Adubo (A)**  
**(Estudar os efeitos dos Tratamentos Secundários em cada Tratamento Principal):**

Neste caso, temos que calcular: S.Q. D d.  $A_1$ , S.Q. D d.  $A_2$ , S.Q. D d.  $A_3$  e S.Q. D d.  $A_4$ , no lugar de S.Q. D e de S.Q. A x D, o que envolve, apenas, o Resíduo b:

$$\text{S.Q. D d. } A_1 = \frac{1}{4} (10.667^2 + 11.009^2 + 15.107^2) - \frac{36.783^2}{12} = 3.052.014$$

$$\text{S.Q. D d. } A_2 = \frac{1}{4} (12.182^2 + 14.164^2 + 14.476^2) - \frac{40.822^2}{12} = 774.009$$

$$\text{S.Q. D d. } A_3 = \frac{1}{4} (9.462^2 + 11.460^2 + 12.955^2) - \frac{33.877^2}{12} = 1.535.673$$

$$\text{S.Q. D d. } A_4 = \frac{1}{4} (10.929^2 + 10.749^2 + 12.774^2) - \frac{34.452^2}{12} = 628.088$$

Verificação:

$$\text{S.Q. D d. } A_1 + \text{S.Q. D d. } A_2 + \text{S.Q. D d. } A_3 + \text{S.Q. D d. } A_4 = \text{S.Q. D} + \text{S.Q. A x D}$$

Logo, temos:

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. | S.Q.      | Q.M.      | F       |
|-------------------|-----|-----------|-----------|---------|
| Doses d. $A_1$    | 2   | 3.052.014 | 1.526.007 | 20,49** |
| Doses d. $A_2$    | 2   | 774.009   | 387.005   | 5,20*   |
| Doses d. $A_3$    | 2   | 1.535.673 | 767.837   | 10,31** |
| Doses d. $A_4$    | 2   | 628.088   | 314.044   | 4,22*   |
| Resíduo b         | 24  | 1.787.520 | 74.480    | -       |

Valores de F da tabela: 2 x 24 g.l.: {5% = 3,40      1% = 5,61}

Verificamos que as 3 Doses apresentam efeitos significativos sobre a produção de milho, no nível de 1% para os Adubos 1 (Salitre do Chile) e 3 (Uréia), e no nível de 5% para os Adubos 2 (Sulfato de amônio) e 4 (Calnitro).

Portanto, devemos aplicar um teste (Tukey, por exemplo) para detectar as diferenças existentes, entre as Doses em cada um dos Adubos.

**a<sub>1</sub>) Médias de Doses (D) dentro do Adubo 1 (Salitre do Chile):**

$$\hat{m}_{A_1D_1} = \frac{10.667}{4} = 2.667 \text{ kg/ha} \quad (10 \text{ kg de N/ha})$$

$$\hat{m}_{A_1D_2} = \frac{11.009}{4} = 2.752 \text{ kg/ha} \quad (40 \text{ kg de N/ha})$$

$$\hat{m}_{A_1D_3} = \frac{15.107}{4} = 3.777 \text{ kg/ha} \quad (70 \text{ kg de N/ha})$$

$$s(\hat{m}_{D/A_1}) = \frac{s_b}{\sqrt{r_{D/A_1}}} = \frac{\sqrt{Q.M. \text{ Res } b}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{74.480}}{\sqrt{4}} = 136 \text{ kg/ha}$$

Teste de Tukey:

$$\Delta = q \frac{s_b}{\sqrt{r_{D/A_1}}} \quad q - 3 \text{ Doses} \times 24 \text{ g.l. Resíduo } b = 3,53 (5\%)$$

$$\Delta = 3,53 \times 136 = 480 \text{ kg/ha}$$

**Contrastes:**

|                    |          | $\hat{m}_{A_1D_3}$ | $\hat{m}_{A_1D_2}$ | $\hat{m}_{A_1D_1}$ |
|--------------------|----------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\hat{m}_{A_1D_3}$ | <b>a</b> | -                  | 1.025*             | 1.110*             |
| $\hat{m}_{A_1D_2}$ | <b>b</b> | -                  | -                  | 85 <sup>NS</sup>   |
| $\hat{m}_{A_1D_1}$ | <b>b</b> | -                  | -                  | -                  |

Para o Adubo 1 (Salitre do Chile), o melhor resultado foi obtido para a Dose 3 (70 kg de N/ha), que teve média de produção maior e diferiu das Doses 1 (10 kg de N/ha) e 2 (40 kg de N/ha). As Doses 1 e 2 não diferiram entre si.

**a<sub>2</sub>)** Médias de Doses (D) dentro do Adubo 2 (Sulfato de amônio):

$$\hat{m}_{A_2D_1} = \frac{12.182}{4} = 3.046 \text{ kg/ha} \quad (10 \text{ kg de N/ha})$$

$$\hat{m}_{A_2D_2} = \frac{14.164}{4} = 3.541 \text{ kg/ha} \quad (40 \text{ kg de N/ha})$$

$$\hat{m}_{A_2D_3} = \frac{14.476}{4} = 3.619 \text{ kg/ha} \quad (70 \text{ kg de N/ha})$$

$$s(\hat{m}_{D/A_2}) = \frac{s_b}{\sqrt{r_{D/A_2}}} = 136 \text{ kg/ha}$$

Teste de Tukey:

$$\Delta = q \frac{s_b}{\sqrt{r_{D/A_2}}} = 480 \text{ kg/ha}$$

**Contrastes:**

|                    |          | $\hat{m}_{A_2D_3}$ | $\hat{m}_{A_2D_2}$ | $\hat{m}_{A_2D_1}$ |
|--------------------|----------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\hat{m}_{A_2D_3}$ | <b>a</b> | -                  | 78 <sup>NS</sup>   | 573*               |
| $\hat{m}_{A_2D_2}$ | <b>a</b> | -                  | -                  | 495*               |
| $\hat{m}_{A_2D_1}$ | <b>b</b> | -                  | -                  | -                  |

Para o Adubo 2 (Sulfato de amônio), as Doses 2 (40 kg de N/ha) e 3 (70 kg de N/ha) apresentaram os melhores resultados de produção, pois suas médias foram as maiores, não diferiram entre si, e diferiram da média da Dose 1 (10 kg de N/ha).

**a<sub>3</sub>)** Médias de Doses (D) dentro do Adubo 3 (Uréia):

$$\hat{m}_{A_3D_1} = \frac{9.462}{4} = 2.366 \text{ kg/ha} \quad (10 \text{ kg de N/ha})$$

$$\hat{m}_{A_3D_2} = \frac{11.460}{4} = 2.865 \text{ kg/ha} \quad (40 \text{ kg de N/ha})$$

$$\hat{m}_{A_3D_3} = \frac{12.955}{4} = 3.239 \text{ kg/ha} \quad (70 \text{ kg de N/ha})$$

$$s(\hat{m}_{D/A_3}) = \frac{s_b}{\sqrt{r_{D/A_3}}} = 136 \text{ kg/ha}$$

Teste de Tukey:

$$\Delta = q \frac{s_b}{\sqrt{r_{D/A_3}}} = 480 \text{ kg / ha}$$

**Contrastes:**

|                    |          | $\hat{m}_{A_3D_3}$ | $\hat{m}_{A_3D_2}$ | $\hat{m}_{A_3D_1}$ |
|--------------------|----------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\hat{m}_{A_3D_3}$ | <b>a</b> | -                  | 374 <sup>NS</sup>  | 873*               |
| $\hat{m}_{A_3D_2}$ | <b>a</b> | -                  | -                  | 499*               |
| $\hat{m}_{A_3D_1}$ | <b>b</b> | -                  | -                  | -                  |

Para o Adubo 3 (Uréia), as Doses 2 (40 kg de N/ha) e 3 (70 kg de N/ha) apresentaram os melhores resultados de produção, pois suas médias foram as maiores, não diferiram entre si, e diferiram da média da Dose 1 (10 kg de N/ha).

a<sub>4</sub>) Médias de Doses (D) dentro do Adubo 4 (Calnitro):

$$\hat{m}_{A_4D_1} = \frac{10.929}{4} = 2.732 \text{ kg/ha} \quad (10 \text{ kg de N/ha})$$

$$\hat{m}_{A_4D_2} = \frac{10.749}{4} = 2.687 \text{ kg/ha} \quad (40 \text{ kg de N/ha})$$

$$\hat{m}_{A_4D_3} = \frac{12.774}{4} = 3.194 \text{ kg/ha} \quad (70 \text{ kg de N/ha})$$

$$s(\hat{m}_{D/A_4}) = \frac{s_b}{\sqrt{r_{D/A_4}}} = 136 \text{ kg/ha}$$

Teste de Tukey:

$$\Delta = q \frac{s_b}{\sqrt{r_{D/A_4}}} = 480 \text{ kg/ha}$$

Contrastes:

|                    |           | $\hat{m}_{A_4D_3}$ | $\hat{m}_{A_4D_1}$ | $\hat{m}_{A_4D_2}$ |
|--------------------|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\hat{m}_{A_4D_3}$ | <b>a</b>  | -                  | 462 <sup>NS</sup>  | 507*               |
| $\hat{m}_{A_4D_1}$ | <b>ab</b> | -                  | -                  | 45 <sup>NS</sup>   |
| $\hat{m}_{A_4D_2}$ | <b>b</b>  | -                  | -                  | -                  |

Para o Adubo 4 (Calnitro), a maior produção foi obtida para a Dose 3 (70 kg de N/ha), que, no entanto, só diferiu significativamente da Dose 2 (40 kg de N/ha), que apresentou a menor média. As demais diferenças não foram significativas.

b) Para estudar os efeitos dos Adubos (A) em cada Dose (D)  
(Estudar os efeitos dos Tratamentos Principais em cada Tratamento Secundário):

Neste caso, temos que calcular: S.Q. A d. D<sub>1</sub>, S.Q. A d. D<sub>2</sub> e S.Q. A d. D<sub>3</sub>, no lugar de S.Q. A e S.Q. A x D. Este caso é mais complicado, pois envolve os dois Resíduos. Então, temos que calcular um novo Resíduo, denominado Resíduo Médio.

$$\text{S.Q. A d. D}_1 = \frac{1}{4} (10.667^2 + 12.182^2 + \dots + 10.929^2) - \frac{43.240^2}{16} = 933.525$$

$$\text{S.Q. A d. D}_2 = \frac{1}{4} (11.009^2 + 14.164^2 + \dots + 10.749^2) - \frac{47.382^2}{16} = 1.856.524$$

$$\text{S.Q. A d. D}_3 = \frac{1}{4} (15.107^2 + 14.476^2 + \dots + 12.774^2) - \frac{55.312^2}{16} = 982.198$$

Verificação:

$$\text{S.Q. A d. D}_1 + \text{S.Q. A d. D}_2 + \text{S.Q. A d. D}_3 = \text{S.Q. A} + \text{S.Q. A x D}$$

O Resíduo Médio é calculado de tal modo que:

$$\text{Q.M. Resíduo Médio} = \frac{\text{Q.M. Res a} + (b - 1) \text{Q.M. Res b}}{b}$$

em que:  $b$  = número de tratamentos secundários = 3

$$\text{Q.M. Resíduo Médio} = \frac{321.016 + (3 - 1) 74.480}{3} = 156.659$$

O número (aproximado) de graus de liberdade associados ao Resíduo Médio ( $n'$ ) é calculado pela fórmula de SATTERTHWAITTE:

$$n' = \frac{\frac{[\text{Q.M. Res a} + (b - 1) \text{Q.M. Res b}]^2}{\text{g.l. Res a}} + \frac{[(b - 1) \text{Q.M. Res b}]^2}{\text{g.l. Res b}}}{\text{g.l. Res a} + \text{g.l. Res b}}$$

Devemos ter sempre:

$$\text{g.l. Res a} \leq n' \leq (\text{g.l. Res a} + \text{g.l. Res b})$$

No nosso exemplo, fica:

$$n' = \frac{\frac{[321.016 + (3 - 1) 74.480]^2}{9} + \frac{[(3 - 1) 74.480]^2}{24}}{9 + 24} = 17,85 \approx 18 \quad (9 < 18 < 33)$$

Logo, temos:

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. | S.Q.      | Q.M.    | F                  |
|-------------------|------|-----------|---------|--------------------|
| Adubos d. $D_1$   | 3    | 933.525   | 311.175 | 1,99 <sup>NS</sup> |
| Adubos d. $D_2$   | 3    | 1.856.524 | 618.841 | 3,95*              |
| Adubos d. $D_3$   | 3    | 982.198   | 327.399 | 2,09 <sup>NS</sup> |
| Resíduo Médio     | 18   | -         | 156.659 | -                  |

Valores de F da tabela – 3 x 18 g.l.: {5% = 3,16      1% = 5,09}

Verificamos que os 4 Adubos (A) apresentam diferença significativa, apenas na Dose 2 (40 kg de N/ha).

Deveríamos comparar as médias dos 4 Adubos, apenas na Dose 2. Porém, para efeito de ilustração, vamos fazer as comparações em todas as Doses.

b<sub>1</sub>) Médias dos Adubos na Dose 1 (10 kg de N/ha)

$$\hat{m}_{A_1D_1} = \frac{10.667}{4} = 2.667 \text{ kg/ha} \quad (\text{Salitre do Chile})$$

$$\hat{m}_{A_2D_1} = \frac{12.182}{4} = 3.046 \text{ kg/ha} \quad (\text{Sulfato de amônio})$$

$$\hat{m}_{A_3D_1} = \frac{9.462}{4} = 2.366 \text{ kg/ha} \quad (\text{Uréia})$$

$$\hat{m}_{A_4D_1} = \frac{10.929}{4} = 2.732 \text{ kg/ha} \quad (\text{Calnitro})$$

$$s(\hat{m}_{A/D_1}) = \frac{s'}{\sqrt{r_{A/D_1}}} = \frac{\sqrt{Q.M. \text{ Res Médio}}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{156.659}}{\sqrt{4}} = 198 \text{ kg/ha}$$

Teste de Tukey:

$$\Delta = 4,00 \times 198 = 792 \text{ kg/ha} \quad q - 4 \text{ Adubos} \times 18 \text{ g.l. Resíduo Médio} = 4,00 (5\%)$$

**Contrastes:**

|                    |          | $\hat{m}_{A_2D_1}$ | $\hat{m}_{A_4D_1}$ | $\hat{m}_{A_1D_1}$ | $\hat{m}_{A_3D_1}$ |
|--------------------|----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\hat{m}_{A_2D_1}$ | <b>a</b> | -                  | 314 <sup>NS</sup>  | 379 <sup>NS</sup>  | 680 <sup>NS</sup>  |
| $\hat{m}_{A_4D_1}$ | <b>a</b> | -                  | -                  | 65 <sup>NS</sup>   | 366 <sup>NS</sup>  |
| $\hat{m}_{A_1D_1}$ | <b>a</b> | -                  | -                  | -                  | 301 <sup>NS</sup>  |
| $\hat{m}_{A_3D_1}$ | <b>a</b> | -                  | -                  | -                  | -                  |

Para a Dose 1 (10 kg de N/ha), não houve nenhuma diferença significativa entre as médias de produção dos 4 Adubos.

**b<sub>2</sub>)** Médias dos Adubos na Dose 2 (40 kg de N/ha)

$$\hat{m}_{A_1D_2} = \frac{11.009}{4} = 2.752 \text{ kg/ha} \quad (\text{Salitre do Chile})$$

$$\hat{m}_{A_2D_2} = \frac{14.164}{4} = 3.541 \text{ kg/ha} \quad (\text{Sulfato de amônio})$$

$$\hat{m}_{A_3D_2} = \frac{11.460}{4} = 2.865 \text{ kg/ha} \quad (\text{Uréia})$$

$$\hat{m}_{A_4D_2} = \frac{10.749}{4} = 2.687 \text{ kg/ha} \quad (\text{Calnitro})$$

$$s(\hat{m}_{A/D_2}) = \frac{s'}{\sqrt{r_{A/D_2}}} = 198 \text{ kg/ha}$$

Teste de Tukey:

$$\Delta = q \frac{s'}{\sqrt{r_{A/D_2}}} = 792 \text{ kg/ha}$$

**Contrastes:**

|                    |           | $\hat{m}_{A_2D_2}$ | $\hat{m}_{A_3D_2}$ | $\hat{m}_{A_1D_2}$ | $\hat{m}_{A_4D_2}$ |
|--------------------|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\hat{m}_{A_2D_2}$ | <b>a</b>  | -                  | 676 <sup>NS</sup>  | 789 <sup>NS</sup>  | 854*               |
| $\hat{m}_{A_3D_2}$ | <b>ab</b> | -                  | -                  | 113 <sup>NS</sup>  | 178 <sup>NS</sup>  |
| $\hat{m}_{A_1D_2}$ | <b>ab</b> | -                  | -                  | -                  | 65 <sup>NS</sup>   |
| $\hat{m}_{A_4D_2}$ | <b>b</b>  | -                  | -                  | -                  | -                  |

Para a Dose 2 (40 kg de N/ha), só ocorreu diferença significativa entre a média do Adubo 2 (Sulfato de amônio), que foi a maior média, e a média do Adubo 4 (Calnitro), que foi a menor média. As demais diferenças não foram significativas.

**b<sub>3</sub>) Médias dos Adubos na Dose 3 (70 kg de N/ha)**

$$\hat{m}_{A_1D_3} = \frac{15.107}{4} = 3.777 \text{ kg/ha} \quad (\text{Salitre do Chile})$$

$$\hat{m}_{A_2D_3} = \frac{14.476}{4} = 3.619 \text{ kg/ha} \quad (\text{Sulfato de amônio})$$

$$\hat{m}_{A_3D_3} = \frac{12.955}{4} = 3.239 \text{ kg/ha} \quad (\text{Uréia})$$

$$\hat{m}_{A_4D_3} = \frac{12.774}{4} = 3.194 \text{ kg/ha} \quad (\text{Calnitro})$$

$$s(\hat{m}_{A/D_3}) = \frac{s'}{\sqrt{r_{A/D_3}}} = 198 \text{ kg/ha}$$

Teste de Tukey:

$$\Delta = q \frac{s'}{\sqrt{r_{A/D_3}}} = 792 \text{ kg/ha}$$

**Contrastes:**

|                    |          | $\hat{m}_{A_1D_3}$ | $\hat{m}_{A_2D_3}$ | $\hat{m}_{A_3D_3}$ | $\hat{m}_{A_4D_3}$ |
|--------------------|----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\hat{m}_{A_1D_3}$ | <b>a</b> | -                  | 158 <sup>NS</sup>  | 538 <sup>NS</sup>  | 583 <sup>NS</sup>  |
| $\hat{m}_{A_2D_3}$ | <b>a</b> | -                  | -                  | 380 <sup>NS</sup>  | 425 <sup>NS</sup>  |
| $\hat{m}_{A_3D_3}$ | <b>a</b> | -                  | -                  | -                  | 45 <sup>NS</sup>   |
| $\hat{m}_{A_4D_3}$ | <b>a</b> | -                  | -                  | -                  | -                  |

Para a Dose 3 (70 kg de N/ha), não houve nenhuma diferença significativa entre as médias de produção dos 4 Adubos.

### Resumo:

|                                    | D <sub>1</sub><br>(10 kg de N/ha) | D <sub>2</sub><br>(40 kg de N/ha) | D <sub>3</sub><br>(70 kg de N/ha) |
|------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| A <sub>1</sub> (Salitre do Chile)  | 2.667 <b>b A</b>                  | 2.752 <b>b AB</b>                 | 3.777 <b>a A</b>                  |
| A <sub>2</sub> (Sulfato de amônio) | 3.046 <b>b A</b>                  | 3.541 <b>a A</b>                  | 3.619 <b>a A</b>                  |
| A <sub>3</sub> (Uréia)             | 2.366 <b>b A</b>                  | 2.865 <b>a AB</b>                 | 3.239 <b>a A</b>                  |
| A <sub>4</sub> (Calnitro)          | 2.732 <b>ab A</b>                 | 2.687 <b>b B</b>                  | 3.194 <b>a A</b>                  |

**a, b** - em cada linha, médias seguidas de uma mesma letra minúscula não diferem pelo teste de Tukey ( $P>0,05$ ).

**A, B** - em cada coluna, médias seguidas de uma mesma letra maiúscula não diferem pelo teste de Tukey ( $P>0,05$ ).

### Coefficientes de Variação:

#### a) Parcelas

$$C.V._a = 100 \frac{s_a}{\hat{m}}$$

$$s_a = \sqrt{Q.M. \text{ Res } a} = \sqrt{321.016} = 567 \text{ kg / ha}$$

$$\hat{m} = \frac{145.934}{48} = 3.040 \text{ kg / ha}$$

$$C.V._a = 100 \frac{567}{3.040} = 18.65\%$$

#### b) Subparcelas

$$C.V._b = 100 \frac{s_b}{\hat{m}}$$

$$s_b = \sqrt{Q.M. \text{ Res } b} = \sqrt{74.480} = 273 \text{ kg / ha}$$

$$C.V._b = 100 \frac{273}{3.040} = 8,98\%$$

### 6.3. Experimentos em parcelas subdivididas

Em algumas situações práticas, as condições experimentais tornam necessário subdividir cada subparcela em diversos níveis de um terceiro fator, caracterizando assim, as **subsubparcelas**. Nesse caso, o experimento é denominado experimento em parcelas subdivididas ou “split-split-plot”.

Então, nos experimentos em parcelas subdivididas, podemos estudar, simultaneamente, os efeitos de três fatores, sendo os Tratamentos Principais designados ao acaso nas parcelas (inteiramente ao acaso, em blocos ao acaso etc.), os Subtratamentos casualizados nas subparcelas de cada parcela, e os Subsubtratamentos casualizados nas subsubparcelas de cada subparcela.

Assim, por exemplo, num experimento em parcelas subdivididas, com os fatores Espaçamentos (Tratamentos Principais), Irrigações (Tratamentos Secundários) e Variedades

(Subsubtratamentos), sendo utilizados: 3 Espaçamentos ( $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$ ), 2 Irrigações ( $I_0$  e  $I_1$ ) e 3 Variedades ( $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$ ), se o experimento fosse instalado em 5 blocos ao acaso, o croqui de um dos blocos poderia ser o que se encontra no Quadro 6.3.1.

**QUADRO 6.3.1** - Croqui de um bloco de um experimento em parcelas subsubdivididas.

|             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|
| $E_2I_0V_2$ | $E_2I_0V_1$ | $E_2I_0V_3$ |
| $E_2I_1V_2$ | $E_2I_1V_3$ | $E_2I_1V_1$ |
| $E_1I_1V_1$ | $E_1I_1V_3$ | $E_1I_1V_2$ |
| $E_1I_0V_2$ | $E_1I_0V_3$ | $E_1I_0V_1$ |
| $E_3I_0V_3$ | $E_3I_0V_2$ | $E_3I_0V_1$ |
| $E_3I_1V_1$ | $E_3I_1V_3$ | $E_3I_1V_2$ |

O esquema de análise de variância para este experimento é apresentado no Quadro 6.3.2.

**QUADRO 6.3.2** - Esquema de análise de variância do experimento em parcelas subsubdivididas.

| CAUSA DA VARIAÇÃO   | GL.  |
|---------------------|------|
| Blocos              | 4    |
| Espaçamentos (E)    | 2    |
| Resíduo a           | 8    |
| (Parcelas)          | (14) |
| Irrigações (I)      | 1    |
| Interação E x I     | 2    |
| Resíduo b           | 12   |
| (Subparcelas)       | (29) |
| Variedades (V)      | 2    |
| Interação V x E     | 4    |
| Interação V x I     | 2    |
| Interação V x E x I | 4    |
| Resíduo c           | 48   |
| Total               | 89   |

Devemos lembrar que a unidade experimental é a subsubparcela.

Vejamos, como exemplo, os dados de um experimento em parcelas subsubdivididas, com 3 Datas de Plantio da cultura da beterraba ( $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ ), como Tratamentos Principais, 2 níveis de aplicação de Inseticidas ( $I_0$  = sem inseticida e  $I_1$  = com inseticida), como Tratamentos Secundários, e 3 Épocas de Colheita ( $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$ ), como Subsubtratamentos.

O experimento foi realizado em 4 blocos casualizados, e o croqui da distribuição dos fatores, com os resultados de produção, poderia ser aquele apresentado no Quadro 6.3.3.

**QUADRO 6.3.3** - Croqui de um experimento em parcelas subsubdivididas, com os resultados de produção.

|         |                      |                      |                      |                      |                      |                      |
|---------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| Bloco 1 | $P_2 I_0 E_1 = 28,9$ | $P_2 I_0 E_3 = 38,4$ | $P_2 I_0 E_2 = 37,5$ | $P_2 I_1 E_3 = 44,2$ | $P_2 I_1 E_2 = 36,9$ | $P_2 I_1 E_1 = 38,0$ |
|         | $P_1 I_1 E_3 = 42,1$ | $P_1 I_1 E_2 = 38,0$ | $P_1 I_1 E_1 = 27,7$ | $P_1 I_0 E_2 = 31,8$ | $P_1 I_0 E_1 = 25,7$ | $P_1 I_0 E_3 = 34,6$ |
|         | $P_3 I_0 E_2 = 25,3$ | $P_3 I_0 E_1 = 23,4$ | $P_3 I_0 E_3 = 29,8$ | $P_3 I_1 E_1 = 20,8$ | $P_3 I_1 E_3 = 36,6$ | $P_3 I_1 E_2 = 29,0$ |
| Bloco 2 | $P_2 I_0 E_2 = 31,5$ | $P_2 I_0 E_1 = 24,7$ | $P_2 I_0 E_3 = 32,5$ | $P_2 I_1 E_1 = 31,0$ | $P_2 I_1 E_3 = 41,6$ | $P_2 I_1 E_2 = 31,9$ |
|         | $P_3 I_1 E_2 = 32,0$ | $P_3 I_1 E_3 = 37,8$ | $P_3 I_1 E_1 = 23,0$ | $P_3 I_0 E_2 = 27,7$ | $P_3 I_0 E_3 = 29,9$ | $P_3 I_0 E_1 = 24,2$ |
|         | $P_1 I_0 E_1 = 25,4$ | $P_1 I_0 E_3 = 37,2$ | $P_1 I_0 E_2 = 29,5$ | $P_1 I_1 E_2 = 40,6$ | $P_1 I_1 E_3 = 43,6$ | $P_1 I_1 E_1 = 30,3$ |
| Bloco 3 | $P_3 I_0 E_3 = 24,3$ | $P_3 I_0 E_1 = 21,2$ | $P_3 I_0 E_2 = 23,7$ | $P_3 I_1 E_2 = 26,5$ | $P_3 I_1 E_3 = 34,8$ | $P_3 I_1 E_1 = 25,2$ |
|         | $P_1 I_0 E_1 = 23,8$ | $P_1 I_0 E_3 = 29,1$ | $P_1 I_0 E_2 = 28,7$ | $P_1 I_1 E_2 = 34,6$ | $P_1 I_1 E_3 = 44,6$ | $P_1 I_1 E_1 = 30,2$ |
|         | $P_2 I_1 E_1 = 29,5$ | $P_2 I_1 E_3 = 38,9$ | $P_2 I_1 E_2 = 31,5$ | $P_2 I_0 E_3 = 31,2$ | $P_2 I_0 E_2 = 31,0$ | $P_2 I_0 E_1 = 27,8$ |
| Bloco 4 | $P_2 I_0 E_2 = 27,8$ | $P_2 I_0 E_1 = 23,4$ | $P_2 I_0 E_3 = 29,8$ | $P_2 I_1 E_2 = 35,9$ | $P_2 I_1 E_3 = 37,6$ | $P_2 I_1 E_1 = 30,7$ |
|         | $P_3 I_1 E_1 = 23,1$ | $P_3 I_1 E_3 = 40,2$ | $P_3 I_1 E_2 = 31,2$ | $P_3 I_0 E_2 = 24,3$ | $P_3 I_0 E_1 = 20,9$ | $P_3 I_0 E_3 = 23,8$ |
|         | $P_1 I_1 E_1 = 33,2$ | $P_1 I_1 E_3 = 42,7$ | $P_1 I_1 E_2 = 31,0$ | $P_1 I_0 E_1 = 22,0$ | $P_1 I_0 E_2 = 26,4$ | $P_1 I_0 E_3 = 23,7$ |

Os resultados de produção estão organizados no Quadro 6.3.4.

Do Quadro 6.3.4, calculamos:

$$C = \frac{2.227,4^2}{72} = 68.907,09$$

$$S.Q. \text{ Total} = (25,7^2 + 25,4^2 + \dots + 40,2^2) - C = 71.747,70 - C = 2.840,61$$

$$S.Q. \text{ Blocos} = \frac{1}{18} (588,7^2 + 574,4^2 + \dots + 527,7^2) - C = 143,46$$

**QUADRO 6.3.4** - Resultados de produção.

| DATAS DE PLANTIO<br>(P) | INSETICIDAS<br>(I) | ÉPOCAS DE COLHEITA<br>(E) | BLOCOS |       |       |       | TOTAIS  |
|-------------------------|--------------------|---------------------------|--------|-------|-------|-------|---------|
|                         |                    |                           | 1      | 2     | 3     | 4     |         |
| P <sub>1</sub>          | I <sub>0</sub>     | E <sub>1</sub>            | 25,7   | 25,4  | 23,8  | 22,0  | 96,9    |
| P <sub>1</sub>          | I <sub>0</sub>     | E <sub>2</sub>            | 31,8   | 29,5  | 28,7  | 26,4  | 116,4   |
| P <sub>1</sub>          | I <sub>0</sub>     | E <sub>3</sub>            | 34,6   | 37,2  | 29,1  | 23,7  | 124,6   |
| P <sub>1</sub>          | I <sub>1</sub>     | E <sub>1</sub>            | 27,7   | 30,3  | 30,2  | 33,2  | 121,4   |
| P <sub>1</sub>          | I <sub>1</sub>     | E <sub>2</sub>            | 38,0   | 40,6  | 34,6  | 31,0  | 144,2   |
| P <sub>1</sub>          | I <sub>1</sub>     | E <sub>3</sub>            | 42,1   | 43,6  | 44,6  | 42,7  | 173,0   |
| P <sub>2</sub>          | I <sub>0</sub>     | E <sub>1</sub>            | 28,9   | 24,7  | 27,8  | 23,4  | 104,8   |
| P <sub>2</sub>          | I <sub>0</sub>     | E <sub>2</sub>            | 37,5   | 31,5  | 31,0  | 27,8  | 127,8   |
| P <sub>2</sub>          | I <sub>0</sub>     | E <sub>3</sub>            | 38,4   | 32,5  | 31,2  | 29,8  | 131,9   |
| P <sub>2</sub>          | I <sub>1</sub>     | E <sub>1</sub>            | 38,0   | 31,0  | 29,5  | 30,7  | 129,2   |
| P <sub>2</sub>          | I <sub>1</sub>     | E <sub>2</sub>            | 36,9   | 31,9  | 31,5  | 35,9  | 136,2   |
| P <sub>2</sub>          | I <sub>1</sub>     | E <sub>3</sub>            | 44,2   | 41,6  | 38,9  | 37,6  | 162,3   |
| P <sub>3</sub>          | I <sub>0</sub>     | E <sub>1</sub>            | 23,4   | 24,2  | 21,2  | 20,9  | 89,7    |
| P <sub>3</sub>          | I <sub>0</sub>     | E <sub>2</sub>            | 25,3   | 27,7  | 23,7  | 24,3  | 101,0   |
| P <sub>3</sub>          | I <sub>0</sub>     | E <sub>3</sub>            | 29,8   | 29,9  | 24,3  | 23,8  | 107,8   |
| P <sub>3</sub>          | I <sub>1</sub>     | E <sub>1</sub>            | 20,8   | 23,0  | 25,2  | 23,1  | 92,1    |
| P <sub>3</sub>          | I <sub>1</sub>     | E <sub>2</sub>            | 29,0   | 32,0  | 26,5  | 31,2  | 118,7   |
| P <sub>3</sub>          | I <sub>1</sub>     | E <sub>3</sub>            | 36,6   | 37,8  | 34,8  | 40,2  | 149,4   |
| TOTAIS                  |                    |                           | 588,7  | 574,4 | 536,6 | 527,7 | 2.227,4 |

Devemos, inicialmente, organizar o quadro auxiliar com os totais de cada parcela:

| (6)              | BLOCO 1 | BLOCO 2 | BLOCO 3 | BLOCO 4 | TOTAIS DE P |
|------------------|---------|---------|---------|---------|-------------|
| P <sub>1</sub>   | 199,9   | 206,6   | 191,0   | 179,0   | 776,5       |
| P <sub>2</sub>   | 223,9   | 193,2   | 189,9   | 185,2   | 792,2       |
| P <sub>3</sub>   | 164,9   | 174,6   | 155,7   | 163,5   | 658,7       |
| TOTAIS DE BLOCOS | 588,7   | 574,4   | 536,6   | 527,7   | 2.227,4     |

$$S.Q. P = \frac{1}{24} (776,5^2 + 792,2^2 + 658,7^2) - C = 443,69$$

$$S.Q. \text{ Parcelas} = \frac{1}{6} (199,9^2 + 206,6^2 + \dots + 163,5^2) - C = 698,90$$

$$S.Q. \text{ Resíduo a} = S.Q. \text{ Parcelas} - S.Q. \text{ Blocos} - S.Q. P = 111,75$$

Em seguida, organizamos o quadro auxiliar com os totais de cada subparcela:

| (3)                           | BLOCO 1 | BLOCO 2 | BLOCO 3 | BLOCO 4 | TOTAIS DE P |
|-------------------------------|---------|---------|---------|---------|-------------|
| P <sub>1</sub> I <sub>0</sub> | 92,1    | 92,1    | 81,6    | 72,1    | 337,9       |
| P <sub>1</sub> I <sub>1</sub> | 107,8   | 114,5   | 109,4   | 106,9   | 438,6       |
| P <sub>2</sub> I <sub>0</sub> | 104,8   | 88,7    | 90,0    | 81,0    | 364,5       |
| P <sub>2</sub> I <sub>1</sub> | 119,1   | 104,5   | 99,9    | 104,2   | 427,7       |
| P <sub>3</sub> I <sub>0</sub> | 78,5    | 81,8    | 69,2    | 69,0    | 298,5       |
| P <sub>3</sub> I <sub>1</sub> | 86,4    | 92,8    | 86,5    | 94,5    | 360,2       |
| TOTAIS DE BLOCOS              | 588,7   | 574,4   | 536,6   | 527,7   | 2.227,4     |

$$S.Q. \text{ Subparcelas} = \frac{1}{3} (92,1^2 + 92,1^2 + \dots + 94,5^2) - C = 1.524,81$$

Em seguida, devemos organizar o quadro auxiliar para a Interação P x I:

| (12)           | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> | TOTAIS DE I |
|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| I <sub>0</sub> | 337,9          | 364,5          | 298,5          | 1.000,9     |
| I <sub>1</sub> | 438,6          | 427,7          | 360,2          | 1.226,5     |
| TOTAIS DE P    | 776,5          | 792,2          | 658,7          | 2.227,4     |

$$S.Q. I = \frac{1}{36} (1.000,9^2 + 1.226,5^2) - C = 706,88$$

$$S.Q. P, I = \frac{1}{12} (337,9^2 + 364,5^2 + \dots + 360,2^2) - C = 1.191,26$$

$$S.Q. P \times I = S.Q. P, I - S.Q. P - S.Q. I = 40,69$$

Então:

$$S.Q. \text{ Resíduo b} = S.Q. \text{ Subparcelas} - S.Q. \text{ Parcelas} - S.Q. I - S.Q. P \times I = 78,34$$

A seguir, organizamos o quadro auxiliar para a Interação E x I:

| (12)           | E <sub>1</sub> | E <sub>2</sub> | E <sub>3</sub> | TOTAIS DE I |
|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| I <sub>0</sub> | 291,4          | 345,2          | 364,3          | 1.000,9     |
| I <sub>1</sub> | 342,7          | 399,1          | 484,7          | 1.226,5     |
| TOTAIS DE E    | 634,1          | 744,3          | 849,0          | 2.227,4     |

$$S.Q. E = \frac{1}{24} (634,1^2 + 744,3^2 + 849,0^2) - C = 962,34$$

$$S.Q. E, I = \frac{1}{12} (291,4^2 + 345,2^2 + \dots + 484,7^2) - C = 1.797,05$$

$$S.Q. E \times I = S.Q. E, I - S.Q. E - S.Q. I = 127,83$$

Finalmente, devemos organizar o quadro auxiliar para a Interação E x P:

| (8)            | E <sub>1</sub> | E <sub>2</sub> | E <sub>3</sub> | TOTAIS DE P |
|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| P <sub>1</sub> | 218,3          | 260,6          | 297,6          | 776,5       |
| P <sub>2</sub> | 234,0          | 264,0          | 294,2          | 792,2       |
| P <sub>3</sub> | 181,8          | 219,7          | 257,2          | 658,7       |
| TOTAIS DE E    | 634,1          | 744,3          | 849,0          | 2.227,4     |

$$S.Q. E, P = \frac{1}{8} (218,3^2 + 260,6^2 + \dots + 257,2^2) - C = 1.419,13$$

$$S.Q. E \times P = S.Q. E, P - S.Q. E - S.Q. P = 13,10$$

Do Quadro 6.3.4, devemos calcular:

$$S.Q. P, I, E = \frac{1}{4} (96,9^2 + 116,4^2 + \dots + 149,4^2) - C = 2.338,55$$

Então:

$$S.Q. P \times I \times E = S.Q. P, I, E - S.Q. P - S.Q. I - S.Q. E - S.Q. P \times I - S.Q. P \times E - S.Q. E \times I = 44,02$$

$$S.Q. \text{ Resíduo } c = S.Q. \text{ Total} - S.Q. \text{ Subparc} - S.Q. E - S.Q. E \times P - S.Q. E \times I - S.Q. P \times I \times E = 168,51$$

A análise de variância é apresentada no Quadro 6.3.5.

**QUADRO 6.3.5** - Análise de variância do experimento em parcelas sub-subdivididas.

| CAUSA DA VARIAÇÃO      | GL.  | S.Q.       | Q.M.   | F                  |
|------------------------|------|------------|--------|--------------------|
| Blocos                 | 3    | 143,46     | -      | -                  |
| Datas de Plantios (P)  | 2    | 443,69     | 221,85 | 11,91**            |
| Resíduo a              | 6    | 111,75     | 18,63  | -                  |
| (Parcelas)             | (11) | (698,90)   | -      | -                  |
| Inseticidas (I)        | 1    | 706,88     | 706,88 | 81,25**            |
| Interação P x I        | 2    | 40,69      | 20,35  | 2,34 <sup>NS</sup> |
| Resíduo b              | 9    | 78,34      | 8,70   | -                  |
| (Subparcelas)          | (23) | (1.524,81) | -      | -                  |
| Épocas de Colheita (E) | 2    | 962,34     | 481,17 | 102,81**           |
| Interação E x P        | 4    | 13,10      | 3,28   | 0,70 <sup>NS</sup> |
| Interação E x I        | 2    | 127,83     | 63,92  | 13,66**            |
| Interação E x P x I    | 4    | 44,02      | 11,01  | 2,35 <sup>NS</sup> |
| Resíduo c              | 36   | 168,51     | 4,68   | -                  |
| Total                  | 71   | 2.840,61   | -      | -                  |

Valores de F da Tabela:

$$2 \times 6 \text{ g.l.: } \{5\% = 5,14 \quad 1\% = 10,92\}$$

$$1 \times 9 \text{ g.l.: } \{5\% = 5,12 \quad 1\% = 10,56\} \quad 2 \times 9 \text{ g.l.: } \{5\% = 4,26 \quad 1\% = 8,02\}$$

$$2 \times 36 \text{ g.l.: } \{5\% = 3,27 \quad 1\% = 5,26\} \quad 4 \times 36 \text{ g.l.: } \{5\% = 2,64 \quad 1\% = 3,81\}$$

Só foi significativa a Interação E x I, que deve ser desdobrada.

Os efeitos das Datas de Plantio (P) independem do nível de Inseticida (I) e da Época de Colheita (E).

Médias das Datas de Plantio (P):

$$\bar{P}_1 = \frac{776,5}{24} = 32,4 \quad \bar{P}_2 = \frac{792,2}{24} = 33,0 \quad \bar{P}_3 = \frac{658,7}{24} = 27,4$$

Teste de Tukey para as médias das Datas de Plantio (P):

$$\Delta = q \frac{s_a}{\sqrt{r_p}} \quad q - 3 \text{ níveis de P x 6 g.l. Resíduo a} = 4,34 (5\%)$$

$$s_a = \sqrt{\text{Q.M. Res a}} = \sqrt{18,63} = 4,3$$

$$r_p = 24$$

$$\Delta = 4,34 \frac{4,3}{\sqrt{24}} = 3,8$$

$$\bar{P}_1 = 32,4 \quad \mathbf{a}$$

$$\bar{P}_2 = 33,0 \quad \mathbf{a}$$

$$\bar{P}_3 = 27,4 \quad \mathbf{b}$$

Desdobramento da Interação E x I:

**Médias:**

|                | E <sub>1</sub> | E <sub>2</sub> | E <sub>3</sub> |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| I <sub>0</sub> | 24,3           | 28,8           | 30,4           |
| I <sub>1</sub> | 28,6           | 33,3           | 40,4           |

- a) Diferença mínima significativa, pelo teste de Tukey, para comparar médias de **E d. I<sub>0</sub>** e **E d. I<sub>1</sub>**:

$$\Delta = q \frac{s_c}{\sqrt{r_{E/I}}} \quad q - 3 \text{ Épocas de Colheita (E) x 36 g.l. Resíduo } c = 3,46 (5\%)$$

$$s_c = \sqrt{Q.M. \text{ Res } c} = \sqrt{4,68} = 2,2$$

$$r_{E/I} = 12$$

$$\Delta = 3,46 \frac{2,2}{\sqrt{12}} = 2,2$$

- b) Diferença mínima significativa, pelo teste de Tukey, para comparar médias de **I d. E<sub>1</sub>**, **I d. E<sub>2</sub>** e **I d. E<sub>3</sub>**:

$$\Delta = q \frac{s'}{\sqrt{r_{I/E}}} \quad s' = \sqrt{Q.M. \text{ Resíduo Médio}}$$

$$Q.M. \text{ Res Médio} = \frac{Q.M. \text{ Res } b + (c - 1) Q.M. \text{ Res } c}{c}$$

c = número de subsubtratamentos = 3 Épocas de Colheita (E)

$$Q.M. \text{ Res Médio} = \frac{8,70 + (3 - 1) 4,68}{3} = 6,02$$

$$s' = \sqrt{6,02} = 2,5$$

$$n' = \frac{\frac{[Q.M. \text{ Res } b + (c - 1) Q.M. \text{ Res } c]^2}{\frac{(Q.M. \text{ Res } b)^2}{g.l. \text{ Res } b} + \frac{[(c - 1) Q.M. \text{ Res } c]^2}{g.l. \text{ Res } c}}}{\frac{[8,70 + 2(4,68)]^2}{\frac{(8,70)^2}{9} + \frac{[2(4,68)]^2}{36}}} = 30 \text{ g.l.}$$

q - 2 Irrigações x 30 g.l. Resíduo Médio = 2,89

$$\Delta = 2,89 \frac{2,5}{\sqrt{12}} = 2,1$$

**Resumo:**

|                | E <sub>1</sub>  | E <sub>2</sub>  | E <sub>3</sub>  |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| I <sub>0</sub> | 24,3 <b>b B</b> | 28,8 <b>a B</b> | 30,4 <b>a B</b> |
| I <sub>1</sub> | 28,6 <b>c A</b> | 33,3 <b>b A</b> | 40,4 <b>a A</b> |

**a, b, c** – em cada linha, médias seguidas de mesma letra minúscula não diferem (Tukey a 5%);  
**A, B** – em cada coluna, médias seguidas de mesma letra maiúscula não diferem (Tukey a 5%).

**Coefficientes de Variação:**

$$\hat{m} = \frac{2.227,4}{72} = 30,9 \quad s_a = 4,3 \quad s_b = 2,9 \quad s_c = 2,2$$

$$C.V. a = 100 \frac{4,3}{30,9} = 13,90\%$$

$$C.V. b = 100 \frac{2,9}{30,9} = 9,37\%$$

$$C.V. c = 100 \frac{2,2}{30,9} = 7,11\%$$

**6.4. Experimentos em faixas**

Estes experimentos constituem uma variação dos experimentos em parcelas subdivididas e são, também, conhecidos como “split-block designs”. Nestes experimentos, os tratamentos das subunidades, em vez de serem casualizados, independentemente, dentro de cada parcela, são casualizados em faixas, dentro de cada bloco.

Este esquema pode ser conveniente para facilitar operações físicas em experimentos de campo, em que é necessário testar ambos os fatores em áreas relativamente amplas.

Este delineamento sacrifica a precisão dos efeitos principais dos fatores para propiciar maior precisão na interação, que será melhor determinada que num ensaio em blocos casualizados ou em parcelas subdivididas comum. Considerando que os números de graus de liberdade para estimar os resíduos para os dois fatores são, geralmente, pequenos, o delineamento não é recomendado, a menos que considerações práticas indiquem seu uso, ou que a interação seja o principal objetivo do estudo.

Para explicar a obtenção da análise de variância, nesses experimentos, vamos considerar os dados de produção de beterraba, em toneladas/acre, adaptados de um ensaio em faixas.

O experimento, com 4 blocos casualizados, teve os fatores distribuídos em faixas.

Os fatores estudados foram: Adubação Nitrogenada (N) e Época de Plantio (E).

Foram utilizados 4 níveis (libras/acre) para Nitrogênio (N<sub>0</sub> = 0; N<sub>1</sub> = 80; N<sub>2</sub> = 160 e N<sub>3</sub> = 320) e 5 Épocas de Plantio (E<sub>1</sub>; E<sub>2</sub>; E<sub>3</sub>; E<sub>4</sub> e E<sub>5</sub>).

O croqui, com uma possível distribuição dos níveis dos fatores, por bloco, é apresentado no Quadro 6.4.1, com os resultados de produção (em t/acre) por unidade experimental. Verifica-se que cada bloco foi dividido em 4 parcelas, às quais foram casualizados os níveis de N. Cada parcela foi dividida em 5 unidades, para casualização das Épocas de Plantio (E). Em cada bloco, o sorteio das 5 Épocas de Plantio vale para todos os níveis de N.

Não há uma prioridade de um fator sobre o outro, na casualização.

Para a análise de variância, inicialmente, organizamos os dados obtidos, da maneira apresentada no Quadro 6.4.2.

**QUADRO 6.4.1** - Croqui da distribuição dos níveis de Nitrogênio (N) e Épocas de Plantio (E), dentro de cada faixa, e resultados da produção de beterraba (t/acre).

|         |                | N <sub>1</sub> | N <sub>2</sub> | N <sub>0</sub> | N <sub>3</sub> |
|---------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| BLOCO 1 | E <sub>4</sub> | 26,4           | 34,2           | 24,8           | 30,2           |
|         | E <sub>5</sub> | 29,3           | 30,3           | 29,2           | 30,8           |
|         | E <sub>1</sub> | 10,1           | 10,8           | 8,4            | 10,4           |
|         | E <sub>3</sub> | 23,1           | 22,4           | 20,7           | 24,0           |
|         | E <sub>2</sub> | 18,2           | 18,5           | 15,6           | 22,4           |
|         |                | N <sub>3</sub> | N <sub>0</sub> | N <sub>1</sub> | N <sub>2</sub> |
| BLOCO 2 | E <sub>4</sub> | 31,2           | 21,3           | 26,0           | 29,2           |
|         | E <sub>2</sub> | 19,2           | 12,5           | 16,9           | 20,9           |
|         | E <sub>3</sub> | 25,9           | 16,7           | 21,2           | 24,3           |
|         | E <sub>5</sub> | 34,2           | 19,1           | 31,0           | 35,2           |
|         | E <sub>1</sub> | 10,3           | 5,2            | 10,8           | 11,2           |
|         |                | N <sub>1</sub> | N <sub>2</sub> | N <sub>0</sub> | N <sub>3</sub> |
| BLOCO 3 | E <sub>1</sub> | 9,5            | 10,2           | 6,1            | 9,8            |
|         | E <sub>5</sub> | 26,6           | 31,2           | 16,4           | 30,9           |
|         | E <sub>2</sub> | 16,9           | 16,9           | 10,5           | 18,1           |
|         | E <sub>3</sub> | 20,4           | 22,3           | 13,9           | 23,9           |
|         | E <sub>4</sub> | 29,5           | 28,0           | 13,6           | 28,8           |
|         |                | N <sub>0</sub> | N <sub>3</sub> | N <sub>2</sub> | N <sub>1</sub> |
| BLOCO 4 | E <sub>4</sub> | 10,1           | 31,9           | 28,7           | 23,1           |
|         | E <sub>3</sub> | 9,8            | 22,8           | 22,8           | 20,9           |
|         | E <sub>5</sub> | 11,4           | 29,2           | 32,6           | 23,2           |
|         | E <sub>1</sub> | 2,3            | 7,4            | 8,5            | 9,0            |
|         | E <sub>2</sub> | 8,8            | 17,8           | 17,2           | 15,9           |

QUADRO 6.4.2 - Dados de produção (t/acre).

| NITROGÊNIO<br>(N) | ÉPOCAS DE PLANTIO<br>(E) | BLOCOS |       |       |       | TOTAIS  |
|-------------------|--------------------------|--------|-------|-------|-------|---------|
|                   |                          | 1      | 2     | 3     | 4     |         |
| N <sub>0</sub>    | E <sub>1</sub>           | 8,4    | 5,2   | 6,1   | 2,3   | 22,0    |
|                   | E <sub>2</sub>           | 15,6   | 12,5  | 10,5  | 8,8   | 47,4    |
|                   | E <sub>3</sub>           | 20,7   | 16,7  | 13,9  | 9,8   | 61,1    |
|                   | E <sub>4</sub>           | 4,82   | 21,3  | 13,6  | 10,1  | 69,8    |
|                   | E <sub>5</sub>           | 29,2   | 19,1  | 16,4  | 11,4  | 76,1    |
| N <sub>1</sub>    | E <sub>1</sub>           | 10,1   | 10,8  | 9,5   | 9,0   | 39,4    |
|                   | E <sub>2</sub>           | 18,2   | 16,9  | 16,9  | 15,9  | 67,9    |
|                   | E <sub>3</sub>           | 23,1   | 21,2  | 20,4  | 20,9  | 85,6    |
|                   | E <sub>4</sub>           | 26,4   | 26,0  | 29,5  | 23,1  | 105,0   |
|                   | E <sub>5</sub>           | 29,3   | 31,0  | 26,6  | 23,2  | 110,1   |
| N <sub>2</sub>    | E <sub>1</sub>           | 10,8   | 11,2  | 10,2  | 8,5   | 40,7    |
|                   | E <sub>2</sub>           | 18,5   | 20,9  | 16,9  | 17,2  | 73,5    |
|                   | E <sub>3</sub>           | 22,4   | 24,3  | 22,3  | 22,8  | 91,8    |
|                   | E <sub>4</sub>           | 34,2   | 29,2  | 28,0  | 28,7  | 120,1   |
|                   | E <sub>5</sub>           | 30,3   | 35,2  | 31,2  | 32,6  | 129,3   |
| N <sub>3</sub>    | E <sub>1</sub>           | 10,4   | 10,3  | 9,8   | 7,4   | 37,9    |
|                   | E <sub>2</sub>           | 22,4   | 19,2  | 18,1  | 17,8  | 77,5    |
|                   | E <sub>3</sub>           | 24,0   | 25,9  | 23,9  | 22,8  | 96,6    |
|                   | E <sub>4</sub>           | 30,2   | 31,2  | 28,8  | 31,9  | 122,1   |
|                   | E <sub>5</sub>           | 30,8   | 34,2  | 30,9  | 29,2  | 125,1   |
| TOTAIS            |                          | 439,8  | 422,3 | 383,5 | 353,4 | 1.599,0 |

A partir dos dados do Quadro 6.4.2, podemos calcular:

$$C = \frac{1.599,0^2}{80} = 31.960,01$$

$$\text{S.Q. Total} = (8,4^2 + 5,2^2 + \dots + 29,2^2) - C = 37.506,98 - C = 5.546,97$$

$$\text{S.Q. Blocos} = \frac{1}{20} (439,8^2 + 422,3^2 + \dots + 353,4^2) - C = 226,24$$

Para o cálculo da soma de quadrados para Nitrogênio e para o Resíduo a, devemos organizar um quadro auxiliar que relaciona os níveis de Nitrogênio (N) com Blocos, porque a S.Q. Resíduo a corresponde à S.Q. Interação Nitrogênio x Blocos:

| (5)              | BLOCO 1 | BLOCO 2 | BLOCO 3 | BLOCO 4 | TOTAIS DE N |
|------------------|---------|---------|---------|---------|-------------|
| N <sub>0</sub>   | 98,7    | 74,8    | 60,5    | 42,4    | 276,4       |
| N <sub>1</sub>   | 107,1   | 105,9   | 102,9   | 92,1    | 408,0       |
| N <sub>2</sub>   | 116,2   | 120,8   | 108,6   | 109,8   | 455,4       |
| N <sub>3</sub>   | 117,8   | 120,8   | 111,5   | 109,1   | 459,2       |
| TOTAIS DE BLOCOS | 439,8   | 422,3   | 383,5   | 353,4   | 1.599,0     |

$$S.Q. N = \frac{1}{20} (276,4^2 + 408,0^2 + \dots + 459,2^2) - C = 1.095,73$$

$$S.Q. N, \text{ Blocos} = \frac{1}{5} (98,7^2 + 74,8^2 + \dots + 109,1^2) - C = 1.500,07$$

$$S.Q. \text{ Resíduo a} = S.Q. N \times \text{Blocos} = S.Q. N, \text{ Blocos} - S.Q. N - S.Q. \text{ Blocos} = 178,10$$

$$g.l. \text{ Resíduo a} = g.l. N \times g.l. \text{ Blocos} = 3 \times 3 = 9$$

Para o cálculo da soma de quadrados para Épocas de Plantio (E) e para o Resíduo b, devemos organizar um quadro auxiliar que relaciona as Épocas de Plantio (E) com Blocos, porque a S.Q. Resíduo b corresponde à S.Q. Interação Épocas de Plantio x Blocos:

| (4)              | BLOCO 1 | BLOCO 2 | BLOCO 3 | BLOCO 4 | TOTAIS DE E |
|------------------|---------|---------|---------|---------|-------------|
| E <sub>1</sub>   | 39,7    | 37,5    | 35,6    | 27,2    | 140,0       |
| E <sub>2</sub>   | 74,7    | 69,5    | 62,4    | 59,7    | 266,3       |
| E <sub>3</sub>   | 90,2    | 88,1    | 80,5    | 76,3    | 335,1       |
| E <sub>4</sub>   | 115,6   | 107,7   | 99,9    | 93,8    | 417,0       |
| E <sub>5</sub>   | 119,6   | 119,5   | 105,1   | 96,4    | 440,6       |
| TOTAIS DE BLOCOS | 439,8   | 422,3   | 383,5   | 353,4   | 1.599,0     |

Desse quadro, calculamos:

$$S.Q. E = \frac{1}{16} (140,0^2 + 266,3^2 + \dots + 440,6^2) - C = 3.716,55$$

$$S.Q. E, \text{ Blocos} = \frac{1}{4} (39,7^2 + 37,5^2 + \dots + 96,4^2) - C = 3.970,44$$

$$S.Q. \text{ Resíduo b} = S.Q. E \times \text{Blocos} = S.Q. E, \text{ Blocos} - S.Q. E - S.Q. \text{ Blocos} = 27,65$$

$$g.l. \text{ Resíduo b} = g.l. E \times g.l. \text{ Blocos} = 4 \times 3 = 12$$

Para o cálculo da soma de quadrados da Interação N x E, devemos, inicialmente, calcular a soma de quadrados do efeito conjunto entre N e E, o que pode ser calculado a partir do Quadro 6.4.2, da seguinte maneira:

$$S.Q. N, E = \frac{1}{4} (22,0^2 + 47,4^2 + \dots + 125,1^2) - C = 4.971,36$$

$$S.Q. N \times E = S.Q. N, E - S.Q. N - S.Q. E = 159,08$$

A soma de quadrados para o Resíduo c é obtida por diferença:

$$S.Q. \text{ Resíduo c} = S.Q. \text{ Total} - S.Q. \text{ Blocos} - S.Q. N - S.Q. \text{ Res a} - S.Q. E - S.Q. \text{ Res b} - S.Q. N \times E$$

$$S.Q. \text{ Resíduo c} = 143,62$$

$$g.l. \text{ Resíduo c} = g.l. N \times E - g.l. \text{ Blocos} = 12 \times 3 - 36 = 36 \text{ (ou por diferença)}$$

A análise de variância é apresentada no Quadro 6.4.3.

**QUADRO 6.4.3** - Análise de variância do experimento.

| CAUSA DA VARIAÇÃO     | G.L. | S.Q.     | Q.M.   | F        |
|-----------------------|------|----------|--------|----------|
| Blocos                | 3    | 226,24   | -      | -        |
| Nitrogênio (N)        | 3    | 1.095,73 | 365,24 | 18,46**  |
| Resíduo a             | 9    | 178,10   | 19,79  | -        |
| Épocas de Plantio (E) | 4    | 3.716,55 | 929,14 | 403,97** |
| Resíduo b             | 12   | 27,65    | 2,30   | -        |
| Interação N x E       | 12   | 159,08   | 13,26  | 3,32**   |
| Resíduo c             | 36   | 143,62   | 3,99   | -        |
| Total                 | 79   | 5.546,97 | -      | -        |

|                         |               |            |            |
|-------------------------|---------------|------------|------------|
| Valores de F da Tabela: | 3 x 9 g.l.:   | {5% = 3,86 | 1% = 6,99} |
|                         | 4 x 12 g.l.:  | {5% = 3,26 | 1% = 5,41} |
|                         | 12 x 36 g.l.: | {5% = 2,04 | 1% = 2,73} |

Verificamos que há efeito significativo para Nitrogênio (N), Épocas de Plantio (E) e para a Interação N x E.

Então, a Interação N x E deve ser desdobrada. O desdobramento da interação é trabalhoso, pois implica na obtenção de um resíduo médio para testar níveis de Nitrogênio em cada Época de Plantio (E), e de outro resíduo médio para testar Épocas de Plantio em cada nível de Nitrogênio (N). Os resíduos médios são obtidos utilizando-se a fórmula de SATTERTHWAITTE. Podemos, então, passar diretamente a um teste de comparação de médias.

#### Teste de comparação de médias:

Considerando:

**a** = número de níveis de Nitrogênio = 4

**b** = número de Épocas de Plantio = 5

**r** = número de blocos = 4

$$s_a = \sqrt{Q.M. \text{ Res a}} = \sqrt{19,79} = 4,4$$

$$s_b = \sqrt{Q.M. \text{ Res b}} = \sqrt{2,30} = 1,5$$

$$s_c = \sqrt{Q.M. \text{ Res c}} = \sqrt{3,99} = 2,0$$

**a) Comparações de médias de níveis de Nitrogênio (N):**

Por exemplo:  $\bar{N}_0$  vs  $\bar{N}_1$

$$\bar{N}_0 = \frac{T_{N_0}}{b r} = \frac{276,4}{5 \times 4} = 13,8$$

$$\bar{N}_1 = \frac{T_{N_1}}{b r} = \frac{408,0}{5 \times 4} = 20,4$$

$$\Delta = q \frac{s_a}{\sqrt{b r}}$$

q – 4 níveis de N x 9 g.l. Res a = 4,42 (5%)

$$\Delta = 4,42 \frac{4,4}{\sqrt{20}} = 4,3$$

$$\hat{Y} = \bar{N}_0 - \bar{N}_1 = -6,6 *$$

**b) Comparações de médias de Épocas de Plantio:**

Por exemplo:  $\bar{E}_1$  vs  $\bar{E}_2$

$$\bar{E}_1 = \frac{T_{E_1}}{a r} = \frac{140,0}{4 \times 4} = 8,8$$

$$\bar{E}_2 = \frac{T_{E_2}}{a r} = \frac{266,3}{4 \times 4} = 16,6$$

$$\Delta = q \frac{s_b}{\sqrt{a r}}$$

q – 5 Épocas de Plantio x 12 g.l. Res b = 4,51 (5%)

$$\Delta = 4,51 \frac{1,5}{\sqrt{16}} = 1,7$$

$$\hat{Y} = \bar{E}_1 - \bar{E}_2 = -7,8 *$$

**Observação:**

Os casos a e b só deveriam ser aplicados se a Interação N x E não fosse significativa. No nosso exemplo, em que a Interação N x E foi significativa ( $P < 0,01$ ), devemos fazer as comparações das médias de:

c) Níveis de Nitrogênio em cada Época de Plantio;

d) Épocas de Plantio em cada nível de Nitrogênio

**c) Comparações de médias de níveis de Nitrogênio em cada Época de Plantio:**

$$\Delta = q \frac{s'_1}{\sqrt{r}}$$

$$s'_1 = \sqrt{\frac{Q.M. \text{ Res a} + (b-1) Q.M. \text{ Res c}}{b}} = \sqrt{\frac{19,79 + (5-1) 3,99}{5}} = 2,7$$

$$n_1' = \frac{[Q.M. \text{ Res a} + (b-1) Q.M. \text{ Res c}]^2}{\frac{[Q.M. \text{ Res a}]^2}{g.l. \text{ Res a}} + \frac{[(b-1) Q.M. \text{ Res c}]^2}{g.l. \text{ Res c}}} = \frac{[19,79 + (5-1) 3,99]^2}{\frac{(19,79)^2}{9} + \frac{[(5-1) 3,99]^2}{36}} = 25 \text{ g.l.}$$

q - 4 níveis de N x 25 g.l. Res. Médio = 3,89 (5%)

$$\Delta = 3,89 \frac{2,7}{\sqrt{4}} = 5,3$$

**Médias:**

|                | N <sub>0</sub> | N <sub>1</sub> | N <sub>2</sub> | N <sub>3</sub> |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| E <sub>1</sub> | 5,5 <b>a</b>   | 9,9 <b>a</b>   | 10,2 <b>a</b>  | 9,5 <b>a</b>   |
| E <sub>2</sub> | 11,9 <b>b</b>  | 17,0 <b>ab</b> | 18,4 <b>a</b>  | 19,4 <b>a</b>  |
| E <sub>3</sub> | 15,3 <b>b</b>  | 21,4 <b>a</b>  | 23,0 <b>a</b>  | 24,2 <b>a</b>  |
| E <sub>4</sub> | 17,5 <b>b</b>  | 26,3 <b>a</b>  | 30,0 <b>a</b>  | 30,5 <b>a</b>  |
| E <sub>5</sub> | 19,0 <b>b</b>  | 27,5 <b>a</b>  | 32,3 <b>a</b>  | 31,3 <b>a</b>  |

**a, b** – em cada linha, médias seguidas de mesma letra minúscula não diferem (Tukey a 5%).

**d) Comparações de médias de Épocas de Plantio em cada nível de Nitrogênio:**

$$\Delta = q \frac{s_2'}{\sqrt{r}}$$

$$s_2' = \sqrt{\frac{Q.M. \text{ Res b} + (a-1) Q.M. \text{ Res c}}{a}} = \sqrt{\frac{2,30 + (4-1) 3,99}{4}} = 1,9$$

$$n_2' = \frac{[Q.M. \text{ Res b} + (a-1) Q.M. \text{ Res c}]^2}{\frac{[Q.M. \text{ Res b}]^2}{g.l. \text{ Res b}} + \frac{[(a-1) Q.M. \text{ Res c}]^2}{g.l. \text{ Res c}}} = \frac{[2,30 + (4-1) 3,99]^2}{\frac{(2,30)^2}{12} + \frac{[(4-1) 3,99]^2}{36}} = 46 \text{ g.l.}$$

q - 5 Épocas de Plantio x 46 g.l. Res. Médio = 4,02 (5%)

$$\Delta = 4,02 \frac{1,9}{\sqrt{4}} = 3,8$$

**Médias:**

|                | N <sub>0</sub> | N <sub>1</sub> | N <sub>2</sub> | N <sub>3</sub> |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| E <sub>1</sub> | 5,5 <b>C</b>   | 9,9 <b>D</b>   | 10,2 <b>D</b>  | 9,5 <b>D</b>   |
| E <sub>2</sub> | 11,9 <b>B</b>  | 17,0 <b>C</b>  | 18,4 <b>C</b>  | 19,4 <b>C</b>  |
| E <sub>3</sub> | 15,3 <b>AB</b> | 21,4 <b>B</b>  | 23,0 <b>B</b>  | 24,2 <b>B</b>  |
| E <sub>4</sub> | 17,5 <b>A</b>  | 26,3 <b>A</b>  | 30,0 <b>A</b>  | 30,5 <b>A</b>  |
| E <sub>5</sub> | 19,0 <b>A</b>  | 27,5 <b>A</b>  | 32,3 <b>A</b>  | 31,3 <b>A</b>  |

**A, B, ...** – em cada coluna, médias seguidas de mesma letra maiúscula não diferem (Tukey a 5%).

Estes dois casos podem ser resumidos, conjuntamente, no quadro seguinte:

**Resumo:**

|                | N <sub>0</sub>   | N <sub>1</sub>   | N <sub>2</sub>  | N <sub>3</sub>  |
|----------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| E <sub>1</sub> | 5,5 <b>a C</b>   | 9,9 <b>a D</b>   | 10,2 <b>a D</b> | 9,5 <b>a D</b>  |
| E <sub>2</sub> | 11,9 <b>b B</b>  | 17,0 <b>ab C</b> | 18,4 <b>a C</b> | 19,4 <b>a C</b> |
| E <sub>3</sub> | 15,3 <b>b AB</b> | 21,4 <b>a B</b>  | 23,0 <b>a B</b> | 24,2 <b>a B</b> |
| E <sub>4</sub> | 17,5 <b>b A</b>  | 26,3 <b>a A</b>  | 30,0 <b>a A</b> | 30,5 <b>a A</b> |
| E <sub>5</sub> | 19,0 <b>b A</b>  | 27,5 <b>a A</b>  | 32,3 <b>a A</b> | 31,3 <b>a A</b> |

**a, b** – em cada Época de Plantio, médias de níveis de Nitrogênio seguidas de mesma letra minúscula não diferem (Tukey a 5%).

**A, B, ...** – em cada nível de Nitrogênio, médias de Épocas de Plantio seguidas de mesma letra maiúscula não diferem (Tukey a 5%).

## 7. ANÁLISE DE REGRESSÃO POR POLINÔMIOS ORTOGONAIS

### 7.1. Introdução

A análise de variância, como é feita usualmente, pressupõe a independência dos efeitos dos diversos tratamentos utilizados no experimento. Quando essa hipótese não se verifica, a análise de variância deve refletir a dependência entre os efeitos dos tratamentos, sob pena de não ser válida.

Nos experimentos em que os tratamentos são quantitativos, como, por exemplo: níveis crescentes de adubos, inseticidas, fungicidas etc., muitas vezes se justifica a existência de uma correspondência funcional, denominada equação de regressão, que ligue os valores dos tratamentos (X) aos dados analisados (Y).

Por exemplo, essa correspondência pode ser sentida no caso seguinte, em que:

X = dose de adubo aplicado;

Y = produção por parcela, obtida para cada X.

| X      | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  |
|--------|----|----|----|----|----|
| Y (kg) | 33 | 39 | 48 | 55 | 63 |

Verificamos, portanto, que há uma tendência de aumento na produção (Y) à medida que aumentamos a dose de adubo (X).

Vejam, então, como fazer a análise de variância para o estudo da regressão. O método utilizado é o dos polinômios ortogonais, que é de fácil aplicação quando os níveis que compõem os tratamentos são igualmente espaçados, pois nos permitem a utilização de coeficientes e valores dados em tabelas.

### 7.2. Obtenção da análise de variância, estudando-se a regressão pelos polinômios ortogonais

No trabalho: "Efeito de doses de gesso na cultura do feijoeiro (*Phaseolus vulgaris* L.)", Ragazzi (1979) utilizou um experimento inteiramente casualizado com 4 repetições, para estudar os efeitos de 7 doses de gesso (Tratamentos): 0, 50, 100, 150, 200, 250 e 300 kg/ha sobre diversas características do feijoeiro.

Para a característica: peso de 1.000 sementes, os resultados obtidos, em gramas, são apresentados no Quadro 7.2.1.

**QUADRO 7.2.1** - Peso de 1.000 sementes, em gramas.

| TRATAMENTOS<br>(kg/ha) | REPETIÇÕES |       |       |       | TOTAIS  |
|------------------------|------------|-------|-------|-------|---------|
|                        | 1          | 2     | 3     | 4     |         |
| 1 - 0                  | 134,8      | 139,7 | 147,6 | 132,3 | 554,4   |
| 2 - 50                 | 161,7      | 157,7 | 150,3 | 144,7 | 614,4   |
| 3 - 100                | 160,7      | 172,7 | 163,4 | 161,3 | 658,1   |
| 4 - 150                | 169,8      | 168,2 | 160,7 | 161,0 | 659,7   |
| 5 - 200                | 165,7      | 160,0 | 158,2 | 151,0 | 634,9   |
| 6 - 250                | 171,8      | 157,3 | 150,4 | 160,4 | 639,9   |
| 7 - 300                | 154,5      | 160,4 | 148,8 | 154,0 | 617,7   |
|                        |            |       |       |       | 4.379,1 |

Inicialmente, fazemos a análise de variância preliminar, que se encontra no Quadro 7.2.2.

$$C = \frac{4.379,1^2}{28} = 684.875,60$$

$$S.Q. \text{ Total} = (134,8^2 + 139,7^2 + \dots + 154,0^2) - C = 687.703,77 - C = 2.828,17$$

$$S.Q. \text{ Tratamentos} = \frac{1}{4}(554,4^2 + 614,4^2 + \dots + 617,7^2) - C = 1.941,83$$

**QUADRO 7.2.2** - Análise de variância preliminar do experimento.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. | S.Q.     | Q.M.   | F      |
|-------------------|------|----------|--------|--------|
| Tratamentos       | 6    | 1.941,83 | 323,64 | 7,67** |
| Resíduo           | 21   | 886,34   | 42,21  | -      |
| Total             | 27   | 2.828,17 | -      | -      |

Valores de F da tabela: 6 x 21 g.l.: {5% = 2,57      1% = 3,81}

Observando os resultados do experimento, verificamos que há uma tendência de resposta crescente até certo ponto, para depois diminuir.

Num caso como este, em que os tratamentos são quantitativos e em mais de dois níveis, uma análise completa deve levar em conta a regressão, subdividindo-se os 6 graus de liberdade de tratamentos da seguinte forma:

| CAUSA DA VARIAÇÃO    |                 | G.L. |
|----------------------|-----------------|------|
| Regressão linear     | (ou de 1º grau) | 1    |
| Regressão quadrática | (ou de 2º grau) | 1    |
| Regressão cúbica     | (ou de 3º grau) | 1    |
| Regressão de 4º grau |                 | 1    |
| Regressão de 5º grau |                 | 1    |
| Regressão de 6º grau |                 | 1    |
| (Tratamentos)        |                 | (6)  |

No entanto, regressão maior que 3º grau não tem interesse prático, de modo que, na análise de variância, podemos considerar as regressões maiores que 3º grau como uma única causa de variação, que denominamos **desvios de regressão**, ficando para o nosso exemplo o desdobramento seguinte:

| CAUSA DA VARIAÇÃO    |  | G.L. |
|----------------------|--|------|
| Regressão linear     |  | 1    |
| Regressão quadrática |  | 1    |
| Regressão cúbica     |  | 1    |
| Desvios de regressão |  | 3    |
| (Tratamentos)        |  | (6)  |

Como os níveis são eqüidistantes (0, 50, 100, 150, 200, 250 e 300), esta decomposição pode ser feita de modo simples pelo método dos polinômios ortogonais, com o auxílio de coeficientes e valores dados em tabelas.

Montamos, então, o Quadro 7.2.3, no qual aparecem os totais ( $T_i$ ) dos tratamentos e os coeficientes ( $C_i$ ) a serem utilizados para os componentes de 1º grau ( $C_{1i}$ ), 2º grau ( $C_{2i}$ ) e 3º grau ( $C_{3i}$ ). Com estes coeficientes ( $C_i$ ) e totais ( $T_i$ ), estabelecemos contrastes ortogonais, sendo um contraste para a Regressão linear, outro para a Regressão quadrática etc. As tabelas já nos fornecem a soma dos quadrados dos coeficientes ( $K$ ) e uma constante ( $M$ ) que será utilizada na determinação da equação de regressão.

**QUADRO 7.2.3** - Coeficientes ( $C_i$ ) e totais ( $T_i$ ) para o experimento com 7 tratamentos.

| TOTAIS DE<br>TRATAMENTOS<br>( $T_i$ ) | COEFICIENTES PARA $n = 7$ NÍVEIS |          |          |
|---------------------------------------|----------------------------------|----------|----------|
|                                       | 1º GRAU                          | 2º GRAU  | 3º GRAU  |
|                                       | $C_{1i}$                         | $C_{2i}$ | $C_{3i}$ |
| $T_1 = 554,4$                         | - 3                              | + 5      | - 1      |
| $T_2 = 614,4$                         | - 2                              | 0        | + 1      |
| $T_3 = 658,1$                         | - 1                              | - 3      | + 1      |
| $T_4 = 659,7$                         | 0                                | - 4      | 0        |
| $T_5 = 634,9$                         | + 1                              | - 3      | - 1      |
| $T_6 = 639,9$                         | + 2                              | 0        | - 1      |
| $T_7 = 617,7$                         | + 3                              | + 5      | + 1      |
| K                                     | 28                               | 84       | 6        |
| M                                     | 1                                | 1        | 1/6      |

Então, o contraste correspondente à regressão linear (RL) será:

$$Y_{RL} = \sum_{i=1}^I C_{1i} T_i$$

$$Y_{RL} = -3T_1 - 2T_2 - 1T_3 + 0T_4 + 1T_5 + 2T_6 + 3T_7$$

Como, para um contraste Y qualquer, temos que:

$$S.Q. Y = \frac{\hat{Y}^2}{r \sum c_i^2}$$

então:

$$S.Q. RL = \frac{(\hat{Y}_{RL})^2}{r K_1}$$

$$\hat{Y}_{RL} = -3(554,4) - 2(614,4) - 1(658,1) + 0(659,7) + 1(634,9) + 2(639,9) + 3(617,7) = 217,7 \text{ g}$$

$r$  = número de parcelas somadas para obter cada total ( $T_i$ ) de tratamento = 4

$K_1$  = soma dos quadrados dos coeficientes de 1º grau = 28

$$S.Q. RL = \frac{(217,7)^2}{4 \times 28} = 423,15$$

Para a regressão quadrática (RQ), temos:

$$Y_{RQ} = \sum_{i=1}^I C_{2i} T_i$$

$$\hat{Y}_{RQ} = 5(554,4) + 0(614,4) - 3(658,1) - 4(659,7) - 3(634,9) + 0(639,9) + 5(617,7) = -657,3 \text{ g}$$

$$S.Q. RQ = \frac{(\hat{Y}_{RQ})^2}{r K_2} = \frac{(-657,3)^2}{4 \times 84} = 1.285,84$$

Para a regressão cúbica (RC), temos:

$$Y_{RC} = \sum_{i=1}^I C_{3i} T_i$$

$$\hat{Y}_{RC} = -1(554,4) + 1(614,4) + 1(658,1) + 0(659,7) - 1(634,9) - 1(639,9) + 1(617,7) = 61,0 \text{ g}$$

$$S.Q. RC = \frac{(\hat{Y}_{RC})^2}{r K_3} = \frac{(61,0)^2}{4 \times 6} = 155,04$$

A S.Q. Desvios de Regressão (DR) pode ser calculada por diferença:

$$S.Q. DR = S.Q. Tratamentos - S.Q. RL - S.Q. RQ - S.Q. RC$$

$$S.Q. DR = 1.941,83 - 423,15 - 1.285,84 - 155,04 = 77,80$$

Com esses valores, montamos o quadro de análise de variância do experimento, para estudo da regressão (Quadro 7.2.4).

**QUADRO 7.2.4** - Análise de variância do experimento, para estudo da regressão.

| CAUSA DA VARIAÇÃO    | G.L. | S.Q.       | Q.M.     | F                  |
|----------------------|------|------------|----------|--------------------|
| Regressão linear     | 1    | 423,15     | 423,15   | 10,02**            |
| Regressão quadrática | 1    | 1.285,84   | 1.285,84 | 30,46**            |
| Regressão cúbica     | 1    | 155,04     | 155,04   | 3,67 <sup>NS</sup> |
| Desvios de regressão | 3    | 77,80      | 25,93    | 0,61 <sup>NS</sup> |
| (Tratamentos)        | (6)  | (1.941,83) | -        | -                  |
| Resíduo              | 21   | 886,34     | 42,21    | -                  |
| Total                | 27   | 2.828,17   | -        | -                  |

Valores de F da tabela: 1 x 21 g.l.: {5% = 4,32      1% = 8,02}  
 3 x 21 g.l.: {5% = 3,07      1% = 4,87}

Verificamos que a regressão linear e a regressão quadrática foram significativas ( $P < 0,01$ ), indicando que é possível estabelecer uma relação funcional entre a dose de gesso colocada (X) e o peso de 1.000 sementes do feijoeiro (Y).

Devemos, então, determinar a equação de regressão, que será a correspondente à regressão de mais alto grau que foi significativa, mesmo que outra de grau menor seja não significativa.

No nosso exemplo, devemos determinar uma equação de 2º grau.

Quando o teste F para Desvios de regressão for significativo, isso indica que existe alguma regressão significativa, de grau maior que 3º, e, se tivermos interesse em estudá-la, devemos desdobrar os Desvios de regressão.

Vejam os a determinação da equação de regressão, para o exemplo que estamos estudando.

A forma geral da equação de regressão é:

$$\hat{Y} = \bar{Y} + B_1 M_1 P_1 + B_2 M_2 P_2 + B_3 M_3 P_3 + \dots$$

Para o nosso exemplo, a equação será:

$$\hat{Y} = \bar{Y} + B_1 M_1 P_1 + B_2 M_2 P_2$$

em que:

$$\bar{Y} = \frac{G}{IJ} \text{ (média geral do experimento)} \quad \bar{Y} = \frac{4.379,1}{7 \times 4} = 156,3964 \text{ g}$$

$$B_1 = \frac{\hat{Y}_{RL}}{r K_1} = \frac{217,7}{4 \times 28} = 1,9438$$

$$B_2 = \frac{\hat{Y}_{RQ}}{r K_2} = \frac{-657,3}{4 \times 84} = -1,9563$$

$$M_1 = 1 \text{ (tabela)}$$

$$M_2 = 1 \text{ (tabela)}$$

$$P_1 = x \text{ (tabela)}$$

$$P_2 = x^2 - \frac{n^2 - 1}{12} \quad \text{sendo } n = \text{número de níveis} = 7$$

$$P_2 = x^2 - \frac{7^2 - 1}{12} = x^2 - 4$$

Logo, a equação de regressão fica:

$$\hat{Y} = 156,3964 + 1,9438x - 1,9563(x^2 - 4)$$

$$\hat{Y} = 164,2216 + 1,9438x - 1,9563x^2 \quad (1)$$

Mas,  $x$  é uma variável auxiliar, dada por:  $x = \frac{X - \bar{X}}{q}$ , em que:

$$\bar{X} = \text{média dos valores de } X$$

$$\bar{X} = \frac{0 + 50 + 100 + 150 + 200 + 250 + 300}{7} = 150$$

$$q = \text{diferença entre dois valores sucessivos de } X = 50$$

Logo:

$$x = \frac{X - 150}{50}$$

Substituindo-se este valor de  $x$  em (1), fica:

$$\hat{Y} = 164,2216 + 1,9438\left(\frac{X - 150}{50}\right) - 1,9563\left(\frac{X - 150}{50}\right)^2$$

$$\hat{Y} = 164,2216 + 1,9438\left(\frac{X - 150}{50}\right) - 1,9563\left(\frac{X^2 - 300X + 22.500}{2.500}\right)$$

$$\hat{Y} = 140,7835 + 0,2737X - 0,000783X^2 \quad (0 \leq X \leq 300)$$

em que:

$\hat{Y}$  = peso de 1.000 sementes (em gramas)

$X$  = dose de gesso (em kg/ha)

A partir desta equação, podemos estimar o valor esperado, para uma dose não utilizada no experimento, por exemplo para  $X = 125$  kg/ha.

$$\hat{Y}_{(125)} = 140,7835 + 0,2737(125) - 0,000783(125)^2 = 162,76 \text{ g}$$

Quando determinamos uma equação de regressão, é conveniente apresentar o correspondente **coeficiente de determinação ( $R^2$ )**, que representa, em proporção, quanto da variação na resposta é explicada pela regressão em questão.

Para obter o coeficiente de determinação, devemos somar todas as somas de quadrados das regressões de grau mais baixo até aquela que determinou o grau da equação. O resultado deve ser dividido pela S.Q. do fator desdobrado para estudar a regressão, no caso a S.Q. Tratamentos.

No exemplo dado, fica:

$$R^2 = \frac{\text{S.Q. RL} + \text{S.Q. RQ}}{\text{S.Q. Tratamentos}} = \frac{423,15 + 1.285,84}{1.941,83} = 0,8801 \text{ (88,01\%)}$$

Podemos fazer uma verificação do ajuste da equação de regressão, calculando os valores esperados ( $\hat{Y}$ ), por meio da equação, e os valores observados ( $Y_{\text{obs}}$ ), pelas médias dos tratamentos.

Devemos ter:  $\sum Y_{\text{obs}} \cong \sum \hat{Y}$ .

Então, temos:

| TRATAMENTOS (X) | $Y_{obs}$ | $\hat{Y}$ |
|-----------------|-----------|-----------|
| 0               | 138,60    | 140,78    |
| 50              | 153,60    | 152,51    |
| 100             | 164,53    | 160,32    |
| 150             | 164,93    | 164,22    |
| 200             | 158,73    | 164,20    |
| 250             | 159,98    | 160,27    |
| 300             | 154,43    | 152,42    |
| $\Sigma$        | 1.094,80  | 1.094,72  |

Podemos verificar se a função tem máximo ou mínimo. Para tanto, calculamos a derivada primeira de  $\hat{Y}$  em relação a X:

$$\frac{d\hat{Y}}{dX} = 0,2737 - 0,001566X$$

A derivada segunda é:

$$\frac{d^2\hat{Y}}{dX^2} = -0,001566 \quad (\text{a função tem máximo})$$

O ponto de máximo é aquele que anula a derivada primeira:

$$0,2737 - 0,001566X = 0 \quad X = 175 \text{ kg/ha}$$

Então, o máximo da função é dado por:

$$\hat{Y}_{(175)} = 140,7835 + 0,2737(175) - 0,000783(175)^2 = 164,70 \text{ g}$$

A representação gráfica da equação encontra-se na Figura 7.2.1.

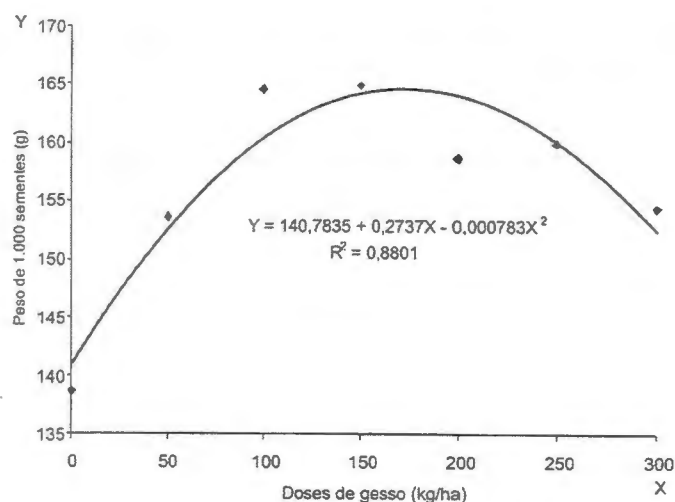


FIGURA 7.2.1 – Regressão do peso de 1.000 sementes em função das doses de gesso.

### 7.3. Estudo de regressão para níveis de fatores quantitativos

Às vezes, nos experimentos fatoriais, parcelas subdivididas, faixas etc., podemos ter um ou mais fatores compostos por níveis quantitativos. Então, podemos fazer o estudo de regressão dentro dos níveis de um ou de outro fator. Devemos, no entanto, considerar a possibilidade de ocorrência ou não de interação significativa entre os fatores.

#### 7.3.1. Estudo de regressão para níveis de fatores quantitativos, com interação não significativa

Vamos considerar os dados de um experimento fatorial  $3 \times 3$ , com os fatores: Diâmetro (D) e Altura (A) dos tubetes de papel, utilizados na formação de mudas de eucalipto.

Os Diâmetros utilizados foram:  $D_1 = 3,5$  cm;  $D_2 = 5,0$  cm e  $D_3 = 6,5$  cm e as Alturas foram:  $A_1 = 10$  cm;  $A_2 = 12$  cm e  $A_3 = 14$  cm.

Os tratamentos foram distribuídos em 3 blocos casualizados.

Os resultados obtidos para alturas médias (cm) das mudas, 75 dias após a semeadura, são apresentados no Quadro 7.3.1.

**QUADRO 7.3.1** - Alturas médias (cm) das mudas, 75 dias após a semeadura.

| TRATAMENTOS  | BLOCOS |       |       | TOTAIS |
|--------------|--------|-------|-------|--------|
|              | 1      | 2     | 3     |        |
| 1 - $D_1A_1$ | 3,2    | 14,0  | 6,7   | 23,9   |
| 2 - $D_1A_2$ | 2,5    | 3,0   | 7,5   | 13,0   |
| 3 - $D_1A_3$ | 2,0    | 2,7   | 3,2   | 7,9    |
| 4 - $D_2A_1$ | 7,9    | 10,6  | 16,3  | 34,8   |
| 5 - $D_2A_2$ | 6,7    | 16,9  | 6,4   | 30,0   |
| 6 - $D_2A_3$ | 7,9    | 6,2   | 11,2  | 25,3   |
| 7 - $D_3A_1$ | 18,1   | 27,1  | 20,5  | 65,7   |
| 8 - $D_3A_2$ | 17,0   | 31,5  | 24,8  | 73,3   |
| 9 - $D_3A_3$ | 11,7   | 12,5  | 36,0  | 60,2   |
| TOTAIS       | 77,0   | 124,5 | 132,6 | 334,1  |

O Quadro auxiliar, que relaciona os níveis de D com os níveis de A, é:

| (3)            | A <sub>1</sub> | A <sub>2</sub> | A <sub>3</sub> | TOTAIS DE D |
|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| D <sub>1</sub> | 23,9           | 13,0           | 7,9            | 44,8        |
| D <sub>2</sub> | 34,8           | 30,0           | 25,3           | 90,1        |
| D <sub>3</sub> | 65,7           | 73,3           | 60,2           | 199,2       |
| TOTAIS DE A    | 124,4          | 116,3          | 93,4           | 334,1       |

A análise de variância dos dados das alturas médias das mudas, de acordo com o esquema fatorial 3 x 3, é apresentada no Quadro 7.3.2.

**QUADRO 7.3.2** - Análise de variância de acordo com o esquema fatorial 3 x 3.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. | S.Q.       | Q.M.   | F                  |
|-------------------|-----|------------|--------|--------------------|
| Diâmetros (D)     | 2   | 1.399,79   | 699,90 | 21,24**            |
| Alturas (A)       | 2   | 57,45      | 28,73  | 0,87 <sup>NS</sup> |
| Interação A x D   | 4   | 30,97      | 7,74   | 0,23 <sup>NS</sup> |
| (Tratamentos)     | (8) | (1.488,21) | -      | -                  |
| Blocos            | 2   | 200,49     | 100,25 | 3,04 <sup>NS</sup> |
| Resíduo           | 16  | 527,19     | 32,95  | -                  |
| Total             | 26  | 2.215,89   | -      | -                  |

Valores de F da tabela: Diâmetro (D) e Altura (A) - 2 x 16 g.l.: {5% = 3,63 1% = 6,23}  
Interação A x D - 4 x 16 g.l.: {5% = 3,01 1% = 4,77}

Verificamos que a Interação A x D não foi significativa ( $P > 0,05$ ), o que indica que os efeitos dos fatores Diâmetro do tubete (D) e Altura do tubete (A) agem de modo independente sobre a altura média das mudas.

Como os fatores Diâmetro (D) e Altura (A) são compostos por níveis quantitativos, podemos fazer um estudo de regressão, tanto dentro dos níveis de D, como dentro dos níveis de A.

**a) Estudo de regressão dentro dos níveis de Diâmetro (D):**

Inicialmente, organizamos o quadro:

| VALORES DE X PARA D | TOTAIS DE D                        | COEFICIENTES PARA n = 3 NÍVEIS |                 |
|---------------------|------------------------------------|--------------------------------|-----------------|
|                     |                                    | C <sub>1i</sub>                | C <sub>2i</sub> |
| 3,5                 | T <sub>D<sub>1</sub></sub> = 44,8  | -1                             | +1              |
| 5,0                 | T <sub>D<sub>2</sub></sub> = 90,1  | 0                              | -2              |
| 6,5                 | T <sub>D<sub>3</sub></sub> = 199,2 | +1                             | +1              |
|                     | K                                  | 2                              | 6               |
|                     | M                                  | 1                              | 3               |

$$Y_{RL} = -1T_{D_1} + 0T_{D_2} + 1T_{D_3}$$

$$\hat{Y}_{RL} = -1(44,8) + 0(90,1) + 1(199,2) = 154,4 \text{ cm}$$

$$S.Q. RL = \frac{(\hat{Y}_{RL})^2}{r K_1} = \frac{(154,4)^2}{9 \times 2} = 1.324,41$$

$$Y_{RQ} = +1T_{D_1} - 2T_{D_2} + 1T_{D_3}$$

$$\hat{Y}_{RQ} = +1(44,8) - 2(90,1) + 1(199,2) = 63,8 \text{ cm}$$

$$S.Q. RQ = \frac{(\hat{Y}_{RQ})^2}{r K_2} = \frac{(63,8)^2}{9 \times 6} = 75,38$$

$$\text{Verificação: } S.Q. RL + S.Q. RQ = 1.324,41 + 75,38 = 1.399,79 = S.Q. D$$

| CAUSA DA VARIAÇÃO          | GL. | S.Q.     | Q.M.     | F                  |
|----------------------------|-----|----------|----------|--------------------|
| Regressão linear (D')      | 1   | 1.324,41 | 1.324,41 | 40,19**            |
| Regressão quadrática (D'') | 1   | 75,38    | 75,38    | 2,29 <sup>NS</sup> |
| Resíduo                    | 16  | 527,19   | 32,95    |                    |

Valores de F da tabela: 1 x 16 g.l.: {5% = 4,49 1% = 8,53}

Para os níveis de D, é possível estabelecer uma relação funcional entre a altura média das plantas (Y) e o diâmetro do tubete (X). Esta relação é uma equação de 1º grau.

#### Determinação da equação de regressão:

$$\hat{Y} = \bar{Y} + B_1 M_1 P_1$$

$$\bar{Y} = \frac{334,1}{27} = 12,3741 \quad B_1 = \frac{\hat{Y}_{RL}}{r K_1} = \frac{154,4}{9 \times 2} = 8,5778 \quad M_1 = 1 \quad P_1 = x$$

$$\hat{Y} = 12,3741 + 8,5778 (1) x$$

$$\text{Mas: } x = \frac{X - \bar{X}}{q} \quad \bar{X} = \frac{3,5 + 5,0 + 6,5}{3} = 5 \quad q = 1,5 \quad x = \frac{X - 5}{1,5}$$

Então:

$$\hat{Y} = 12,3741 + 8,5778 \left( \frac{X - 5}{1,5} \right)$$

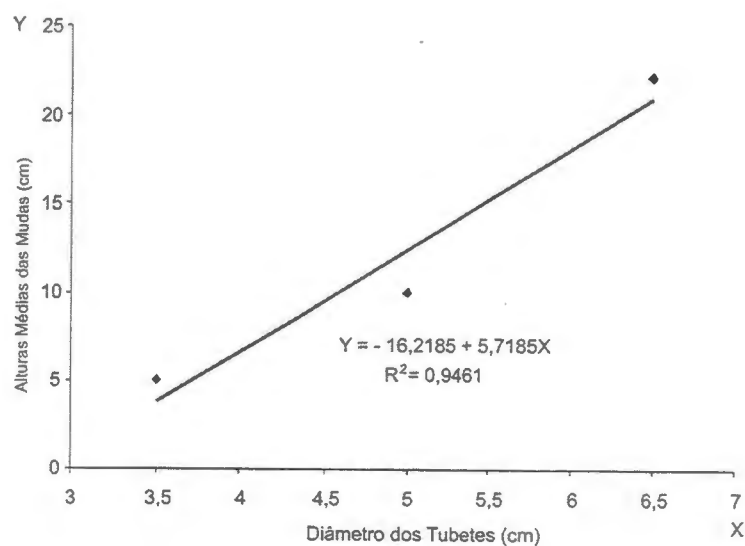
$$\hat{Y} = -16,2185 + 5,7185 X \quad (3,5 \leq X \leq 6,5)$$

em que:  $\hat{Y}$  = altura média das mudas (cm)  
X = diâmetro do tubete

Verificação:

| NÍVEL DE D | VALORES DE X | $Y_{OBS} = \bar{D}$ | $Y_{ESP} = \hat{Y}$ |
|------------|--------------|---------------------|---------------------|
| $D_1$      | 3,5          | 4,98                | 3,80                |
| $D_2$      | 5,0          | 10,01               | 12,37               |
| $D_3$      | 6,5          | 22,13               | 20,95               |
| $\Sigma =$ |              | 37,12               | 37,12               |

Graficamente:



**b) Estudo de regressão dentro dos níveis de Altura (A):**

Inicialmente, organizamos o quadro:

| VALORES DE X PARA A | TOTAIS DE A       | COEFICIENTES PARA $n = 3$ NÍVEIS |          |
|---------------------|-------------------|----------------------------------|----------|
|                     |                   | $C_{1i}$                         | $C_{2i}$ |
| 10                  | $T_{A_1} = 124,4$ | -1                               | +1       |
| 12                  | $T_{A_2} = 116,3$ | 0                                | -2       |
| 14                  | $T_{A_3} = 93,4$  | +1                               | +1       |
| K                   |                   | 2                                | 6        |
| M                   |                   | 1                                | 3        |

$$Y_{RL} = -1T_{A_1} + 0T_{A_2} + 1T_{A_3}$$

$$\hat{Y}_{RL} = -1(124,4) + 0(116,3) + 1(93,4) = -31,0 \text{ cm}$$

$$S.Q. RL = \frac{(\hat{Y}_{RL})^2}{r K_1} = \frac{(-31,0)^2}{9 \times 2} = 53,39$$

$$Y_{RQ} = +1T_{A_1} - 2T_{A_2} + 1T_{A_3}$$

$$\hat{Y}_{RQ} = +1(124,4) - 2(116,3) + 1(93,4) = -14,8 \text{ cm}$$

$$S.Q. RQ = \frac{(\hat{Y}_{RQ})^2}{r K_2} = \frac{(-14,8)^2}{9 \times 6} = 4,06$$

$$\text{Verificação: } S.Q. RL + S.Q. RQ = 53,39 + 4,06 = 57,45 = S.Q. A$$

| CAUSA DA VARIAÇÃO          | GL. | S.Q.   | Q.M.  | F                  |
|----------------------------|-----|--------|-------|--------------------|
| Regressão linear (A')      | 1   | 53,39  | 53,39 | 1,62 <sup>NS</sup> |
| Regressão quadrática (A'') | 1   | 4,06   | 4,06  | 0,12 <sup>NS</sup> |
| Resíduo                    | 16  | 527,19 | 32,95 | -                  |

Valores de F da tabela: 1 x 16 g.l.: {5% = 4,49    1% = 8,53}

Para os níveis de A, não é possível estabelecer uma relação funcional entre a altura média das plantas (Y) e a altura do tubete (X).

### 7.3.2. Estudo de regressão para níveis de fatores quantitativos, com interação significativa

Vamos considerar os dados (fictícios) de um experimento fatorial 2 x 4, com 2 Variedades ( $V_1$  e  $V_2$ ) e 4 níveis de Adubação ( $A_1 = 0 \text{ kg/ha}$ ;  $A_2 = 100 \text{ kg/ha}$ ;  $A_3 = 200 \text{ kg/ha}$ ;  $A_4 = 300 \text{ kg/ha}$ ), num experimento com 4 blocos casualizados, cujos resultados são apresentados no Quadro 7.3.3.

**QUADRO 7.3.3** - Resultados de produção (t/ha).

| TRATAMENTOS                       | BLOCOS |       |       |       | TOTAIS |
|-----------------------------------|--------|-------|-------|-------|--------|
|                                   | 1      | 2     | 3     | 4     |        |
| 1 - V <sub>1</sub> A <sub>0</sub> | 1,65   | 1,68  | 2,12  | 1,68  | 7,13   |
| 2 - V <sub>1</sub> A <sub>1</sub> | 2,14   | 1,36  | 1,31  | 3,13  | 7,94   |
| 3 - V <sub>1</sub> A <sub>2</sub> | 1,40   | 2,16  | 2,00  | 2,00  | 7,56   |
| 4 - V <sub>1</sub> A <sub>3</sub> | 2,32   | 2,42  | 3,43  | 2,46  | 10,63  |
| 5 - V <sub>2</sub> A <sub>0</sub> | 4,22   | 3,50  | 3,80  | 3,05  | 14,57  |
| 6 - V <sub>2</sub> A <sub>1</sub> | 2,21   | 2,78  | 2,30  | 2,34  | 9,63   |
| 7 - V <sub>2</sub> A <sub>2</sub> | 2,30   | 2,00  | 2,16  | 1,72  | 8,18   |
| 8 - V <sub>2</sub> A <sub>3</sub> | 3,43   | 3,18  | 3,30  | 2,90  | 12,81  |
| TOTAIS                            | 19,67  | 19,08 | 20,42 | 19,28 | 78,45  |

O quadro auxiliar, que relaciona os níveis de V com os níveis de A, é:

| (4)            | A <sub>0</sub> | A <sub>1</sub> | A <sub>2</sub> | A <sub>3</sub> | TOTAIS DE V |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| V <sub>1</sub> | 7,13           | 7,94           | 7,56           | 10,63          | 33,26       |
| V <sub>2</sub> | 14,57          | 9,63           | 8,18           | 12,81          | 45,19       |
| TOTAIS DE A    | 21,70          | 17,57          | 15,74          | 23,44          | 78,45       |

A análise de variância dos dados de produção, de acordo com o esquema fatorial 2 x 4, é apresentada no Quadro 7.3.4.

**QUADRO 7.3.4** - Análise de variância dos dados de produção, de acordo com o esquema fatorial 2 x 4.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. | S.Q.      | Q.M.   | F                  |
|-------------------|------|-----------|--------|--------------------|
| Adubações (A)     | 3    | 4,7719    | 1,5906 | 7,25**             |
| Variedades (V)    | 1    | 4,4476    | 4,4476 | 20,26**            |
| Interação V x A   | 3    | 3,4707    | 1,1569 | 5,27**             |
| (Tratamentos)     | (7)  | (12,6902) | -      | -                  |
| Blocos            | 3    | 0,1312    | 0,0437 | 0,20 <sup>NS</sup> |
| Resíduo           | 21   | 4,6086    | 0,2195 | -                  |
| Total             | 31   | 17,4300   | -      | -                  |

Valores de F da tabela: Variedades (V) e Interação V x A - 3 x 21 g.l.: {5% = 3,07    1% = 4,87}  
 Adubações (A) - 1 x 21 g.l.: {5% = 4,32    1% = 8,02}

Verificamos que a Interação V x A foi significativa ( $P < 0,01$ ), indicando que os fatores Variedades e Adubações agem de modo dependente sobre a produção.

Então, a Interação V x A deve ser desdobrada, o que pode ser feito de duas maneiras:

- Para estudar os efeitos das Variedades em cada Adubação;
- Para estudar os efeitos das Adubações em cada Variedade.

Tendo em vista o interesse num estudo de regressão, vamos fazer apenas o segundo desdobramento:

$$\text{S.Q. A d. } V_1 = \frac{1}{4} (7,13^2 + 7,94^2 + 7,56^2 + 10,63^2) - \frac{33,26^2}{16} = 1,8685$$

$$\text{S.Q. A d. } V_2 = \frac{1}{4} (14,57^2 + 9,63^2 + 8,18^2 + 12,81^2) - \frac{45,19^2}{16} = 6,3741$$

| CAUSA DA VARIAÇÃO        | GL. | S.Q.   | Q.M.   | F                  |
|--------------------------|-----|--------|--------|--------------------|
| Adubações d. Variedade 1 | 3   | 1,8685 | 0,6228 | 2,84 <sup>NS</sup> |
| Adubações d. Variedade 2 | 3   | 6,3741 | 2,1247 | 9,68**             |
| Resíduo                  | 21  | 4,6086 | 0,2195 | -                  |

Verificamos que não há efeito significativo ( $P > 0,05$ ) das Adubações para a Variedade 1, mas há efeito significativo ( $P < 0,01$ ) das Adubações para a Variedade 2.

Como a regressão independe da significância do teste F, vamos fazer o estudo da regressão para os níveis de Adubação, tanto dentro da Variedade 1, como dentro da Variedade 2.

Então, montamos o quadro:

| VALORES<br>DE X | ADUBAÇÕES D.<br>V <sub>1</sub>                  | ADUBAÇÕES D.<br>V <sub>2</sub>                  | COEFICIENTES PARA n = 4 NÍVEIS |                 |                 |
|-----------------|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------------|-----------------|-----------------|
|                 |                                                 |                                                 | C <sub>1i</sub>                | C <sub>2i</sub> | C <sub>3i</sub> |
| 0               | T <sub>V<sub>1</sub>A<sub>0</sub></sub> = 7,13  | T <sub>V<sub>2</sub>A<sub>0</sub></sub> = 14,57 | -3                             | +1              | -1              |
| 100             | T <sub>V<sub>1</sub>A<sub>1</sub></sub> = 7,94  | T <sub>V<sub>2</sub>A<sub>1</sub></sub> = 9,63  | -1                             | -1              | +3              |
| 200             | T <sub>V<sub>1</sub>A<sub>2</sub></sub> = 7,56  | T <sub>V<sub>2</sub>A<sub>2</sub></sub> = 8,18  | +1                             | -1              | -3              |
| 300             | T <sub>V<sub>1</sub>A<sub>3</sub></sub> = 10,63 | T <sub>V<sub>2</sub>A<sub>3</sub></sub> = 12,81 | +3                             | +1              | +1              |
| K               |                                                 |                                                 | 20                             | 4               | 20              |
| M               |                                                 |                                                 | 2                              | 1               | 10/3            |

**a) Estudo da regressão para os níveis de Adubação dentro da Variedade 1:**

$$\hat{Y}_{RL} = -3 T_{V_1 A_0} - 1 T_{V_1 A_1} + 1 T_{V_1 A_2} + 3 T_{V_1 A_3}$$

$$\hat{Y}_{RL} = -3 (7,13) - 1 (7,94) + 1 (7,56) + 3 (10,63) = 10,12$$

$$S.Q. RL = \frac{(\hat{Y}_{RL})^2}{r K_1} = \frac{(10,12)^2}{4 \times 20} = 1,2802$$

$$\hat{Y}_{RQ} = +1 T_{V_1 A_0} - 1 T_{V_1 A_1} - 1 T_{V_1 A_2} + 1 T_{V_1 A_3}$$

$$\hat{Y}_{RQ} = +1 (7,13) - 1 (7,94) - 1 (7,56) + 1 (10,63) = 2,26$$

$$S.Q. RQ = \frac{(\hat{Y}_{RQ})^2}{r K_2} = \frac{(2,26)^2}{4 \times 4} = 0,3192$$

$$\hat{Y}_{RC} = -1 T_{V_1 A_0} + 3 T_{V_1 A_1} - 3 T_{V_1 A_2} + 1 T_{V_1 A_3}$$

$$\hat{Y}_{RC} = -1 (7,13) + 3 (7,94) - 3 (7,56) + 1 (10,63) = 4,64$$

$$S.Q. RC = \frac{(\hat{Y}_{RC})^2}{r K_3} = \frac{(4,64)^2}{4 \times 20} = 0,2691$$

Verificação:

$$S.Q. RL + S.Q. RQ + S.Q. RC = 1,2802 + 0,3192 + 0,2691 = 1,8685 = S.Q. \text{ Adubações d. } V_1$$

O estudo de regressão para os níveis de Adubações d. Variedade 1 é apresentado no quadro seguinte:

| CAUSA DA VARIAÇÃO                   | GL. | S.Q.   | Q.M.   | F                  |
|-------------------------------------|-----|--------|--------|--------------------|
| Regressão linear (A') d. $V_1$      | 1   | 1,2802 | 1,2802 | 5,83*              |
| Regressão quadrática (A'') d. $V_1$ | 1   | 0,3192 | 0,3192 | 1,45 <sup>NS</sup> |
| Regressão cúbica (A''') d. $V_1$    | 1   | 0,2691 | 0,2691 | 1,23 <sup>NS</sup> |
| Resíduo                             | 21  | 4,6086 | 0,2195 | -                  |

Valores de F da tabela: 1 x 21 g.l.: {5% = 4,32 1% = 8,02}

Verificamos que, para a Variedade 1, existe uma relação linear entre a quantidade de Adubação (X) e a produção (Y).

**Determinação da equação de regressão:**

$$\hat{Y} = \bar{Y} + B_1 M_1 P_1$$

$$\bar{Y} = \frac{33,26}{16} = 2,0788 \quad B_1 = \frac{\hat{Y}_{RL}}{r K_1} = \frac{10,12}{4 \times 20} = 0,1265 \quad M_1 = 2 \quad P_1 = x$$

$$\hat{Y} = 2,0788 + 0,1265 (2) x$$

$$\text{Mas: } x = \frac{X - \bar{X}}{q} \quad \bar{X} = \frac{0 + 100 + 200 + 300}{4} = 150 \quad q = 100$$

$$x = \frac{X - 150}{100}$$

Então:

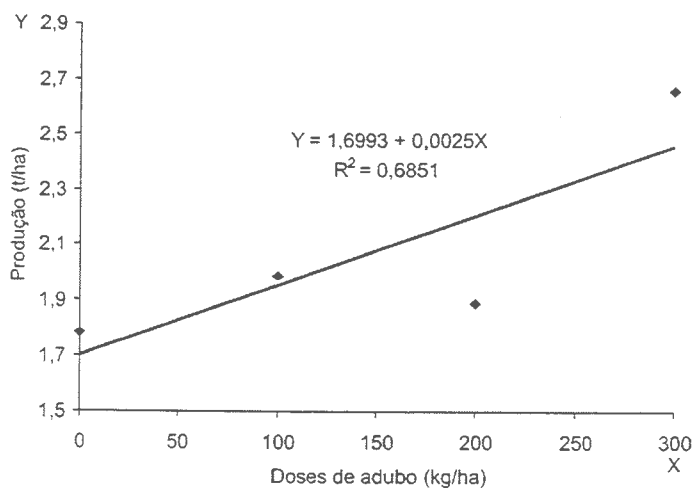
$$\hat{Y} = 2,0788 + 0,2530 \left( \frac{X - 150}{100} \right)$$

$$\hat{Y} = 1,6993 + 0,0025 X \quad (0 \leq X \leq 300)$$

Verificação:

| NÍVEL DE A.D. $V_1$ | VALORES DE X | $Y_{OBS} = \bar{A}$ | $Y_{ESP} = \hat{Y}$ |
|---------------------|--------------|---------------------|---------------------|
| $A_0$               | 0            | 1,78                | 1,70                |
| $A_1$               | 100          | 1,99                | 1,95                |
| $A_2$               | 200          | 1,89                | 2,20                |
| $A_3$               | 300          | 2,66                | 2,45                |
| $\Sigma =$          |              | 8,32                | 8,30                |

Graficamente:



**b) Estudo da regressão para os níveis de Adubação dentro da Variedade 2:**

$$\hat{Y}_{RL} = -3 T_{V_2 A_0} - 1 T_{V_2 A_1} + 1 T_{V_2 A_2} + 3 T_{V_2 A_3}$$

$$\hat{Y}_{RL} = -3 (14,57) - 1 (9,63) + 1 (8,18) + 3 (12,81) = -6,73$$

$$S.Q. RL = \frac{(\hat{Y}_{RL})^2}{r K_1} = \frac{(-6,73)^2}{4 \times 20} = 0,5662$$

$$\hat{Y}_{RQ} = +1 T_{V_2 A_0} - 1 T_{V_2 A_1} - 1 T_{V_2 A_2} + 1 T_{V_2 A_3}$$

$$\hat{Y}_{RQ} = +1(14,57) - 1(9,63) - 1(8,18) + 1(12,81) = 9,57$$

$$S.Q. RQ = \frac{(\hat{Y}_{RQ})^2}{r K_2} = \frac{(9,57)^2}{4 \times 4} = 5,7241$$

$$\hat{Y}_{RC} = -1 T_{V_2 A_0} + 3 T_{V_2 A_1} - 3 T_{V_2 A_2} + 1 T_{V_2 A_3}$$

$$\hat{Y}_{RC} = -1(14,57) + 3(9,63) - 3(8,18) + 1(12,81) = 2,59$$

$$S.Q. RC = \frac{(\hat{Y}_{RC})^2}{r K_3} = \frac{(2,59)^2}{4 \times 20} = 0,0839$$

Verificação:

$$S.Q. RL + S.Q. RQ + S.Q. RC = 0,5662 + 5,7241 + 0,0839 = 6,3742 \cong S.Q. \text{ Adubações d. } V_2$$

O estudo de regressão para os níveis de Adubações d. Variedade 2 é apresentado no quadro seguinte:

| CAUSA DA VARIAÇÃO                   | GL. | S.Q.   | Q.M.   | F                  |
|-------------------------------------|-----|--------|--------|--------------------|
| Regressão linear (A') d. $V_2$      | 1   | 0,5662 | 0,5662 | 2,58 <sup>NS</sup> |
| Regressão quadrática (A'') d. $V_2$ | 1   | 5,7241 | 5,7241 | 26,08**            |
| Regressão cúbica (A''') d. $V_2$    | 1   | 0,0839 | 0,0839 | 0,38 <sup>NS</sup> |
| Resíduo                             | 21  | 4,6086 | 0,2195 | -                  |

Valores de F da tabela: 1 x 21 g.l.: {5% = 4,32 1% = 8,02}

Verificamos que, para a Variedade 2, existe uma relação quadrática entre a quantidade de Adubação (X) e a produção (Y).

#### Determinação da equação de regressão:

$$\hat{Y} = \bar{Y} + B_1 M_1 P_1 + B_2 M_2 P_2$$

$$\bar{Y} = \frac{45,19}{16} = 2,8244$$

$$B_1 = \frac{\hat{Y}_{RL}}{r K_1} = \frac{-6,73}{4 \times 20} = -0,0841$$

$$M_1 = x$$

$$P_1 = x$$

$$B_2 = \frac{\hat{Y}_{RQ}}{r K_2} = \frac{9,57}{4 \times 4} = 0,5981 \quad M_2 = 1 \quad P_2 = x^2 - \frac{n^2 - 1}{12} = x^2 - \frac{4^2 - 1}{12} = x^2 - \frac{15}{12}$$

$$\hat{Y} = 2,8244 - 0,0841(2)x + 0,5981(1)\left(x^2 - \frac{15}{12}\right)$$

$$\hat{Y} = 2,0768 - 0,1682x + 0,5981x^2$$

Mas:  $x = \frac{X - 150}{100}$

Então:

$$\hat{Y} = 2,0768 - 0,1682 \left( \frac{X - 150}{100} \right) + 0,5981 \left( \frac{X - 150}{100} \right)^2$$

De onde obtemos:

$$\hat{Y} = 3,6749 - 0,0196 X + 0,000060 X^2 \quad (0 \leq X \leq 300)$$

Verificação:

| NÍVEL DE A D. $V_2$ | VALORES DE X | $Y_{OBS} = \bar{A}$ | $Y_{ESP} = \hat{Y}$ |
|---------------------|--------------|---------------------|---------------------|
| $A_0$               | 0            | 3,64                | 3,67                |
| $A_1$               | 100          | 2,41                | 2,31                |
| $A_2$               | 200          | 2,05                | 2,15                |
| $A_3$               | 300          | 3,20                | 3,19                |
|                     | $\Sigma =$   | 11,30               | 11,32               |

Determinação do valor de X mínimo e de  $\hat{Y}$  mínimo esperado:

$$\hat{Y} = 3,6749 - 0,0196 X + 0,000060 X^2$$

$$\frac{\partial \hat{Y}}{\partial X} = -0,0196 + 0,00012X \Rightarrow \frac{\partial^2 \hat{Y}}{\partial X^2} = +0,00012 \quad (\text{a função tem mínimo})$$

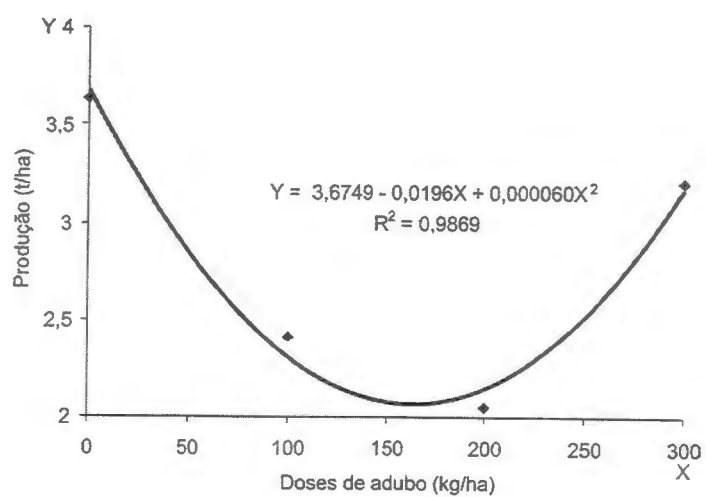
Ponto de mínimo:

$$\frac{\partial \hat{Y}}{\partial X} = -0,0196 + 0,00012X = 0 \Rightarrow X = 163 \text{ kg é o ponto de mínimo}$$

Valor de  $\hat{Y}$  mínimo esperado:

$$\hat{Y}_{(163)} = 3,6749 - 0,0196 (163) + 0,000060 (163)^2 = 2,07$$

Graficamente:



## 8. ANÁLISE DE GRUPOS DE EXPERIMENTOS

### 8.1. Introdução

Na experimentação agrícola é comum a instalação de grupos de ensaios, todos com a mesma estrutura, porém realizados em diferentes anos e/ou locais, visando à obtenção de conclusões mais abrangentes.

Cada experimento nos permite obter conclusões sobre o local ou ano em que foi efetuado. Esses ensaios individuais devem ser o mais simples possível, procurando atender bem aos objetivos a que se destinam e, geralmente, são realizados nos delineamentos inteiramente casualizado ou em blocos casualizados. Todos os ensaios individuais devem apresentar os mesmos tratamentos e, sempre que possível, o mesmo número de repetições.

Por exemplo, vamos supor que queremos fazer um estudo de competição de cultivares de soja em diferentes locais e anos, visando obter conclusões generalizadas para toda a região (por exemplo, a região de Ribeirão Preto – SP). Os ensaios individuais não precisam ter um número muito grande de parcelas, podendo-se utilizar um menor número de repetições.

Obtidos os dados experimentais, procedemos às análises de variância individuais de cada experimento, para tirarmos as conclusões locais. A seguir, devemos agrupar esses experimentos, para proceder à análise conjunta. O agrupamento dos experimentos poderá ser feito adotando-se diversos critérios, dentre os quais, a título de exemplificação, citamos:

- 1 – **Fatores físicos:** como tipo de solo, topografia e práticas agrícolas;
- 2 – **Ano agrícola:** devem ser reunidos sempre ensaios realizados no mesmo ano agrícola, devido às diferenças climáticas de ano para ano;
- 3 – **Ordem de grandeza dos quadrados médios residuais das análises individuais:** a esse respeito, é recomendado que sejam considerados em um mesmo grupo ensaios com variâncias residuais uniformes, isto é, cujos quadrados médios residuais não ultrapassem uma relação aproximada de 7 : 1.

Satisfeitas essas condições, podemos passar às análises conjuntas, que poderão ser feitas utilizando-se:

- a) Dados originais dos experimentos individuais;
- b) Totais dos tratamentos dos ensaios individuais;
- c) Médias dos tratamentos dos ensaios individuais.

Vamos supor que estamos com 10 experimentos individuais, cada um com 6 tratamentos e 4 repetições no delineamento em blocos casualizados. Se trabalharmos com os dados originais ou com os totais de tratamentos dos ensaios individuais, os **esquemas de análise de variância** serão:

#### Ensaios individuais

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. |
|-------------------|-----|
| Tratamentos       | 5   |
| Blocos            | 3   |
| Resíduo           | 15  |
| Total             | 23  |

#### Análise conjunta

| CAUSA DA VARIAÇÃO             | GL. |
|-------------------------------|-----|
| Blocos dentro de Experimentos | 30  |
| Tratamentos (T)               | 5   |
| Experimentos (E)              | 9   |
| Interação T x E               | 45  |
| Resíduo Médio                 | 150 |
| Total                         | 239 |

Normalmente, na análise conjunta não consideramos o componente Blocos dentro de Experimentos, que não apresenta interesse prático. Desse modo, o Total também não tem interesse, e o número de graus de liberdade do Resíduo Médio é obtido pela soma dos números de graus de liberdade dos resíduos das análises individuais. No nosso exemplo, o Resíduo Médio possui  $10 \times 15 = 150$  graus de liberdade.

## 8.2. Obtenção da análise conjunta utilizando os dados originais

Para ilustrar a obtenção da análise conjunta utilizando os dados originais dos ensaios individuais consideremos o Exemplo 8.1.

**EXEMPLO 8.1** - Um grupo de 4 ensaios de competição de cultivares de batata foi realizado por Filgueira (1991) em Guaíra - SP, utilizando 10 cultivares de batata e 4 repetições, no delineamento em blocos casualizados, e os resultados, referentes à produção total de tubérculos, em t/ha, são apresentados no Quadro 8.2.1.

As análises individuais para os 4 experimentos, obtidas do modo usual, são apresentadas nos Quadros 8.2.2 a 8.2.5.

**QUADRO 8.2.1** - Produções totais de tubérculos, em t/ha.

| Cultivares   | Experimento 1 |         |         |         | Experimento 2 |         |         |         |
|--------------|---------------|---------|---------|---------|---------------|---------|---------|---------|
|              | Bloco 1       | Bloco 2 | Bloco 3 | Bloco 4 | Bloco 1       | Bloco 2 | Bloco 3 | Bloco 4 |
| 1 - Achat    | 17,22         | 19,38   | 18,75   | 16,59   | 37,92         | 36,94   | 45,19   | 39,25   |
| 2 - AN-3     | 29,31         | 21,31   | 24,06   | 22,18   | 30,78         | 32,41   | 34,72   | 24,03   |
| 3 - Apuã     | 37,09         | 31,42   | 31,72   | 40,56   | 36,55         | 27,69   | 44,31   | 35,94   |
| 4 - Baronesa | 29,00         | 27,31   | 31,09   | 30,81   | 45,22         | 30,19   | 42,19   | 42,41   |
| 5 - Bintje   | 27,53         | 23,47   | 28,88   | 23,13   | 32,28         | 22,44   | 37,22   | 31,13   |
| 6 - Carola   | 30,22         | 22,97   | 26,56   | 29,22   | 29,44         | 37,63   | 38,38   | 40,16   |
| 7 - Elipsa   | 36,28         | 26,72   | 26,97   | 29,55   | 42,53         | 27,06   | 39,59   | 40,09   |
| 8 - Matilda  | 23,97         | 19,75   | 20,78   | 21,31   | 33,22         | 24,88   | 38,97   | 37,88   |
| 9 - Ômega    | 36,52         | 27,53   | 26,59   | 31,81   | 44,03         | 24,88   | 47,41   | 39,16   |
| 10 - Radosa  | 27,97         | 21,34   | 30,16   | 19,22   | 31,38         | 26,34   | 18,91   | 36,33   |

| Cultivares   | Experimento 3 |         |         |         | Experimento 4 |         |         |         |
|--------------|---------------|---------|---------|---------|---------------|---------|---------|---------|
|              | Bloco 1       | Bloco 2 | Bloco 3 | Bloco 4 | Bloco 1       | Bloco 2 | Bloco 3 | Bloco 4 |
| 1 - Achat    | 48,81         | 42,69   | 37,16   | 37,84   | 38,38         | 30,56   | 41,34   | 41,56   |
| 2 - AN-3     | 29,97         | 26,31   | 27,72   | 24,91   | 41,25         | 24,72   | 31,44   | 31,72   |
| 3 - Apuã     | 48,13         | 36,50   | 31,44   | 39,63   | 45,78         | 34,63   | 63,44   | 48,17   |
| 4 - Baronesa | 38,75         | 32,94   | 38,78   | 22,00   | 35,78         | 24,97   | 46,28   | 41,53   |
| 5 - Bintje   | 32,84         | 23,31   | 31,63   | 25,84   | 36,72         | 24,53   | 35,94   | 28,31   |
| 6 - Carola   | 26,72         | 21,44   | 37,22   | 30,94   | 35,78         | 28,41   | 37,22   | 37,38   |
| 7 - Elipsa   | 38,25         | 27,59   | 43,75   | 36,81   | 36,72         | 33,16   | 16,78   | 36,31   |
| 8 - Matilda  | 34,06         | 25,78   | 35,81   | 27,28   | 21,25         | 23,03   | 37,19   | 36,72   |
| 9 - Ômega    | 42,09         | 29,47   | 38,13   | 38,03   | 33,80         | 31,30   | 40,95   | 37,66   |
| 10 - Radosa  | 26,56         | 20,81   | 29,59   | 17,47   | 30,97         | 26,00   | 30,16   | 25,94   |

**QUADRO 8.2.2** – Análise de variância para o experimento 1.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. | S.Q.       | Q.M.    | F       |
|-------------------|------|------------|---------|---------|
| Tratamentos       | 9    | 882,8428   | 98,0936 | 11,28** |
| Blocos            | 3    | 146,3984   | 48,7995 | 5,61**  |
| Resíduo           | 27   | 234,7991   | 8,6963  | -       |
| Total             | 39   | 1.264,0403 | -       | -       |

**QUADRO 8.2.3** – Análise de variância para o experimento 2.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. | S.Q.       | Q.M.     | F      |
|-------------------|------|------------|----------|--------|
| Tratamentos       | 9    | 628,6314   | 69,8479  | 2,50*  |
| Blocos            | 3    | 533,9879   | 177,9960 | 6,37** |
| Resíduo           | 27   | 754,1615   | 27,9319  | -      |
| Total             | 39   | 1.916,7808 | -        | -      |

**QUADRO 8.2.4** – Análise de variância para o experimento 3.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. | S.Q.       | Q.M.     | F      |
|-------------------|------|------------|----------|--------|
| Tratamentos       | 9    | 1.198,6860 | 133,1873 | 6,28** |
| Blocos            | 3    | 442,1803   | 147,3934 | 6,95** |
| Resíduo           | 27   | 572,9369   | 21,2199  | -      |
| Total             | 39   | 2.213,8032 | -        | -      |

**QUADRO 8.2.5** – Análise de variância para o experimento 4.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. | S.Q.       | Q.M.     | F      |
|-------------------|------|------------|----------|--------|
| Tratamentos       | 9    | 1.181,9469 | 131,3274 | 3,44** |
| Blocos            | 3    | 587,2926   | 195,7642 | 5,13** |
| Resíduo           | 27   | 1.029,7727 | 38,1397  | -      |
| Total             | 39   | 2.799,0122 | -        | -      |

Antes de proceder à análise conjunta, devemos examinar os quadrados médios residuais das análises individuais, para verificar se eles são homogêneos, isto é, se estão numa relação máxima de 7 : 1. No caso, temos:

$$Q.M.R_1 = 8,6963 \quad Q.M.R_2 = 27,9319 \quad Q.M.R_3 = 21,2199 \quad Q.M.R_4 = 38,1397$$

Como não existe uma discrepância muito grande entre eles (a relação é de 4,39 : 1), podemos proceder à análise conjunta, da seguinte forma:

$$G = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{ijk} = 17,22 + 19,38 + \dots + 25,94 = 5.162,11$$

em que o índice k refere-se aos experimentos.

$$C = \frac{G^2}{IJK} = \frac{5.162,11^2}{10 \times 4 \times 4} = 166.546,1228$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{ijk}^2 = 17,22^2 + 19,38^2 + \dots + 25,94^2 = 176.559,5185$$

$$S.Q. \text{ Total} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K x_{ijk}^2 - C = 10.013,3957$$

Para o cálculo das outras somas de quadrados, devemos organizar um quadro auxiliar que relaciona os genótipos e os experimentos, ou seja:

| GENÓTIPOS<br>(4) | EXPERIMENTOS |          |          |          | TOTAIS   |
|------------------|--------------|----------|----------|----------|----------|
|                  | 1            | 2        | 3        | 4        |          |
| 1 - Achat        | 71,94        | 159,30   | 166,50   | 151,84   | 549,58   |
| 2 - AN - 3       | 96,86        | 121,94   | 108,91   | 129,13   | 456,84   |
| 3 - Apuã         | 140,79       | 144,49   | 155,70   | 192,02   | 633,00   |
| 4 - Baronesa     | 118,21       | 160,01   | 132,47   | 148,56   | 559,25   |
| 5 - Bintje       | 103,01       | 123,07   | 113,62   | 125,50   | 465,20   |
| 6 - Carola       | 108,97       | 145,61   | 116,32   | 138,79   | 509,69   |
| 7 - Elipsa       | 119,52       | 149,27   | 146,40   | 122,97   | 538,16   |
| 8 - Matilda      | 85,81        | 134,95   | 122,93   | 118,19   | 461,88   |
| 9 - Ômega        | 122,45       | 155,48   | 147,72   | 143,71   | 569,36   |
| 10 - Radosa      | 98,69        | 112,96   | 94,43    | 113,07   | 419,15   |
| TOTAIS           | 1.066,25     | 1.408,08 | 1.305,00 | 1.383,78 | 5.162,11 |

Desse quadro obtemos:

$$S.Q. \text{ Genótipos} = \frac{1}{16} (549,58^2 + 456,84^2 + \dots + 419,15^2) - C = 2.403,3968$$

$$S.Q. \text{ Experimentos} = \frac{1}{40} (1.066,25^2 + 1.407,08^2 + \dots + 1.383,78^2) - C = 1.819,7591$$

$$S.Q. G, E = \frac{1}{4} (71,94^2 + 159,30^2 + \dots + 113,07^2) - C = 5.711,8663$$

$$S.Q. G \times E = S.Q. G, E - S.Q. \text{ Genótipos} - S.Q. \text{ Experimentos} = 1.488,7104$$

$$S.Q. \text{ Blocos d. Experimentos} = S.Q. \text{ Blocos d. Exper. 1} + S.Q. \text{ Blocos d. Exper. 2} + \\ S.Q. \text{ Blocos d. Exper. 3} + S.Q. \text{ Blocos d. Exper. 4}$$

$$S.Q. \text{ Blocos d. Experimentos} = 146,3984 + 533,9879 + 442,1803 + 587,2926 = 1.709,8592$$

Outra forma para o cálculo da S.Q. Blocos dentro de Experimentos é:

$$S.Q. \text{ Blocos d. Experimentos} = S.Q. \text{ Blocos} - S.Q. \text{ Experimentos}$$

Para esse cálculo, a partir do Quadro 8.2.1, organizamos um novo quadro auxiliar:

| (10)          | BLOCO 1 | BLOCO 2 | BLOCO 3 | BLOCO 4 | TOTAIS   |
|---------------|---------|---------|---------|---------|----------|
| Experimento 1 | 295,11  | 241,20  | 265,56  | 264,38  | 1.066,25 |
| Experimento 2 | 363,35  | 290,46  | 386,89  | 366,38  | 1.407,08 |
| Experimento 3 | 366,18  | 286,84  | 351,23  | 300,75  | 1.305,00 |
| Experimento 4 | 356,43  | 281,31  | 380,74  | 365,30  | 1.383,78 |
|               |         |         |         |         | 5.162,11 |

$$S.Q. \text{ Blocos} = \frac{1}{10}(295,11^2 + 241,20^2 + \dots + 365,30^2) - C = 3.529,6185$$

$$S.Q. \text{ Blocos d. Experimentos} = 3.529,6185 - 1.819,7591 = 1.709,8594$$

A soma de quadrados do resíduo da análise conjunta nada mais é que a soma dos quadrados dos resíduos das análises individuais, isto é:

$$S.Q. \text{ Resíduo} = S.Q. \text{ Resíduo 1} + S.Q. \text{ Resíduo 2} + S.Q. \text{ Resíduo 3} + S.Q. \text{ Resíduo 4}$$

$$S.Q. \text{ Resíduo} = 234,7991 + 754,1615 + 572,9369 + 1.029,7727 = 2.591,6702$$

A análise de variância conjunta é apresentada no Quadro 8.2.6.

**QUADRO 8.2.6** – Análise de variância conjunta dos experimentos.

| CAUSA DA VARIAÇÃO             | GL. | S.Q.        | Q.M.     | F       |
|-------------------------------|-----|-------------|----------|---------|
| Blocos dentro de Experimentos | 12  | 1.709,8592  | -        | -       |
| Genótipos (G)                 | 9   | 2.403,3968  | 267,0441 | 4,84**  |
| Experimentos (E)              | 3   | 1.819,7591  | 606,5864 | 11,00** |
| Interação G x E               | 27  | 1.488,7104  | 55,1374  | 2,30**  |
| Resíduo                       | 108 | 2.591,6702  | 23,9969  | -       |
| Total                         | 159 | 10.013,3957 | -        | -       |

**Conclusões:** os genótipos de batata comportam-se de modo diferente quanto à produção; as produções nos diversos experimentos foram diferentes, e o comportamento dos genótipos de batata não é o mesmo nos diferentes experimentos.

#### Observações:

1ª) Na análise conjunta, os componentes Genótipos e Experimentos são testados com a interação G x E, a qual é testada com o Resíduo.

2ª) O quadrado médio do Resíduo é sempre a média dos quadrados médios dos resíduos das análises individuais, sendo a **média aritmética** se os ensaios individuais forem igualmente repetidos, e a **média ponderada**, usando como fator de ponderação o **número de graus de liberdade do Resíduo** nos ensaios individuais, quando eles não forem igualmente repetidos.

3ª) Se o quadrado médio da interação G x E não for muito diferente daquele do Resíduo (teste F não significativo para a interação G x E), podemos desprezar a interação G x E e calcular um novo resíduo, incorporando ao resíduo anterior a soma de quadrados (e os graus de liberdade) da interação G x E e testar tudo com esse novo resíduo.

Obtida a análise de variância conjunta dos experimentos, podemos passar ao desdobramento dos graus de liberdade de genótipos, de experimentos ou da interação, ou passar à aplicação dos testes de comparações múltiplas, do modo usual.

Como a interação G x E foi significativa ( $P < 0,01$ ), o procedimento mais adequado seria desdobrá-la para estudar o comportamento dos genótipos em cada experimento, ou o comportamento dos experimentos em cada genótipo. Entretanto, o primeiro estudo, isto é, o comportamento dos genótipos em cada experimento, já foi feito nas análises individuais, e o segundo, ou seja, o comportamento dos experimentos para cada genótipo, constitui o que denominamos estudo da interação Genótipos x Ambientes (IGA), e é muito utilizado em melhoramento genético.

Podemos, porém, aplicar o teste de Tukey às médias de genótipos, o que pode ser feito de 2 modos:

**a) Dentro de cada experimento:** este é o melhor modo, visto que a interação G x E foi significativa, indicando que o comportamento dos genótipos não é o mesmo nos diferentes experimentos. Esta aplicação é feita do modo usual, utilizando os dados do quadro auxiliar que relaciona os genótipos e os experimentos, lembrando que em cada local foram utilizados 4 blocos. As produções médias dos genótipos e os resultados do teste de Tukey em cada experimento são apresentados no Quadro 8.2.7.

**QUADRO 8.2.7** – Produções médias dos genótipos, em t/ha, e resultados do teste de Tukey para cada experimento.

| GENÓTIPOS    | EXPERIMENTOS |         |            |          |
|--------------|--------------|---------|------------|----------|
|              | 1            | 2       | 3          | 4        |
| 1 - Achat    | 17,99 d      | 39,83 a | 41,63 a    | 37,96 ab |
| 2 - AN - 3   | 24,22 bcd    | 30,49 a | 27,23 cd   | 32,28 b  |
| 3 - Apuã     | 35,20 a      | 36,12 a | 38,93 ab   | 48,01 a  |
| 4 - Baronesa | 29,55 ab     | 40,00 a | 33,12 abcd | 37,14 ab |
| 5 - Bintje   | 25,75 bc     | 30,77 a | 28,41 bcd  | 31,38 b  |
| 6 - Carola   | 27,24 bc     | 36,40 a | 29,08 bcd  | 34,70 ab |
| 7 - Elipsa   | 29,88 ab     | 37,32 a | 36,60 abc  | 30,74 b  |
| 8 - Matilda  | 21,45 cd     | 33,74 a | 30,73 abcd | 29,55 b  |
| 9 - Ômega    | 30,61 ab     | 38,87 a | 36,93 abc  | 35,93 ab |
| 10 - Radosa  | 24,67 bcd    | 28,24 a | 23,61 d    | 28,27 b  |
| s(̂m)        | 1,47         | 2,64    | 2,30       | 3,09     |
| Δ(5%)        | 7,17         | 12,85   | 11,20      | 15,02    |

a, b, ... - em cada coluna, médias seguidas de mesma letra não diferem pelo teste de Tukey ( $P > 0,05$ ).

**b) Para todos os experimentos:** este modo não é aconselhável neste caso, visto que a interação G x E foi significativa. Apenas com a finalidade de ilustração, vamos aplicar o teste de Tukey às

médias de genótipos em todos os experimentos. Essas médias são obtidas dividindo-se os totais de genótipos por JK, no caso,  $4 \times 4 = 16$ . Assim procedendo, do quadro auxiliar que relaciona os genótipos e os experimentos, obtemos:

|                                  |                                     |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| $\hat{m}_1 = 34,35 \text{ t/ha}$ | $\hat{m}_2 = 28,55 \text{ t/ha}$    |
| $\hat{m}_3 = 39,56 \text{ t/ha}$ | $\hat{m}_4 = 34,95 \text{ t/ha}$    |
| $\hat{m}_5 = 29,08 \text{ t/ha}$ | $\hat{m}_6 = 31,86 \text{ t/ha}$    |
| $\hat{m}_7 = 33,64 \text{ t/ha}$ | $\hat{m}_8 = 28,87 \text{ t/ha}$    |
| $\hat{m}_9 = 35,59 \text{ t/ha}$ | $\hat{m}_{10} = 26,20 \text{ t/ha}$ |

O erro padrão dessas médias é:

$$s(\hat{m}) = \frac{\sqrt{Q.M. \text{ G x E}}}{\sqrt{r}} = \sqrt{\frac{55,1374}{16}} = 1,86 \text{ t/ha}$$

A diferença mínima significativa pelo teste de Tukey, no nível de 5% de probabilidade, é:

$$\Delta = q s(\hat{m})$$

em que q é obtido na tabela para 10 genótipos e 27 g.l. da interação G x E = 4,87, logo:

$$\Delta = 4,87 \times 1,86 = 9,06 \text{ t/ha}$$

O resultado do teste de Tukey pode ser resumido em:

|                                     |            |
|-------------------------------------|------------|
| $\hat{m}_3 = 39,56 \text{ t/ha}$    | <b>a</b>   |
| $\hat{m}_9 = 35,59 \text{ t/ha}$    | <b>ab</b>  |
| $\hat{m}_4 = 34,95 \text{ t/ha}$    | <b>abc</b> |
| $\hat{m}_1 = 34,35 \text{ t/ha}$    | <b>abc</b> |
| $\hat{m}_7 = 33,64 \text{ t/ha}$    | <b>abc</b> |
| $\hat{m}_6 = 31,86 \text{ t/ha}$    | <b>abc</b> |
| $\hat{m}_5 = 29,08 \text{ t/ha}$    | <b>bc</b>  |
| $\hat{m}_8 = 28,87 \text{ t/ha}$    | <b>bc</b>  |
| $\hat{m}_2 = 28,55 \text{ t/ha}$    | <b>bc</b>  |
| $\hat{m}_{10} = 26,20 \text{ t/ha}$ | <b>c</b>   |

Verificamos, pois, que, se a interação G x E não tivesse sido significativa, os genótipos Apuã e Ômega poderiam ser indicados como superiores ao genótipo Radosa em todos os experimentos.

### 8.3. Obtenção da análise conjunta utilizando os totais de tratamentos

Quando não dispomos dos dados originais dos ensaios individuais, tendo apenas os totais dos tratamentos em cada experimento e os quadrados médios residuais das análises individuais, podemos fazer a análise conjunta dos experimentos, sem os componentes Blocos dentro de Experimentos e Total.

Ilustraremos o procedimento para a análise conjunta dos experimentos por meio do Exemplo 8.2.

**EXEMPLO 8.2** – No Quadro 8.3.1 são apresentados os totais de produção de um outro grupo com 4 experimentos de competição de genótipos de batata, realizados por Filgueira (1991) em Anápolis – GO, cada um deles com 10 genótipos e 4 blocos, bem como os quadrados médios residuais de cada experimento.

**QUADRO 8.3.1** – Produções totais de batata, em t/ha, nos experimentos e quadrados médios residuais.

| GENÓTIPOS<br>(4) | EXPERIMENTOS |        |        |        | TOTAIS   |
|------------------|--------------|--------|--------|--------|----------|
|                  | 1            | 2      | 3      | 4      |          |
| 1 - Achat        | 8,94         | 37,57  | 36,95  | 49,87  | 133,33   |
| 2 - AN - 3       | 21,88        | 61,48  | 57,11  | 63,54  | 204,01   |
| 3 - Apuã         | 36,82        | 90,44  | 79,87  | 96,44  | 303,57   |
| 4 - Baronesa     | 24,72        | 86,63  | 72,84  | 89,35  | 273,54   |
| 5 - Bintje       | 18,26        | 52,54  | 48,26  | 58,53  | 177,59   |
| 6 - Carola       | 21,87        | 64,28  | 61,60  | 71,10  | 218,85   |
| 7 - Elipsa       | 33,40        | 78,98  | 67,04  | 81,69  | 261,11   |
| 8 - Matilda      | 35,95        | 80,04  | 83,10  | 87,65  | 286,74   |
| 9 - Ômega        | 14,00        | 45,06  | 46,38  | 48,66  | 154,10   |
| 10 - Radosa      | 21,59        | 55,75  | 45,79  | 64,02  | 187,15   |
| TOTAIS           | 237,43       | 652,77 | 598,94 | 710,85 | 2.199,99 |
| Q.M. Resíduo     | 1,2187       | 3,0052 | 3,7777 | 5,5430 | 13,5446  |

Examinando os quadrados médios residuais das análises individuais, verificamos que a relação entre o maior (5,5430) e o menor (1,2187) é de 4,55, o que nos possibilita fazer a análise de variância conjunta:

$$C = \frac{G^2}{IJK} = \frac{2.199,99^2}{10 \times 4 \times 4} = 30.249,7250$$

$$S.Q. \text{ Genótipos} = \frac{1}{16} (133,33^2 + 204,01^2 + \dots + 187,15^2) - C = 1.936,4980$$

$$S.Q. \text{ Experimentos} = \frac{1}{40} (237,43^2 + 652,77^2 + \dots + 710,85^2) - C = 3.413,2381$$

$$S.Q. G, E = \frac{1}{4} (8,94^2 + 37,57^2 + \dots + 64,02^2) - C = 5.538,3907$$

$$S.Q. G \times E = S.Q. G, E - S.Q. \text{ Genótipos} - S.Q. \text{ Experimentos} = 5.538,3907 - 1.936,4980 - 3.413,2381$$

$$S.Q. G \times E = 188,6546$$

O quadrado médio do resíduo médio é a média aritmética dos quadrados médios residuais das análises individuais, pois todos eles possuem o mesmo número de graus de liberdade, logo:

$$Q.M. \text{ Resíduo Médio} = \frac{Q.M.R_1 + Q.M.R_2 + Q.M.R_3 + Q.M.R_4}{4} = \frac{13,5446}{4} = 3,3862$$

Com isso, podemos montar o quadro de análise de variância conjunta dos experimentos, lembrando que Genótipos e Experimentos são testados com a interação G x E e esta, com o Resíduo Médio.

**QUADRO 8.3.2** – Análise de variância conjunta dos experimentos.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. | S.Q.       | Q.M.       | F        |
|-------------------|-----|------------|------------|----------|
| Genótipos (G)     | 9   | 1.936,4980 | 215,1664   | 30,79**  |
| Experimentos (E)  | 3   | 3.413,2381 | 1.137,7460 | 162,83** |
| Interação G x E   | 27  | 188,6546   | 6,9872     | 2,06**   |
| Resíduo Médio     | 108 | -          | 3,3862     | -        |

**Conclusões:** os genótipos de batata apresentam diferenças quanto à produção; existe diferença de produção de um experimento para outro, e os genótipos possuem comportamento diferente quanto à produção de um experimento para outro.

A seguir, como no caso anterior, podemos passar ao desdobramento dos graus de liberdade de genótipos, de experimentos e da interação G x E, ou, então, passar à aplicação dos testes de comparações múltiplas.

Vamos passar à aplicação do teste de Tukey às médias de genótipos, o que pode ser feito de duas formas:

**a) Dentro de cada experimento:** este é o melhor modo, visto que a interação G x E foi significativa, indicando que o comportamento dos genótipos não é o mesmo nos diferentes experimentos. Esta aplicação é feita do modo usual, utilizando os dados do quadro auxiliar que relaciona os genótipos e os experimentos, lembrando que em cada local foram utilizados 4 blocos. As produções médias dos genótipos e os resultados do teste de Tukey em cada experimento são apresentados no Quadro 8.3.3.

**QUADRO 8.3.3** – Produções médias dos genótipos, em t/ha, e resultados do teste de Tukey para cada experimento.

| GENÓTIPOS      | EXPERIMENTOS |           |            |           |
|----------------|--------------|-----------|------------|-----------|
|                | 1            | 2         | 3          | 4         |
| 1 - Achat      | 2,24 d       | 9,39 e    | 9,24 f     | 12,47 d   |
| 2 - AN - 3     | 5,47 c       | 15,37 cd  | 14,28 cde  | 15,89 cd  |
| 3 - Apuã       | 9,21 a       | 22,61 a   | 19,97 ab   | 24,11 a   |
| 4 - Baronesa   | 6,18 bc      | 21,66 a   | 18,21 abc  | 22,34 ab  |
| 5 - Bintje     | 4,57 cd      | 13,14 cde | 12,07 def  | 14,63 d   |
| 6 - Carola     | 5,47 c       | 16,07 bc  | 15,40 bcde | 17,78 bcd |
| 7 - Elipsa     | 8,35 ab      | 19,75 ab  | 16,76 abcd | 20,42 abc |
| 8 - Matilda    | 8,99 a       | 20,01 ab  | 20,78 a    | 21,91 ab  |
| 9 - Ômega      | 3,50 cd      | 11,27 de  | 11,60 ef   | 12,17 d   |
| 10 - Radosa    | 5,40 c       | 13,94 cd  | 11,45 ef   | 16,01 cd  |
| s( $\hat{m}$ ) | 0,55         | 0,87      | 0,97       | 1,18      |
| $\Delta(5\%)$  | 2,69         | 4,22      | 4,73       | 5,73      |

a, b, ... - em cada coluna, médias seguidas de mesma letra não diferem pelo teste de Tukey ( $P > 0,05$ ).

**b) Para todos os experimentos:** neste caso, este modo não é aconselhável, visto que a interação G x E foi significativa. Apenas com a finalidade de ilustração, vamos aplicar o teste de Tukey às médias de genótipos em todos os experimentos. Essas médias são obtidas dividindo-se os totais de genótipos por JK, no caso,  $4 \times 4 = 16$ . Assim procedendo, do Quadro 8.3.1, que relaciona os genótipos e os experimentos, obtemos:

$$\begin{array}{ll}
 \hat{m}_1 = 8,33 \text{ t/ha} & \hat{m}_2 = 12,75 \text{ t/ha} \\
 \hat{m}_3 = 18,97 \text{ t/ha} & \hat{m}_4 = 17,10 \text{ t/ha} \\
 \hat{m}_5 = 11,10 \text{ t/ha} & \hat{m}_6 = 13,68 \text{ t/ha} \\
 \hat{m}_7 = 16,32 \text{ t/ha} & \hat{m}_8 = 17,92 \text{ t/ha} \\
 \hat{m}_9 = 9,63 \text{ t/ha} & \hat{m}_{10} = 11,70 \text{ t/ha}
 \end{array}$$

O erro padrão dessas médias é:

$$s(\hat{m}) = \frac{\sqrt{Q.M. G \times E}}{\sqrt{r}} = \sqrt{\frac{6,9872}{16}} = 0,66 \text{ t/ha}$$

A diferença mínima significativa pelo teste de Tukey, no nível de 5% de probabilidade, é:

$$\Delta = q s(\hat{m})$$

sendo q obtido na tabela para 10 genótipos e 27 g.l. da interação G x E = 4,87, logo:

$$\Delta = 4,87 \times 0,66 = 3,21 \text{ t/ha}$$

O resultado do teste de Tukey pode ser resumido em:

|                                     |            |
|-------------------------------------|------------|
| $\hat{m}_3 = 18,97 \text{ t/ha}$    | <b>a</b>   |
| $\hat{m}_8 = 17,92 \text{ t/ha}$    | <b>a</b>   |
| $\hat{m}_4 = 17,10 \text{ t/ha}$    | <b>a</b>   |
| $\hat{m}_7 = 16,32 \text{ t/ha}$    | <b>ab</b>  |
| $\hat{m}_6 = 13,68 \text{ t/ha}$    | <b>bc</b>  |
| $\hat{m}_2 = 12,75 \text{ t/ha}$    | <b>cd</b>  |
| $\hat{m}_{10} = 11,70 \text{ t/ha}$ | <b>cd</b>  |
| $\hat{m}_5 = 11,10 \text{ t/ha}$    | <b>cde</b> |
| $\hat{m}_9 = 9,63 \text{ t/ha}$     | <b>de</b>  |
| $\hat{m}_1 = 8,33 \text{ t/ha}$     | <b>e</b>   |

Verificamos, pois, que, se a interação G x E não tivesse sido significativa, os genótipos Apuã, Matilda e Baronesa poderiam ser indicados como superiores aos genótipos: Carola, AN – 3, Rádosa, Bintje, Ômega e Achat em todos os experimentos.

#### 8.4. Obtenção da análise conjunta utilizando as médias dos tratamentos

Freqüentemente, não dispomos dos dados individuais de cada experimento, dispondo-se apenas das médias dos tratamentos, e, mesmo assim, temos interesse em efetuar a análise conjunta. Essa análise, que utiliza apenas as médias dos tratamentos, pode ser feita, porém, nesse caso, não podemos obter informação relativa ao quadrado médio do resíduo médio e, portanto, não podemos testar a interação T x E.

O método de análise é o mesmo; apenas não é mais considerado o número de repetições dos tratamentos em cada experimento. São testados apenas Tratamentos e Experimentos, ambos com a interação T x E.

Para ilustrar a obtenção da análise conjunta dos experimentos, utilizando as médias dos tratamentos em cada local, consideraremos o Exemplo 8.3.

**EXEMPLO 8.3** – Um grupo de experimentos de competição de genótipos de cebola foi realizado por Santos (2003), apresentando as produções médias de bulbos mostradas no Quadro 8.4.1.

**QUADRO 8.4.1** – Produções médias de bulbos de cebola, em t/ha.

| GENÓTIPOS     | EXPERIMENTOS |        |        |        |        |        | TOTAIS   |
|---------------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
|               | 1            | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      |          |
| 1 - Mercedes  | 28,70        | 33,06  | 24,72  | 57,90  | 36,90  | 44,32  | 225,60   |
| 2 - Granex 33 | 45,60        | 34,15  | 35,30  | 55,00  | 35,73  | 39,96  | 245,74   |
| 3 - Superex   | 68,82        | 50,71  | 30,23  | 69,58  | 33,84  | 39,28  | 292,46   |
| 4 - XP 6803   | 42,73        | 19,00  | 14,17  | 45,87  | 43,63  | 51,81  | 217,21   |
| 5 - Princesa  | 38,85        | 43,21  | 22,97  | 50,99  | 26,43  | 22,86  | 205,31   |
| 6 - XP 8418   | 42,44        | 25,84  | 22,07  | 43,95  | 27,50  | 22,18  | 183,98   |
| 7 - RP 6010   | 34,94        | 15,29  | 17,17  | 28,63  | 24,25  | 24,00  | 144,28   |
| 8 - Régia     | 63,00        | 23,43  | 32,55  | 48,07  | 37,76  | 33,48  | 238,29   |
| 9 - XP 3021   | 27,10        | 23,38  | 11,96  | 32,59  | 19,25  | 14,69  | 128,97   |
| 10 - Serrana  | 25,28        | 20,67  | 15,52  | 34,17  | 25,17  | 29,17  | 149,98   |
| TOTAIS        | 417,46       | 288,74 | 226,66 | 466,75 | 310,46 | 321,75 | 2.031,82 |

Do Quadro 8.4.1, calculamos:

$$C = \frac{G^2}{IK} = \frac{2.031,82^2}{10 \times 6} = 68.804,8752$$

$$S.Q. \text{ G, E} = S.Q. \text{ Total} = 28,70^2 + 33,06^2 + \dots + 29,17^2 - C = 79.487,3674 - C = 10.682,4922$$

$$S.Q. \text{ Genótipos} = \frac{1}{6} (225,60^2 + 245,74^2 + \dots + 149,98^2) - C = 72.787,2473 - C = 3.982,3721$$

$$S.Q. \text{ Experimentos} = \frac{1}{10} (417,46^2 + 288,74^2 + \dots + 321,75^2) - C = 72.678,2431 - C = 3.873,3679$$

$$S.Q. \text{ G x E} = S.Q. \text{ G, E} - S.Q. \text{ Genótipos} - S.Q. \text{ Experimentos} = 2.826,7522$$

A análise de variância conjunta dos experimentos é apresentada no Quadro 8.4.2.

**QUADRO 8.4.2** – Análise de variância conjunta dos experimentos.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. | S.Q.        | Q.M.     | F       |
|-------------------|-----|-------------|----------|---------|
| Genótipos (G)     | 9   | 3.982,3721  | 442,4858 | 7,04**  |
| Experimentos (E)  | 5   | 3.873,3679  | 774,6736 | 12,33** |
| Interação G x E   | 45  | 2.826,7522  | 62,8167  | -       |
| Total             | 59  | 10.682,4922 | -        | -       |

**Conclusões:** Os genótipos de cebola apresentam diferenças de produção média de bulbos, e os experimentos apresentam comportamento diferente quanto à produção média de bulbos, não nos permitindo concluir em relação ao comportamento dos genótipos em cada experimento.

**Observação:** esta análise de variância conjunta nada mais é que a análise de variância de um experimento em blocos casualizados em que os experimentos constituem os blocos. A complementação da análise é feita da maneira usual, comparando as médias de genótipos em cada experimento.

Um aspecto bastante importante e freqüentemente utilizado é o da análise conjunta de experimentos fatoriais  $3^3$  de adubação com N, P e K, com uma única repetição e com confundimento de 2 graus de liberdade da interação tripla com blocos.

Nesta análise, usualmente trabalhamos com as médias dos níveis dos fatores e fazemos uma análise conjunta para cada fator, ou seja, uma para o N, outra para o P e outra para o K. Portanto, para cada local ou experimento, devemos conhecer as médias dos níveis dos fatores e o quadrado médio residual da análise individual, o que nos permitirá testar a interação.

Cada um dos ensaios individuais apresenta o esquema de análise de variância seguinte:

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. |
|-------------------|------|
| N'                | 1    |
| N''               | 1    |
| P'                | 1    |
| P''               | 1    |
| K                 | 1    |
| K                 | 1    |
| N x P             | 1    |
| N x K             | 1    |
| P x K             | 1    |
| Blocos            | 2    |
| Resíduo           | 15   |
| Total             | 26   |

Portanto, os quadrados médios residuais das análises individuais possuem 15 graus de liberdade cada um.

Ilustraremos a obtenção da análise conjunta de experimentos fatoriais  $3^3$  com uma única repetição e com confundimento de 2 graus de liberdade da interação tripla com blocos por meio do Exemplo 8.4.

**EXEMPLO 8.4** – No Quadro 8.4.3 são apresentados os dados referentes à produção de milho em grãos de ensaios fatoriais  $3^3$  de adubação NPK na cultura do milho, realizados em 8 locais, com os respectivos quadrados médios residuais das análises individuais.

Com os dados do Quadro 8.4.3, calculamos:

$$C = \frac{G^2}{IK} = \frac{99.283^2}{3 \times 8} = 410.713.087$$

$$S.Q. N = \frac{1}{8}(26.653^2 + 35.066^2 + 37.564^2) - C = 8.169.521$$

$$S.Q. L = \frac{1}{3}(11.392^2 + 10.521^2 + \dots + 11.981^2) - C = 31.730.904$$

$$S.Q. N, L = 1.932^2 + 4.054^2 + \dots + 4.403^2 - C = 45.340.736$$

$$S.Q. N \times L = S.Q. N, L - S.Q. N - S.Q. L = 5.440.311$$

**QUADRO 8.4.3** – Produções médias de grãos de milho, em kg/ha, e quadrados médios residuais.

| LOCAIS (L) | Q.M. Resíduo | N <sub>0</sub> | N <sub>1</sub> | N <sub>2</sub> | TOTAIS |
|------------|--------------|----------------|----------------|----------------|--------|
| 1          | 247.734      | 1.932          | 4.054          | 5.406          | 11.392 |
| 2          | 180.376      | 1.987          | 4.176          | 4.358          | 10.521 |
| 3          | 658.088      | 5.681          | 6.198          | 6.045          | 17.924 |
| 4          | 277.384      | 3.434          | 4.924          | 5.771          | 14.129 |
| 5          | 646.470      | 3.361          | 3.835          | 4.083          | 11.279 |
| 6          | 688.918      | 5.105          | 5.512          | 5.508          | 16.125 |
| 7          | 102.431      | 1.550          | 2.392          | 1.990          | 5.932  |
| 8          | 136.392      | 3.603          | 3.975          | 4.403          | 11.981 |
| TOTAIS     | 2.937.793    | 26.653         | 35.066         | 37.564         | 99.283 |

Devemos, agora, calcular o quadrado médio do resíduo médio, que seria a média aritmética dos quadrados médios dos resíduos das análises individuais, se estivéssemos trabalhando com os totais dos níveis; entretanto, como estamos trabalhando com as médias dos níveis, que foram calculadas dividindo-se os totais dos níveis por 9, o quadrado médio do resíduo médio é obtido por:

$$Q.M. \text{ Resíduo Médio} = \frac{Q.M.R_1 + Q.M.R_2 + \dots + Q.M.R_8}{8 \times 9} = \frac{2.937.793}{72} = 40.803$$

A análise de variância conjunta dos experimentos fatoriais 3<sup>3</sup> de adubação NPK da cultura do milho, com uma única repetição e com confundimento de 2 graus de liberdade da interação tripla com blocos, é apresentada no Quadro 8.4.4.

**QUADRO 8.4.4** – Análise de variância conjunta dos experimentos fatoriais.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. | S.Q.       | Q.M.      | F       |
|-------------------|------|------------|-----------|---------|
| N                 | 2    | 8.169.521  | 4.084.761 | 10,51** |
| Locais (L)        | 7    | 31.730.904 | 4.532.986 | 11,67** |
| Interação N x L   | 14   | 5.440.311  | 388.594   | 9,52**  |
| Resíduo Médio     | 120  | -          | 40.803    | -       |

**Conclusões:** os níveis de nitrogênio se comportam de modo diferente no que se refere à produção de milho; os locais possuem efeitos diferentes sobre a produção, e os níveis de nitrogênio comportam-se diferentemente de um local para outro, com relação à produção de milho.

**Observação:** tendo em vista que a interação N x L foi significativa, indicando que o comportamento dos níveis de N é diferente de um local para outro, a análise conjunta perde um pouco do interesse, e devemos nos concentrar mais nas análises individuais, verificando a resposta da cultura aos níveis de nitrogênio em cada local.

Entretanto, se a interação não fosse significativa, poderíamos desdobrar os 2 graus de liberdade de nitrogênio em seus efeitos linear e quadrático. Apenas para efeito de ilustração, embora a interação seja significativa, procederemos a esse desdobramento, calculando:

$$N' = -N_0 + N_2 = -26.653 + 37.564 = 10.911 \text{ kg / ha}$$

$$S.Q. N' = \frac{(N')^2}{r \sum c_i^2} = \frac{10.911^2}{8 \times 2} = 7.440.620$$

$$N'' = N_0 - 2 N_1 + N_2 = 26.653 - 2(35.066) + 37.564 = -5.915 \text{ kg / ha}$$

$$S.Q. N'' = \frac{(N'')^2}{r \sum c_i^2} = \frac{(-5.915)^2}{8 \times 6} = 728.901$$

A análise de variância conjunta dos experimentos fatoriais, com desdobramento dos graus de liberdade do nitrogênio para estudar a regressão, é apresentada no Quadro 8.4.5.

**Conclusão:** o nitrogênio apresentou um efeito linear significativo, indicando que, à medida que aumentamos a sua dose, há um aumento proporcional na produção de milho.

**QUADRO 8.4.5** – Análise de variância conjunta dos experimentos fatoriais com desdobramento para estudar a regressão.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. | S.Q.       | Q.M.      | F                  |
|-------------------|-----|------------|-----------|--------------------|
| N                 | 1   | 7.440.620  | 7.440.620 | 19,15**            |
| N                 | 1   | 728.901    | 728.901   | 1,88 <sup>NS</sup> |
| Locais (L)        | 7   | 31.730.904 | 4.532.986 | 11,67**            |
| Interação N x L   | 14  | 5.440.311  | 388.594   | 9,52**             |
| Resíduo Médio     | 120 | -          | 40.803    | -                  |

Constatamos que, embora o comportamento dos níveis de nitrogênio não seja o mesmo em todos os locais, quando consideramos toda a região, o nitrogênio apresenta um efeito linear sobre a produção de milho.

A equação de regressão linear, conforme vimos, é calculada por:

$$\hat{Y} = \bar{Y} + B_1 M_1 P_1$$

em que:

$$\bar{Y} = \frac{G}{IK} = \frac{99.283}{3 \times 8} = 4.137 \text{ kg / ha}$$

$$B_1 = \frac{N}{rK_1} = \frac{10.911}{8 \times 2} = 682 \text{ kg / ha} \quad M_1 = 1 \quad e \quad P_1 = x$$

$$\text{Logo: } \hat{Y} = 4.137 + 682 \times 1 \times x \Rightarrow \hat{Y} = 4.137 + 682 x \quad (1).$$

Porém, considerando que as doses de N utilizadas foram 0, 60 e 120 kg/ha, a variável  $x$  equivale a:

$$x = \frac{X - \bar{X}}{q} \quad \text{em que} \quad \bar{X} = \frac{0 + 60 + 120}{3} = 60 \quad q = 60$$

$$\text{Logo: } x = \frac{X - 60}{60} = \frac{X}{60} - 1$$

Substituindo o valor de  $x$  em (1), vem:

$$\hat{Y} = 4.137 + 682 \left( \frac{X}{60} - 1 \right) \Rightarrow \hat{Y} = 3.455 + 11,37 X \quad (0 \leq X \leq 120 \text{ kg/ha})$$

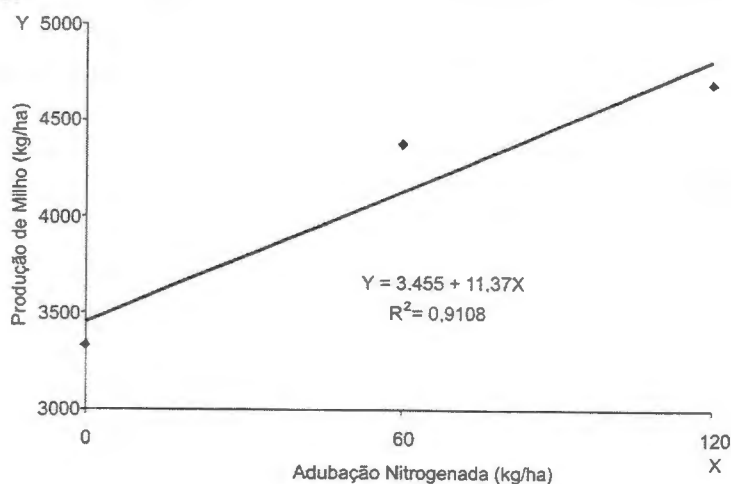
Essa é a equação de regressão linear da produção de grãos de milho em função das doses de nitrogênio.

O coeficiente de determinação neste caso é calculado por:

$$R^2 = \frac{S.Q. N'}{S.Q. N} = \frac{7.440.620}{8.169.521} = 0,9108$$

e indica que 91,08% da variação na produção de grãos de milho é explicada pela regressão linear da produção ( $Y$ ) em função das doses de nitrogênio ( $X$ ) utilizadas na adubação da cultura.

**Graficamente:**



## 9. ANÁLISE DE COVARIÂNCIA

### 9.1. Introdução

A análise de covariância é uma técnica que tem por finalidade utilizar uma ou mais **variáveis auxiliares** ou **covariáveis (X)** (por exemplo, o número de plantas remanescentes por parcela num ensaio com variedades de soja) na interpretação dos dados referentes a uma variável (**Y**) em que estamos interessados (por exemplo, a produção por parcela no ensaio com as variedades de soja).

A análise de covariância complementa o controle local e pode até substituí-lo em alguns casos. Por exemplo, num experimento de competição de inseticidas para controle de uma praga de uma determinada cultura, podemos formar os blocos de acordo com a infestação inicial das diferentes parcelas. Às vezes não conseguimos formar blocos homogêneos e, então, podemos utilizar os dados de infestação inicial de cada parcela como uma variável auxiliar (covariável) na interpretação dos dados de produção final.

### 9.2. Obtenção da análise de covariância para um experimento em blocos casualizados

Vamos considerar um experimento em blocos casualizados, com 4 blocos, no qual foram comparadas 6 variedades de milho (Tratamentos) com relação ao efeito sobre a produção. Além da produção (**Y**) em gramas por parcela, determinou-se o número de plantas (stand) de cada parcela (**X**), e os resultados são apresentados no Quadro 9.2.1.

Devemos analisar as produções (**Y**), da maneira usual. Cálculos análogos devem ser feitos para os números de plantas (**X**) e para os produtos **XY**.

Então, do Quadro 9.2.1, obtemos:

$$C_Y = \frac{114.640^2}{24} = 547.597.067$$

$$C_X = \frac{1.127^2}{24} = 52.922$$

$$C_{XY} = \frac{1.127 \times 114.640}{24} = 5.368.973$$

$$S.Q. \text{ Total } (Y) = (5.210^2 + 4.700^2 + \dots + 4.385^2) - C_Y = 559.751.900 - C_Y = 12.154.833$$

$$S.Q. \text{ Total } (X) = (49^2 + 47^2 + \dots + 48^2) - C_X = 53.015 - C_X = 93$$

$$S.P. \text{ Total } (XY) = (49 \times 5.210 + 47 \times 4.700 + \dots + 48 \times 4.385) - C_{XY} = 5.403.550 - C_{XY} = 20.247$$

**QUADRO 9.2.1** - Resultados de produção de milho (Y), em gramas, e do número de plantas (X), por parcela.

| TRATAMENTOS | BLOCOS |        |        |        |        | TOTAIS  |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
|             |        | 1      | 2      | 3      | 4      |         |
| 1           | X      | 49     | 47     | 49     | 48     | 193     |
|             | Y      | 5.210  | 4.700  | 5.205  | 5.715  | 20.830  |
| 2           | X      | 48     | 45     | 48     | 46     | 187     |
|             | Y      | 6.010  | 5.195  | 5.675  | 5.820  | 22.700  |
| 3           | X      | 50     | 44     | 45     | 45     | 184     |
|             | Y      | 4.435  | 4.195  | 4.250  | 4.115  | 16.995  |
| 4           | X      | 47     | 43     | 47     | 46     | 183     |
|             | Y      | 4.465  | 3.465  | 4.285  | 4.930  | 17.145  |
| 5           | X      | 50     | 47     | 46     | 44     | 187     |
|             | Y      | 5.565  | 4.570  | 4.600  | 3.670  | 18.405  |
| 6           | X      | 50     | 46     | 49     | 48     | 193     |
|             | Y      | 5.760  | 3.780  | 4.640  | 4.385  | 18.565  |
| TOTAIS      | X      | 294    | 272    | 284    | 277    | 1.127   |
|             | Y      | 31.445 | 25.905 | 28.655 | 28.635 | 114.640 |

$$S.Q. \text{ Trat (Y)} = \frac{1}{4} (20.830^2 + 22.700^2 + \dots + 18.565^2) - C_Y = 6.243.733$$

$$S.Q. \text{ Trat (X)} = \frac{1}{4} (193^2 + 187^2 + \dots + 193^2) - C_X = 23$$

$$S.P. \text{ Trat (XY)} = \frac{1}{4} (193 \times 20.830 + 187 \times 22.700 + \dots + 193 \times 18.565) - C_{XY} = 5.318$$

$$S.Q. \text{ Blocos (Y)} = \frac{1}{6} (31.445^2 + 25.905^2 + \dots + 28.635^2) - C_Y = 2.557.817$$

$$S.Q. \text{ Blocos (X)} = \frac{1}{6} (294^2 + 272^2 + \dots + 277^2) - C_X = 45$$

$$S.P. \text{ Blocos (XY)} = \frac{1}{6} (294 \times 31.445 + 272 \times 25.905 + \dots + 277 \times 28.635) - C_{XY} = 10.181$$

$$S.Q. \text{ Resíduo (Y)} = S.Q. \text{ Total (Y)} - S.Q. \text{ Trat (Y)} - S.Q. \text{ Blocos (Y)} = 3.353.283$$

$$S.Q. \text{ Resíduo (X)} = S.Q. \text{ Total (X)} - S.Q. \text{ Trat (X)} - S.Q. \text{ Blocos (X)} = 25$$

$$S.P. \text{ Resíduo (XY)} = S.P. \text{ Total (XY)} - S.P. \text{ Trat (XY)} - S.P. \text{ Blocos (XY)} = 4.748$$

Em resumo:

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. | SOMAS DE QUADRADOS E PRODUTOS |        |    |
|-------------------|------|-------------------------------|--------|----|
|                   |      | Y                             | XY     | X  |
| Blocos            | 3    | 2.557.817                     | 10.181 | 45 |
| Tratamentos       | 5    | 6.243.733                     | 5.318  | 23 |
| Resíduo           | 15   | 3.353.283                     | 4.748  | 25 |
| Total             | 23   | 12.154.833                    | 20.247 | 93 |

O coeficiente de regressão **b** é estimado por:

$$\hat{b} = \frac{SP \text{ Res } (XY)}{S.Q. \text{ Res } (X)} = \frac{4.748}{25} = 189,92$$

A soma de quadrados para a regressão é dada por:

$$S.Q. \text{ Re gr} = \frac{[SP \text{ Res } (XY)]^2}{S.Q. \text{ Res } (X)} = \frac{(4.748)^2}{25} = 901.740 \quad (\text{com 1 g.l.})$$

A soma de quadrados para o **resíduo ajustada para a regressão** (S.Q. Res\*) é dada por:

$$S.Q. \text{ Res}^* = S.Q. \text{ Res } (Y) - S.Q. \text{ Regressão}$$

$$S.Q. \text{ Res}^* = 3.353.283 - 901.740 = 2.451.543 \quad (\text{com 14 g.l.})$$

**Cálculo da soma de quadrados de tratamentos, ajustada** = S.Q. Trat\*

Devemos, inicialmente, organizar o quadro:

| CAUSA DA VARIAÇÃO     | G.L. | SOMAS DE QUADRADOS E PRODUTOS |        |    |
|-----------------------|------|-------------------------------|--------|----|
|                       |      | Y                             | XY     | X  |
| Tratamentos           | 5    | 6.243.733                     | 5.318  | 23 |
| Resíduo               | 15   | 3.353.283                     | 4.748  | 25 |
| Tratamentos + Resíduo | 20   | 9.597.016                     | 10.066 | 48 |

Então:

$$S.Q. (\text{Trat} + \text{Res})^* = S.Q. (\text{Trat} + \text{Res}) (Y) - \frac{[S.P. (\text{Trat} + \text{Res}) (XY)]^2}{S.Q. (\text{Trat} + \text{Res}) (X)}$$

$$S.Q. (\text{Trat} + \text{Res})^* = 9.597.016 - \frac{[10.066]^2}{48} = 7.486.092 \quad (\text{com 19 g.l.})$$

Logo:

$$S.Q. \text{ Trat}^* = S.Q. (\text{Trat} + \text{Res})^* - S.Q. \text{ Res}^*$$

$$S.Q. \text{ Trat}^* = 7.486.092 - 2.451.543 = 5.034.549 \quad (\text{com } 5 \text{ g.l.})$$

Para aplicar o teste F, organizamos o Quadro 9.2.2.

**QUADRO 9.2.2** – Análise de covariância da produção de milho em função do número de plantas.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | GL. | S.Q.      | Q.M.      | F     |
|-------------------|-----|-----------|-----------|-------|
| Regressão         | 1   | 901.740   | 901.740   | 5,15* |
| Tratamentos*      | 5   | 5.034.549 | 1.006.910 | 5,75* |
| Resíduo*          | 14  | 2.451.543 | 175.110   | -     |

Valores de F da tabela: Regressão - 1 x 14 g.l.: {5% = 4,60      1% = 8,86}  
 Tratamentos\* - 5 x 14 g.l.: {5% = 2,96      1% = 4,69}

Verificamos que, com o uso da covariância, o teste F para tratamentos foi significativo ( $P < 0,05$ ).

**Médias ajustadas para os tratamentos:  $\hat{m}_i^*$**

$$\hat{m}_i^* = \bar{Y}_i - \hat{b}(\bar{X}_i - \bar{X})$$

em que:

$\hat{m}_i^*$  = média ajustada para o tratamento i;

$\bar{Y}_i$  = média não ajustada do tratamento i, para a variável Y;

$\hat{b}$  = coeficiente de regressão linear;

$\bar{X}_i$  = média do tratamento i, para a variável X;

$\bar{X}$  = média geral para a variável X

Temos, ainda, que:  $\hat{b} = 189,92$  e  $\bar{X} = \frac{1.127}{24} = 46,96 \text{ g}$

| TRATAMENTOS | $\bar{Y}_i$ | $\bar{X}_i$ | $\hat{m}_i^* = \bar{Y}_i - \hat{b}(\bar{X}_i - \bar{X})$ |
|-------------|-------------|-------------|----------------------------------------------------------|
| 1           | 5.207,50    | 48,25       | 4.962,50                                                 |
| 2           | 5.675,00    | 46,75       | 5.714,88                                                 |
| 3           | 4.248,75    | 46,00       | 4.431,07                                                 |
| 4           | 4.286,25    | 45,75       | 4.516,05                                                 |
| 5           | 4.601,25    | 46,75       | 4.641,13                                                 |
| 6           | 4.641,25    | 48,25       | 4.396,25                                                 |

**Variância da média ajustada:  $\hat{V}(\hat{m}_i^*)$ :**

$$\hat{V}(\hat{m}_i^*) = \left[ \frac{1}{r} + \frac{(\bar{X}_i - \bar{X})^2}{S.Q. \text{ Res}(X)} \right] Q.M. \text{ Res}^*$$

$$s(\hat{m}_i^*) = \sqrt{\hat{V}(\hat{m}_i^*)}$$

Então:

$$\hat{V}(\hat{m}_1^*) = \left[ \frac{1}{4} + \frac{(48,25 - 46,96)^2}{25} \right] 175.110 = 55.433,52 \quad s(\hat{m}_1^*) = \sqrt{55.433,52} = 235,4 \text{ g}$$

$$\hat{V}(\hat{m}_2^*) = \left[ \frac{1}{4} + \frac{(46,75 - 46,96)^2}{25} \right] 175.110 = 44.086,39 \quad s(\hat{m}_2^*) = \sqrt{44.086,39} = 210,0 \text{ g}$$

$$\hat{V}(\hat{m}_3^*) = \left[ \frac{1}{4} + \frac{(46,00 - 46,96)^2}{25} \right] 175.110 = 50.232,76 \quad s(\hat{m}_3^*) = \sqrt{50.232,76} = 224,1 \text{ g}$$

$$\hat{V}(\hat{m}_4^*) = \left[ \frac{1}{4} + \frac{(45,75 - 46,96)^2}{25} \right] 175.110 = 54.032,64 \quad s(\hat{m}_4^*) = \sqrt{54.032,64} = 232,4 \text{ g}$$

$$\hat{V}(\hat{m}_5^*) = \left[ \frac{1}{4} + \frac{(46,75 - 46,96)^2}{25} \right] 175.110 = 44.086,39 \quad s(\hat{m}_5^*) = \sqrt{44.086,39} = 210,0 \text{ g}$$

$$\hat{V}(\hat{m}_6^*) = \left[ \frac{1}{4} + \frac{(48,25 - 46,96)^2}{25} \right] 175.110 = 55.433,52 \quad s(\hat{m}_6^*) = \sqrt{55.433,52} = 235,4 \text{ g}$$

**Teste de Tukey:**

$$\hat{Y} = \hat{m}_i^* - \hat{m}_{i'}^*$$

$$\Delta = q \sqrt{\frac{1}{2} \hat{V}(\hat{Y})} \quad \hat{V}(\hat{Y}) = \left[ \frac{2}{r} + \frac{(\bar{X}_i - \bar{X}_{i'})^2}{S.Q. \text{ Res}(X)} \right] Q.M. \text{ Res}^*$$

Então, para a aplicação do teste de Tukey, é necessário calcular a variância de cada contraste. Para o nosso exemplo, teremos:

$$a) \quad \hat{Y}_1 = \hat{m}_1^* - \hat{m}_2^* = 4.962,50 - 5.714,88 = -752,38 \text{ g}$$

$$\hat{V}(\hat{Y}_1) = \left[ \frac{2}{r} + \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)^2}{S.Q. \text{ Res}(X)} \right] Q.M. \text{ Res}^* = \left[ \frac{2}{4} + \frac{(48,25 - 46,75)^2}{25} \right] 175.110 = 103.314,90$$

$$q - 6 \text{ tratamentos} \times 14 \text{ g.l. Resíduo}^* = 4,64$$

$$\Delta = 4,64 \sqrt{\frac{1}{2} (103.314,90)} = 1.054,59 \text{ g}$$

$$\hat{Y}_1 < \Delta \quad \text{Logo: } \hat{Y}_1 = -752,38 \text{ g}^{\text{NS}} \Rightarrow \hat{m}_1^* \text{ não difere de } \hat{m}_2^*$$

$$b) \quad \hat{Y}_2 = \hat{m}_1^* - \hat{m}_3^* = 4.962,50 - 4.431,07 = 531,43 \text{ g}$$

$$\hat{V}(\hat{Y}_2) = \left[ \frac{2}{4} + \frac{(48,25 - 46,00)^2}{25} \right] 175.110 = 123.014,78$$

$$\Delta = 4,64 \sqrt{\frac{1}{2} (123.014,78)} = 1.150,75 \text{ g}$$

$$\hat{Y}_2 < \Delta \quad \text{Logo: } \hat{Y}_2 = 531,43 \text{ g}^{\text{NS}} \Rightarrow \hat{m}_1^* \text{ não difere de } \hat{m}_3^*$$

De modo análogo, obtemos:

| $\hat{Y}$                                                                  | $\hat{V}(\hat{Y})$ | $\Delta$ |
|----------------------------------------------------------------------------|--------------------|----------|
| $\hat{Y}_3 = \hat{m}_1^* - \hat{m}_4^* = 446,45 \text{ g}^{\text{NS}}$     | 131.332,50         | 1.189,02 |
| $\hat{Y}_4 = \hat{m}_1^* - \hat{m}_5^* = 321,37 \text{ g}^{\text{NS}}$     | 103.314,90         | 1.054,59 |
| $\hat{Y}_5 = \hat{m}_1^* - \hat{m}_6^* = 566,25 \text{ g}^{\text{NS}}$     | 87.555,00          | 970,83   |
| $\hat{Y}_6 = \hat{m}_2^* - \hat{m}_3^* = 1.283,81 \text{ g}^*$             | 91.494,98          | 992,43   |
| $\hat{Y}_7 = \hat{m}_2^* - \hat{m}_4^* = 1.198,83 \text{ g}^*$             | 94.559,40          | 1.008,92 |
| $\hat{Y}_8 = \hat{m}_2^* - \hat{m}_5^* = 1.073,75 \text{ g}^*$             | 87.555,00          | 970,83   |
| $\hat{Y}_9 = \hat{m}_2^* - \hat{m}_6^* = 1.318,63 \text{ g}^*$             | 103.314,90         | 1.054,59 |
| $\hat{Y}_{10} = \hat{m}_3^* - \hat{m}_4^* = -84,98 \text{ g}^{\text{NS}}$  | 87.992,78          | 973,25   |
| $\hat{Y}_{11} = \hat{m}_3^* - \hat{m}_5^* = -210,06 \text{ g}^{\text{NS}}$ | 91.494,98          | 992,43   |
| $\hat{Y}_{12} = \hat{m}_3^* - \hat{m}_6^* = 34,82 \text{ g}^{\text{NS}}$   | 123.014,78         | 1.150,75 |
| $\hat{Y}_{13} = \hat{m}_4^* - \hat{m}_5^* = -125,08 \text{ g}^{\text{NS}}$ | 94.559,40          | 1.008,92 |
| $\hat{Y}_{14} = \hat{m}_4^* - \hat{m}_6^* = 119,80 \text{ g}^{\text{NS}}$  | 131.332,50         | 1.189,02 |
| $\hat{Y}_{15} = \hat{m}_5^* - \hat{m}_6^* = 244,88 \text{ g}^{\text{NS}}$  | 103.314,90         | 1.054,59 |

#### Observação:

Quando os valores de  $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_I$  não são muito diferentes (o que se pode concluir quando o teste F para Tratamentos não for significativo para a variável X), podemos utilizar uma estimativa média para  $\hat{V}(\hat{Y})$ , aplicável a qualquer contraste entre duas médias de Y ajustadas, e dada por:

$$\hat{V}(\hat{Y}) = \frac{2 \text{ Q.M. Res}^*}{r} \left[ 1 + \frac{\text{S.Q. Trat (X)}}{(I-1) \text{ S.Q. Res (X)}} \right] \quad \text{em que: } I = \text{n}^\circ \text{ de tratamentos}$$

Então, para o nosso exemplo, temos:

$$\text{S.Q. Trat (X)} = 23 \quad \text{Q.M. Trat (X)} = \frac{23}{5} = 4,60$$

$$\text{Q.M. Res (X)} = \frac{\text{S.Q. Res (X)}}{\text{G.L. Res (X)}} = \frac{25}{15} = 1,67$$

$$F \text{ Trat (X)} = \frac{\text{Q.M. Trat (X)}}{\text{Q.M. Res (X)}} = \frac{4,60}{1,67} = 2,75^{\text{NS}}$$

F da tabela – 5 x 15 g.l. = 2,90 (5%)

Logo, podemos utilizar a variância média:

$$\hat{V}(\hat{Y}) = \frac{2 \times 175.110}{4} \left[ 1 + \frac{23}{(6-1)25} \right] = 103.665,12$$

e calcular um valor único para a diferença mínima significativa ( $\Delta$ ) que serve para todos os contrastes:

$$\Delta = q \sqrt{\frac{1}{2} \hat{V}(\hat{Y})} = 4,64 \sqrt{\frac{1}{2} (103.665,12)} = 1.056,38 \text{ g}$$

### 9.3. Obtenção da análise de covariância para um experimento fatorial com dois fatores

Para explicar a obtenção da análise de covariância para um experimento fatorial com dois fatores, vamos supor que os seis tratamentos do Quadro 9.2.1 formam um esquema fatorial 3 x 2, com 3 níveis de um fator A ( $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$ ) e 2 níveis de um fator B ( $B_1$  e  $B_2$ ), apresentando-se de acordo com o Quadro 9.3.1.

**QUADRO 9.3.1** - Resultados de produção de milho (Y), em gramas, e do número de plantas (X), por parcela, para o experimento fatorial 3 x 2.

| TRATAMENTOS   |   | BLOCOS |        |        |        | TOTAIS  |
|---------------|---|--------|--------|--------|--------|---------|
|               |   | 1      | 2      | 3      | 4      |         |
| 1 - $A_1 B_1$ | X | 49     | 47     | 49     | 48     | 193     |
|               | Y | 5.210  | 4.700  | 5.205  | 5.715  | 20.830  |
| 2 - $A_1 B_2$ | X | 48     | 45     | 48     | 46     | 187     |
|               | Y | 6.010  | 5.195  | 5.675  | 5.820  | 22.700  |
| 3 - $A_2 B_1$ | X | 50     | 44     | 45     | 45     | 184     |
|               | Y | 4.435  | 4.195  | 4.250  | 4.115  | 16.995  |
| 4 - $A_2 B_2$ | X | 47     | 43     | 47     | 46     | 183     |
|               | Y | 4.465  | 3.465  | 4.285  | 4.930  | 17.145  |
| 5 - $A_3 B_1$ | X | 50     | 47     | 46     | 44     | 187     |
|               | Y | 5.565  | 4.570  | 4.600  | 3.670  | 18.405  |
| 6 - $A_3 B_2$ | X | 50     | 46     | 49     | 48     | 193     |
|               | Y | 5.760  | 3.780  | 4.640  | 4.385  | 18.565  |
| TOTAIS        | X | 294    | 272    | 284    | 277    | 1.127   |
|               | Y | 31.445 | 25.905 | 28.655 | 28.635 | 114.640 |

As somas de quadrados e de produtos para: Total, Tratamentos, Blocos e Resíduo já foram calculadas em 9.2.

Vejamos o desdobramento dos graus de liberdade de tratamentos, para estudar os efeitos do fator A, do fator B e da Interação A x B. Para isso devemos organizar o quadro auxiliar 9.3.2.

**QUADRO 9.3.2** - Quadro auxiliar que relaciona os níveis do fator A com os níveis do fator B.

| (4)            |   | B <sub>1</sub> | B <sub>2</sub> | TOTAIS DE A    |
|----------------|---|----------------|----------------|----------------|
| A <sub>1</sub> | X | 193            | 187            | 380            |
|                | Y | <b>20.830</b>  | <b>22.700</b>  | <b>43.530</b>  |
| A <sub>2</sub> | X | 184            | 183            | 367            |
|                | Y | <b>16.995</b>  | <b>17.145</b>  | <b>34.140</b>  |
| A <sub>3</sub> | X | 187            | 193            | 380            |
|                | Y | <b>18.405</b>  | <b>18.565</b>  | <b>36.970</b>  |
| TOTAIS DE B    | X | 564            | 563            | 1.127          |
|                | Y | <b>56.230</b>  | <b>58.410</b>  | <b>114.640</b> |

Do Quadro 9.3.2, calculamos:

$$S.Q. A (Y) = \frac{1}{8} (43.530^2 + 34.140^2 + 36.970^2) - C_Y = 5.800.608$$

$$S.Q. A (X) = \frac{1}{8} (380^2 + 367^2 + 380^2) - C_X = 14$$

$$S.P. A (XY) = \frac{1}{8} (380 \times 43.530 + 367 \times 34.140 + 380 \times 36.970) - C_{XY} = 6.619$$

$$S.Q. B (Y) = \frac{1}{12} (56.230^2 + 58.410^2) - C_Y = 198.017$$

$$S.Q. B (X) = \frac{1}{12} (564^2 + 563^2) - C_X = 0$$

$$S.P. B (XY) = \frac{1}{12} (564 \times 56.230 + 563 \times 58.410) - C_{XY} = -91$$

$$S.Q. A, B (Y) = S.Q. Trat (Y) = 6.243.733$$

$$S.Q. A, B (X) = S.Q. Trat (X) = 23$$

$$S.P. A, B (XY) = S.P. Trat (XY) = 5.318$$

$$S.Q. A \times B (Y) = S.Q. A, B (Y) - S.Q. A (Y) - S.Q. B (Y) = 245.108$$

$$S.Q. A \times B (X) = S.Q. A, B (X) - S.Q. A (X) - S.Q. B (X) = 9$$

$$S.P. A \times B (XY) = S.P. A, B (XY) - S.P. A (XY) - S.P. B (XY) = -1.210$$

Podemos resumir esses cálculos no quadro:

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. | SOMAS DE QUADRADOS E PRODUTOS |         |    |
|-------------------|------|-------------------------------|---------|----|
|                   |      | Y                             | XY      | X  |
| Efeito de A       | 2    | 5.800.608                     | 6.619   | 14 |
| Efeito de B       | 1    | 198.017                       | - 91    | 0  |
| Efeito de A x B   | 2    | 245.108                       | - 1.210 | 9  |
| Resíduo           | 15   | 3.353.283                     | 4.748   | 25 |
| A + Resíduo       | 17   | 9.153.891                     | 11.367  | 39 |
| B + Resíduo       | 16   | 3.551.300                     | 4.657   | 25 |
| (A x B) + Resíduo | 17   | 3.598.391                     | 3.538   | 34 |

Desse quadro, tiramos:

$$S.Q. (A + Res)^* = S.Q. (A + Res) (Y) - \frac{[S.P. (A + Res) (XY)]^2}{S.Q. (A + Res) (X)}$$

$$S.Q. (A + Res)^* = 9.153.891 - \frac{(11.367)^2}{39} = 5.840.848 \quad (\text{com 16 g.l.})$$

Logo:

$$S.Q. A^* = S.Q. (A + Res)^* - S.Q. Res^*$$

$$\text{Vimos em 9.2., que } S.Q. Res^* = 2.451.543 \quad (\text{com 14 g.l.}).$$

Então,

$$S.Q. A^* = 5.840.848 - 2.451.543 = 3.389.305 \quad (\text{com 2 g.l.})$$

De modo análogo:

$$S.Q. (B + Res)^* = S.Q. (B + Res) (Y) - \frac{[S.P. (B + Res) (XY)]^2}{S.Q. (B + Res) (X)}$$

$$S.Q. (B + Res)^* = 3.551.300 - \frac{(4.657)^2}{25} = 2.683.794 \quad (\text{com 15 g.l.})$$

Logo:

$$S.Q. B^* = S.Q. (B + Res)^* - S.Q. Res^*$$

$$S.Q. B^* = 2.683.794 - 2.451.543 = 232.251 \quad (\text{com 1 g.l.})$$

Ainda:

$$S.Q. [(A + B) + Res]^* = S.Q. [(A + B) + Res] (Y) - \frac{\{S.P. (A+B)+Res (XY)\}^2}{S.Q. [(A + B) + Res] (X)}$$

$$S.Q. [(A + B) + Res]^* = 3.598.391 - \frac{(3.538)^2}{34} = 3.230.231 \quad (\text{com 16 g.l.})$$

Logo:

$$S.Q. (A \times B)^* = S.Q. [(A + B) + Res]^* - S.Q. Res^*$$

$$S.Q. (A \times B)^* = 3.230.231 - 2.451.543 = 778.688 \quad (\text{com 2 g.l.})$$

A análise de covariância para o fatorial 3 x 2, pode ser resumida no Quadro 9.3.3.

**QUADRO 9.3.3** - Análise de covariância para o fatorial 3 x 2.

| CAUSA DA VARIAÇÃO | G.L. | S.Q.      | Q.M.      | F                  |
|-------------------|------|-----------|-----------|--------------------|
| Regressão         | 1    | 901.740   | 901.740   | 5,15*              |
| A*                | 2    | 3.389.305 | 1.694.653 | 9,68**             |
| B*                | 1    | 232.251   | 232.251   | 1,33 <sup>NS</sup> |
| (A x B)*          | 2    | 778.688   | 389.344   | 2,22 <sup>NS</sup> |
| Resíduo*          | 14   | 2.451.543 | 175.110   | -                  |

Valores de F da tabela: Regressão e B\* - 1 x 14 g.l.: { % = 4,60 1% = 8,86 }

A\* e (A x B)\* - 2 x 14 g.l.: { % = 3,74 1% = 6,51 }

Verificamos efeito significativo para a Regressão ( $P < 0,05$ ) e para o fator A ( $P < 0,01$ ). Os demais efeitos não foram significativos ( $P > 0,05$ ).

Vejamos as médias dos níveis dos fatores.

a) Fator A

$$\hat{m}_{A_i}^* = \bar{A}_i - \hat{b}[\bar{A}_i(X) - \bar{X}]$$

em que:

$\hat{m}_{A_i}^*$  = média ajustada para o nível i do fator A;

$\bar{A}_i$  = média do nível i do fator A, para a variável Y;

$\bar{A}_i(X)$  = média do nível i do fator A, para a variável X;

$\hat{b}$  = coeficiente de regressão linear = 189,92;

$$\bar{X} = \text{média geral para a variável X} = \frac{1.127}{24} = 46,96 \text{ g}$$

| FATOR A        | $\bar{A}_i$ | $\bar{A}_i(X)$ | $\hat{m}_{A_i}^* = \bar{A}_i - \hat{b}[\bar{A}_i(X) - \bar{X}]$ |
|----------------|-------------|----------------|-----------------------------------------------------------------|
| A <sub>1</sub> | 5.441,25    | 47,50          | 5.338,69                                                        |
| A <sub>2</sub> | 4.267,50    | 45,88          | 4.472,61                                                        |
| A <sub>3</sub> | 4.621,25    | 47,50          | 4.518,69                                                        |

**Variância da média ajustada:  $\hat{V}(\hat{m}_{A_i}^*)$ :**

$$\hat{V}(\hat{m}_{A_i}^*) = \left\{ \frac{1}{b_r} + \frac{[\bar{A}_i(X) - \bar{X}]^2}{S.Q. Res(X)} \right\} Q.M. Res^* \quad b = \text{número de níveis do fator B} = 2$$

$$s(\hat{m}_{A_i}^*) = \sqrt{\hat{V}(\hat{m}_{A_i}^*)}$$

Então:

$$\hat{V}(\hat{m}_{A_1}^*) = \left[ \frac{1}{2 \times 4} + \frac{(47,50 - 46,96)^2}{25} \right] 175.110 = 23.931,23$$

$$s(\hat{m}_{A_1}^*) = \sqrt{23.931,23} = 154,7 \text{ g}$$

$$\hat{V}(\hat{m}_{A_2}^*) = \left[ \frac{1}{2 \times 4} + \frac{(45,88 - 46,96)^2}{25} \right] 175.110 = 30.058,68$$

$$s(\hat{m}_{A_2}^*) = \sqrt{30.058,68} = 173,4 \text{ g}$$

$$\hat{V}(\hat{m}_{A_3}^*) = \left[ \frac{1}{2 \times 4} + \frac{(47,50 - 46,96)^2}{25} \right] 175.110 = 23.931,23$$

$$s(\hat{m}_{A_3}^*) = \sqrt{23.931,23} = 154,7 \text{ g}$$

**Teste de Tukey para níveis de A:**

$$a_1) \quad \hat{Y}_1 = \hat{m}_{A_1}^* - \hat{m}_{A_2}^* = 5.338,69 - 4.472,61 = 866,08 \text{ g}$$

$$\Delta = q \sqrt{\frac{1}{2} \hat{V}(\hat{Y}_1)} \quad \hat{V}(\hat{Y}_1) = \left\{ \frac{2}{b_r} + \frac{[\bar{A}_1(X) - \bar{A}_2(X)]^2}{S.Q. Res(X)} \right\} Q.M. Res^*$$

$$\hat{V}(\hat{Y}_1) = \left[ \frac{2}{2 \times 4} + \frac{(47,50 - 45,88)^2}{25} \right] 175.110 = 62.159,85$$

$q - 3 \text{ níveis de A} \times 14 \text{ g.l. Res}^* = 3,70 (5\%)$

$$\Delta = 3,70 \sqrt{\frac{1}{2} (62.159,85)} = 652,29 \text{ g}$$

$$\hat{Y}_1 > \Delta \quad \text{Logo: } \hat{Y}_1 = 866,08 \text{ g}^* \Rightarrow \hat{m}_{A_1}^* \text{ difere de } \hat{m}_{A_2}^*$$

$$a_1) \quad \hat{Y}_2 = \hat{m}_{A_1}^* - \hat{m}_{A_3}^* = 5.338,69 - 4.518,69 = 820,00 \text{ g}$$

$$\Delta = q \sqrt{\frac{1}{2} \hat{V}(\hat{Y}_2)} \quad \hat{V}(\hat{Y}_2) = \left\{ \frac{2}{b_r} + \frac{[\bar{A}_1(X) - \bar{A}_3(X)]^2}{S.Q. Res(X)} \right\} Q.M. Res^*$$

$$\hat{V}(\hat{Y}_2) = \left[ \frac{2}{2 \times 4} + \frac{(47,50 - 47,50)^2}{25} \right] 175.110 = 43.777,50$$

$$\Delta = 3,70 \sqrt{\frac{1}{2} (43.777,50)} = 547,41 \text{ g}$$

$$\hat{Y}_2 > \Delta \quad \text{Logo: } \hat{Y}_2 = 820,00 \text{ g}^* \Rightarrow \hat{m}_{A_1}^* \text{ difere de } \hat{m}_{A_3}^*$$

$$a_3) \quad \hat{Y}_3 = \hat{m}_{A_2}^* - \hat{m}_{A_3}^* = 4.472,61 - 4.518,69 = -46,08 \text{ g}$$

$$\Delta = q \sqrt{\frac{1}{2} \hat{V}(\hat{Y}_3)} \quad \hat{V}(\hat{Y}_3) = \left\{ \frac{2}{b r} + \frac{[\bar{A}_2(X) - \bar{A}_3(X)]^2}{S.Q. \text{ Res}(X)} \right\} Q.M. \text{ Res}^*$$

$$\hat{V}(\hat{Y}_3) = \left[ \frac{2}{2 \times 4} + \frac{(45,88 - 47,50)^2}{25} \right] 175.110 = 62.159,85$$

$$\Delta = 3,70 \sqrt{\frac{1}{2} (62.159,85)} = 652,29 \text{ g}$$

$$\hat{Y}_3 < \Delta \quad \text{Logo: } \hat{Y}_3 = -46,08 \text{ g}^{\text{NS}} \Rightarrow \hat{m}_{A_2}^* \text{ não difere de } \hat{m}_{A_3}^*$$

b) Fator B

$$\hat{m}_{B_j}^* = \bar{B}_j - \hat{b}[\bar{B}_j(X) - \bar{X}]$$

em que:

$\hat{m}_{B_j}^*$  = média ajustada para o nível j do fator B;

$\bar{B}_j$  = média do nível j do fator B, para a variável Y;

$\bar{B}_j(X)$  = média do nível j do fator B, para a variável X;

$\hat{b}$  = coeficiente de regressão linear = 189,92;

$\bar{X}$  = média geral para a variável X =  $\frac{1.127}{24} = 46,96 \text{ g}$

| FATOR B        | $\bar{B}_j$ | $\bar{B}_j(X)$ | $\hat{m}_{B_j}^* = \bar{B}_j - \hat{b}[\bar{B}_j(X) - \bar{X}]$ |
|----------------|-------------|----------------|-----------------------------------------------------------------|
| B <sub>1</sub> | 4.685,83    | 47,00          | 4.678,23                                                        |
| B <sub>2</sub> | 4.867,50    | 46,92          | 4.875,10                                                        |

**Variância da média ajustada:  $\hat{V}(\hat{m}_{B_j}^*)$**

$$\hat{V}(\hat{m}_{B_j}^*) = \left\{ \frac{1}{a r} + \frac{[\bar{B}_j(X) - \bar{X}]^2}{S.Q. \text{ Res}(X)} \right\} Q.M. \text{ Res}^* \quad a = \text{número de níveis do fator A} = 3$$

$$s(\hat{m}_{B_j}^*) = \sqrt{\hat{V}(\hat{m}_{B_j}^*)}$$

Então:

$$\hat{V}(\hat{m}_{B_1}^*) = \left[ \frac{1}{3 \times 4} + \frac{(47,00 - 46,96)^2}{25} \right] 175.110 = 14.603,71$$

$$s(\hat{m}_{B_1}^*) = \sqrt{14.603,71} = 120,8 \text{ g}$$

$$\hat{V}(\hat{m}_{B_2}^*) = \left[ \frac{1}{3 \times 4} + \frac{(46,92 - 46,96)^2}{25} \right] 175.110 = 14.603,71$$

$$s(\hat{m}_{B_2}^*) = \sqrt{14.603,71} = 120,8 \text{ g}$$

**Teste de Tukey para níveis de B:**

$$\hat{Y}_1 = \hat{m}_{B_1}^* - \hat{m}_{B_2}^* = 4.678,23 - 4.875,10 = -196,87 \text{ g}$$

$$\Delta = q \sqrt{\frac{1}{2} \hat{V}(\hat{Y}_1)} \quad \hat{V}(\hat{Y}_1) = \left\{ \frac{2}{a \cdot r} + \frac{[\bar{B}_1(X) - \bar{B}_2(X)]^2}{S.Q. \text{ Res}(X)} \right\} Q.M. \text{ Res}^*$$

$$\hat{V}(\hat{Y}_1) = \left[ \frac{2}{3 \times 4} + \frac{(47,00 - 46,92)^2}{25} \right] 175.110 = 29.229,83$$

$$q - 2 \text{ níveis de B} \times 14 \text{ g.l. Res}^* = 3,03 (5\%)$$

$$\Delta = 3,03 \sqrt{\frac{1}{2} (29.229,83)} = 366,30 \text{ g}$$

$$\hat{Y}_1 < \Delta \quad \text{Logo: } \hat{Y}_1 = -196,87 \text{ g}^{NS} \Rightarrow \hat{m}_{A_1}^* \text{ não difere de } \hat{m}_{A_2}^*$$



## 10. LITERATURA CITADA

CARDOSO FILHO, A. R. **Competição de sorgos forrageiros [*Sorghum bicolor* (L.) Moench], na região de Jaboticabal. Rendimento de massa verde, matéria seca e composição bromatológica da silagem.** 1974. 40 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Agronomia) – Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Universidade Estadual Paulista, Jaboticabal, 1974.

DIAS, R. A. Aplicação de vermiculita em alfobres. **Silvicultura em São Paulo**, v. 8, p.99-109, 1973.

FILGUEIRA, F. A. R. **Interação genótipo x ambiente em batata (*Solanum tuberosum* L. spp *tuberosum*).** 1991. 127 f. Tese (Doutorado em Produção Vegetal) – Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Universidade Estadual Paulista, Jaboticabal, 1991.

MACEDO, N. Controle do pulgão "*Aphis gossypii* Glover" em cultura de pepino através de um novo inseticida fosforado. **O Solo**, Piracicaba, v. 62, n. 2, p.31-33, 1970.

MESTRINER, J. C. **Estudos dos efeitos do promalin sobre frutos de macieiras (*Malus* spp) cultivares Brasil e Rainha.** 1980. 38 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Agronomia) – Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Universidade Estadual Paulista, Jaboticabal, 1980.

PIMENTEL GOMES, F. **Curso de estatística experimental.** 14. ed. Piracicaba: Degaspari, 2000. 477 p.

RAGAZZI, D. **Efeito de doses de gesso na cultura do feijoeiro (*Phaseolus vulgaris* L.).** 1979. 36 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Agronomia) – Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Universidade Estadual Paulista, Jaboticabal, 1979.

RUIZ, P. R. N. **Estudo comparativo entre diferentes métodos de semeadura na cultura do mamoeiro (*Carica papaya* L.).** 1977. 44 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Agronomia) – Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Universidade Estadual Paulista, Jaboticabal, 1977.

SANTOS, G. M. **Adaptabilidade e estabilidade de genótipos de cebola.** 2003. 96 f. Tese (Doutorado em Genética e Melhoramento de Plantas) – Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Universidade Estadual Paulista, Jaboticabal, 2003.

SIMÕES, J. W. Métodos de produção de mudas de eucalipto. **IPEF**, Piracicaba, v. 1, p. 101-116, 1970.

VILALTA, O. A. **Avaliação da produção de milho (*Zea mays* L.) em função da adubação NPK em um latossol vermelho-escuro – fase arenosa.** 1972. 23 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Agronomia) – Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Universidade Estadual Paulista, Jaboticabal, 1972.



---

**11. TABELAS**

**Tabela 1** – Limites unilaterais de F no nível de 5% de probabilidade. $n_1$  = número de graus de liberdade do numerador $n_2$  = número de graus de liberdade do denominador

| $n_2 \backslash n_1$ | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    | 16    | 20    | 24    | 30    | 40    | 60    | 120   | $\infty$ |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| 1                    | 161,4 | 199,5 | 215,7 | 224,6 | 230,2 | 234,0 | 236,8 | 238,9 | 240,5 | 241,9 | 243,0 | 243,9 | 244,4 | 245,0 | 245,9 | 246,0 | 248,0 | 249,1 | 250,1 | 251,1 | 252,2 | 253,3 | 254,3    |
| 2                    | 18,51 | 19,00 | 19,16 | 19,25 | 19,30 | 19,33 | 19,35 | 19,37 | 19,38 | 19,40 | 19,40 | 19,41 | 19,42 | 19,42 | 19,43 | 19,43 | 19,45 | 19,45 | 19,46 | 19,47 | 19,48 | 19,49 | 19,50    |
| 3                    | 10,13 | 9,55  | 9,28  | 9,12  | 9,01  | 8,94  | 8,89  | 8,85  | 8,81  | 8,79  | 8,76  | 8,74  | 8,72  | 8,71  | 8,70  | 8,69  | 8,66  | 8,64  | 8,62  | 8,59  | 8,57  | 8,55  | 8,53     |
| 4                    | 7,71  | 6,94  | 6,59  | 6,39  | 6,26  | 6,16  | 6,09  | 6,04  | 6,00  | 5,96  | 5,93  | 5,91  | 5,89  | 5,87  | 5,86  | 5,84  | 5,80  | 5,77  | 5,75  | 5,72  | 5,69  | 5,66  | 5,63     |
| 5                    | 6,61  | 5,79  | 5,41  | 5,19  | 5,05  | 4,95  | 4,88  | 4,82  | 4,77  | 4,74  | 4,70  | 4,68  | 4,66  | 4,64  | 4,62  | 4,60  | 4,56  | 4,53  | 4,50  | 4,46  | 4,43  | 4,40  | 4,36     |
| 6                    | 5,99  | 5,14  | 4,76  | 4,53  | 4,39  | 4,28  | 4,21  | 4,15  | 4,10  | 4,06  | 4,03  | 4,00  | 3,98  | 3,96  | 3,94  | 3,92  | 3,87  | 3,84  | 3,81  | 3,77  | 3,74  | 3,70  | 3,67     |
| 7                    | 5,59  | 4,74  | 4,35  | 4,12  | 3,97  | 3,87  | 3,79  | 3,73  | 3,68  | 3,64  | 3,60  | 3,57  | 3,55  | 3,52  | 3,51  | 3,49  | 3,44  | 3,41  | 3,38  | 3,34  | 3,30  | 3,27  | 3,23     |
| 8                    | 5,32  | 4,46  | 4,07  | 3,84  | 3,69  | 3,58  | 3,50  | 3,44  | 3,39  | 3,35  | 3,31  | 3,28  | 3,25  | 3,23  | 3,22  | 3,20  | 3,15  | 3,12  | 3,08  | 3,04  | 3,01  | 2,97  | 2,93     |
| 9                    | 5,12  | 4,26  | 3,86  | 3,63  | 3,48  | 3,37  | 3,29  | 3,23  | 3,18  | 3,14  | 3,10  | 3,07  | 3,04  | 3,02  | 3,01  | 2,98  | 2,94  | 2,90  | 2,86  | 2,83  | 2,79  | 2,75  | 2,71     |
| 10                   | 4,96  | 4,10  | 3,71  | 3,48  | 3,33  | 3,22  | 3,14  | 3,07  | 3,02  | 2,98  | 2,94  | 2,91  | 2,88  | 2,86  | 2,85  | 2,82  | 2,77  | 2,74  | 2,70  | 2,66  | 2,62  | 2,58  | 2,54     |
| 11                   | 4,84  | 3,98  | 3,59  | 3,36  | 3,20  | 3,09  | 3,01  | 2,95  | 2,90  | 2,85  | 2,82  | 2,79  | 2,76  | 2,74  | 2,72  | 2,70  | 2,65  | 2,61  | 2,57  | 2,53  | 2,49  | 2,45  | 2,40     |
| 12                   | 4,75  | 3,89  | 3,49  | 3,26  | 3,11  | 3,00  | 2,91  | 2,85  | 2,80  | 2,75  | 2,72  | 2,69  | 2,66  | 2,64  | 2,62  | 2,60  | 2,54  | 2,51  | 2,47  | 2,43  | 2,38  | 2,34  | 2,30     |
| 13                   | 4,67  | 3,81  | 3,41  | 3,18  | 3,03  | 2,92  | 2,83  | 2,77  | 2,71  | 2,67  | 2,63  | 2,60  | 2,57  | 2,55  | 2,53  | 2,51  | 2,46  | 2,42  | 2,38  | 2,34  | 2,30  | 2,25  | 2,21     |
| 14                   | 4,60  | 3,74  | 3,34  | 3,11  | 2,96  | 2,85  | 2,76  | 2,70  | 2,65  | 2,60  | 2,56  | 2,53  | 2,50  | 2,48  | 2,46  | 2,44  | 2,39  | 2,35  | 2,31  | 2,27  | 2,22  | 2,18  | 2,13     |
| 15                   | 4,54  | 3,68  | 3,29  | 3,06  | 2,90  | 2,79  | 2,71  | 2,64  | 2,59  | 2,54  | 2,51  | 2,48  | 2,45  | 2,43  | 2,40  | 2,39  | 2,33  | 2,29  | 2,25  | 2,20  | 2,16  | 2,11  | 2,07     |
| 16                   | 4,49  | 3,63  | 3,24  | 3,01  | 2,85  | 2,74  | 2,66  | 2,59  | 2,54  | 2,49  | 2,45  | 2,42  | 2,39  | 2,37  | 2,35  | 2,33  | 2,28  | 2,24  | 2,19  | 2,15  | 2,11  | 2,06  | 2,01     |
| 17                   | 4,45  | 3,59  | 3,20  | 2,96  | 2,81  | 2,70  | 2,61  | 2,55  | 2,49  | 2,45  | 2,41  | 2,38  | 2,35  | 2,33  | 2,31  | 2,29  | 2,23  | 2,19  | 2,15  | 2,10  | 2,06  | 2,01  | 1,96     |
| 18                   | 4,41  | 3,55  | 3,16  | 2,93  | 2,77  | 2,66  | 2,58  | 2,51  | 2,46  | 2,41  | 2,37  | 2,34  | 2,31  | 2,29  | 2,27  | 2,25  | 2,19  | 2,15  | 2,11  | 2,06  | 2,02  | 1,97  | 1,92     |
| 19                   | 4,38  | 3,52  | 3,13  | 2,90  | 2,74  | 2,63  | 2,54  | 2,48  | 2,42  | 2,38  | 2,34  | 2,31  | 2,28  | 2,26  | 2,23  | 2,21  | 2,16  | 2,11  | 2,07  | 2,03  | 1,98  | 1,93  | 1,88     |
| 20                   | 4,35  | 3,49  | 3,10  | 2,87  | 2,71  | 2,60  | 2,51  | 2,45  | 2,39  | 2,35  | 2,31  | 2,28  | 2,25  | 2,23  | 2,20  | 2,18  | 2,12  | 2,08  | 2,04  | 1,99  | 1,95  | 1,90  | 1,84     |

continua...

**Tabela 1** – Limites unilaterais de F no nível de 5% de probabilidade (continuação).

$n_1$  = número de graus de liberdade do numerador

$n_2$  = número de graus de liberdade do denominador

| $n_2 \backslash n_1$ | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 20   | 24   | 30   | 40   | 60   | 120  | $\infty$ |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------|
| 21                   | 4,32 | 3,47 | 3,07 | 2,84 | 2,68 | 2,57 | 2,49 | 2,42 | 2,37 | 2,32 | 2,28 | 2,25 | 2,22 | 2,20 | 2,18 | 2,15 | 2,10 | 2,05 | 2,01 | 1,96 | 1,92 | 1,87 | 1,81     |
| 22                   | 4,30 | 3,44 | 3,05 | 2,82 | 2,66 | 2,55 | 2,46 | 2,40 | 2,34 | 2,30 | 2,26 | 2,23 | 2,20 | 2,18 | 2,15 | 2,13 | 2,07 | 2,03 | 1,98 | 1,94 | 1,89 | 1,84 | 1,78     |
| 23                   | 4,28 | 3,42 | 3,03 | 2,80 | 2,64 | 2,53 | 2,44 | 2,37 | 2,32 | 2,27 | 2,24 | 2,20 | 2,17 | 2,14 | 2,13 | 2,10 | 2,05 | 2,01 | 1,96 | 1,91 | 1,86 | 1,81 | 1,76     |
| 24                   | 4,26 | 3,40 | 3,01 | 2,78 | 2,62 | 2,51 | 2,42 | 2,36 | 2,30 | 2,25 | 2,22 | 2,18 | 2,15 | 2,13 | 2,11 | 2,09 | 2,03 | 1,98 | 1,94 | 1,89 | 1,84 | 1,79 | 1,73     |
| 25                   | 4,24 | 3,39 | 2,99 | 2,76 | 2,60 | 2,49 | 2,40 | 2,34 | 2,28 | 2,24 | 2,20 | 2,16 | 2,13 | 2,11 | 2,09 | 2,06 | 2,01 | 1,96 | 1,92 | 1,87 | 1,82 | 1,77 | 1,71     |
| 26                   | 4,23 | 3,37 | 2,98 | 2,74 | 2,59 | 2,47 | 2,39 | 2,32 | 2,27 | 2,22 | 2,18 | 2,15 | 2,12 | 2,10 | 2,07 | 2,05 | 1,99 | 1,95 | 1,90 | 1,85 | 1,80 | 1,75 | 1,69     |
| 27                   | 4,21 | 3,35 | 2,96 | 2,73 | 2,57 | 2,46 | 2,37 | 2,31 | 2,25 | 2,20 | 2,16 | 2,13 | 2,10 | 2,08 | 2,06 | 2,03 | 1,97 | 1,93 | 1,88 | 1,84 | 1,79 | 1,73 | 1,67     |
| 28                   | 4,20 | 3,34 | 2,95 | 2,71 | 2,56 | 2,45 | 2,36 | 2,29 | 2,24 | 2,19 | 2,15 | 2,12 | 2,09 | 2,06 | 2,04 | 2,02 | 1,96 | 1,91 | 1,87 | 1,82 | 1,77 | 1,71 | 1,65     |
| 29                   | 4,18 | 3,33 | 2,93 | 2,70 | 2,55 | 2,43 | 2,35 | 2,28 | 2,22 | 2,18 | 2,14 | 2,10 | 2,07 | 2,05 | 2,03 | 2,00 | 1,94 | 1,90 | 1,85 | 1,81 | 1,75 | 1,70 | 1,64     |
| 30                   | 4,17 | 3,32 | 2,92 | 2,69 | 2,53 | 2,42 | 2,33 | 2,27 | 2,21 | 2,16 | 2,12 | 2,09 | 2,06 | 2,04 | 2,01 | 1,99 | 1,93 | 1,89 | 1,84 | 1,79 | 1,74 | 1,68 | 1,62     |
| 40                   | 4,08 | 3,23 | 2,84 | 2,61 | 2,45 | 2,34 | 2,25 | 2,18 | 2,12 | 2,08 | 2,04 | 2,00 | 1,97 | 1,95 | 1,92 | 1,90 | 1,84 | 1,79 | 1,74 | 1,69 | 1,64 | 1,58 | 1,51     |
| 60                   | 4,00 | 3,15 | 2,76 | 2,53 | 2,37 | 2,25 | 2,17 | 2,10 | 2,04 | 1,99 | 1,95 | 1,92 | 1,89 | 1,86 | 1,84 | 1,81 | 1,75 | 1,70 | 1,65 | 1,59 | 1,53 | 1,47 | 1,39     |
| 120                  | 3,92 | 3,07 | 2,68 | 2,45 | 2,29 | 2,17 | 2,09 | 2,02 | 1,96 | 1,91 | 1,86 | 1,83 | 1,80 | 1,77 | 1,75 | 1,73 | 1,66 | 1,61 | 1,55 | 1,50 | 1,43 | 1,35 | 1,25     |
| $\infty$             | 3,84 | 3,00 | 2,60 | 2,37 | 2,21 | 2,10 | 2,01 | 1,94 | 1,88 | 1,83 | 1,79 | 1,75 | 1,72 | 1,69 | 1,67 | 1,64 | 1,57 | 1,52 | 1,46 | 1,39 | 1,32 | 1,22 | 1,00     |

**Tabela 2** – Limites unilaterais de F no nível de 1% de probabilidade. $n_1$  = número de graus de liberdade do numerador $n_2$  = número de graus de liberdade do denominador

| $n_2 \backslash n_1$ | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    | 16    | 20    | 24    | 30    | 40    | 60    | 120   | $\infty$ |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| 1                    | 4052  | 5000  | 5403  | 5625  | 5764  | 5859  | 5928  | 5982  | 6022  | 6056  | 6082  | 6106  | 6125  | 6142  | 6157  | 6169  | 6209  | 6235  | 6261  | 6287  | 6313  | 6339  | 6366     |
| 2                    | 98,50 | 99,00 | 99,17 | 99,25 | 99,30 | 99,33 | 99,36 | 99,37 | 99,39 | 99,40 | 99,41 | 99,42 | 99,42 | 99,43 | 99,43 | 99,44 | 99,45 | 99,46 | 99,47 | 99,47 | 99,48 | 99,49 | 99,50    |
| 3                    | 34,12 | 30,82 | 29,46 | 28,71 | 28,24 | 27,91 | 27,67 | 27,49 | 27,35 | 27,23 | 27,13 | 27,05 | 26,98 | 26,92 | 26,87 | 26,83 | 26,69 | 26,60 | 26,50 | 26,41 | 26,32 | 26,22 | 26,13    |
| 4                    | 21,20 | 18,00 | 16,69 | 15,98 | 15,52 | 15,21 | 14,98 | 14,80 | 14,66 | 14,55 | 14,45 | 14,37 | 14,30 | 14,24 | 14,20 | 14,15 | 14,02 | 13,93 | 13,84 | 13,75 | 13,65 | 13,56 | 13,46    |
| 5                    | 16,26 | 13,27 | 12,06 | 11,39 | 10,97 | 10,67 | 10,46 | 10,29 | 10,16 | 10,05 | 9,96  | 9,89  | 9,83  | 9,77  | 9,72  | 9,68  | 9,55  | 9,47  | 9,38  | 9,29  | 9,20  | 9,11  | 9,02     |
| 6                    | 13,75 | 10,92 | 9,78  | 9,15  | 8,75  | 8,47  | 8,26  | 8,10  | 7,98  | 7,87  | 7,79  | 7,72  | 7,66  | 7,60  | 7,56  | 7,52  | 7,40  | 7,31  | 7,23  | 7,14  | 7,06  | 6,97  | 6,88     |
| 7                    | 12,25 | 9,55  | 8,45  | 7,85  | 7,46  | 7,19  | 6,99  | 6,84  | 6,72  | 6,62  | 6,54  | 6,47  | 6,41  | 6,35  | 6,31  | 6,27  | 6,16  | 6,07  | 5,99  | 5,91  | 5,82  | 5,74  | 5,65     |
| 8                    | 11,26 | 8,65  | 7,59  | 7,01  | 6,63  | 6,37  | 6,18  | 6,03  | 5,91  | 5,81  | 5,74  | 5,67  | 5,61  | 5,56  | 5,52  | 5,48  | 5,36  | 5,28  | 5,20  | 5,12  | 5,03  | 4,95  | 4,86     |
| 9                    | 10,56 | 8,02  | 6,99  | 6,42  | 6,06  | 5,80  | 5,61  | 5,47  | 5,35  | 5,26  | 5,18  | 5,11  | 5,05  | 5,00  | 4,96  | 4,92  | 4,81  | 4,73  | 4,65  | 4,57  | 4,48  | 4,40  | 4,31     |
| 10                   | 10,04 | 7,56  | 6,55  | 5,99  | 5,64  | 5,39  | 5,20  | 5,06  | 4,94  | 4,85  | 4,78  | 4,71  | 4,65  | 4,60  | 4,56  | 4,52  | 4,41  | 4,33  | 4,25  | 4,17  | 4,08  | 4,00  | 3,91     |
| 11                   | 9,65  | 7,21  | 6,22  | 5,67  | 5,32  | 5,07  | 4,89  | 4,74  | 4,63  | 4,54  | 4,46  | 4,40  | 4,34  | 4,29  | 4,25  | 4,21  | 4,10  | 4,02  | 3,94  | 3,86  | 3,78  | 3,69  | 3,60     |
| 12                   | 9,33  | 6,93  | 5,95  | 5,41  | 5,06  | 4,82  | 4,64  | 4,50  | 4,39  | 4,30  | 4,22  | 4,16  | 4,10  | 4,05  | 4,01  | 3,98  | 3,86  | 3,78  | 3,70  | 3,62  | 3,54  | 3,45  | 3,36     |
| 13                   | 9,07  | 6,70  | 5,74  | 5,21  | 4,86  | 4,62  | 4,44  | 4,30  | 4,19  | 4,10  | 4,02  | 3,96  | 3,90  | 3,85  | 3,82  | 3,78  | 3,66  | 3,59  | 3,51  | 3,43  | 3,34  | 3,25  | 3,17     |
| 14                   | 8,86  | 6,51  | 5,56  | 5,04  | 4,69  | 4,46  | 4,28  | 4,14  | 4,03  | 3,94  | 3,86  | 3,80  | 3,75  | 3,70  | 3,66  | 3,62  | 3,51  | 3,43  | 3,35  | 3,27  | 3,18  | 3,09  | 3,00     |
| 15                   | 8,68  | 6,36  | 5,42  | 4,89  | 4,56  | 4,32  | 4,14  | 4,00  | 3,89  | 3,80  | 3,73  | 3,67  | 3,61  | 3,56  | 3,52  | 3,48  | 3,37  | 3,29  | 3,21  | 3,13  | 3,05  | 2,96  | 2,87     |
| 16                   | 8,53  | 6,23  | 5,29  | 4,77  | 4,44  | 4,20  | 4,03  | 3,89  | 3,78  | 3,69  | 3,61  | 3,55  | 3,50  | 3,45  | 3,41  | 3,37  | 3,26  | 3,18  | 3,10  | 3,02  | 2,93  | 2,84  | 2,75     |
| 17                   | 8,40  | 6,11  | 5,18  | 4,67  | 4,34  | 4,10  | 3,93  | 3,79  | 3,68  | 3,59  | 3,52  | 3,46  | 3,40  | 3,35  | 3,31  | 3,27  | 3,16  | 3,08  | 3,00  | 2,92  | 2,83  | 2,75  | 2,65     |
| 18                   | 8,29  | 6,01  | 5,09  | 4,58  | 4,25  | 4,01  | 3,84  | 3,71  | 3,60  | 3,51  | 3,44  | 3,37  | 3,32  | 3,27  | 3,23  | 3,19  | 3,08  | 3,00  | 2,92  | 2,84  | 2,75  | 2,66  | 2,57     |
| 19                   | 8,18  | 5,93  | 5,01  | 4,50  | 4,17  | 3,94  | 3,77  | 3,63  | 3,52  | 3,43  | 3,36  | 3,30  | 3,24  | 3,19  | 3,15  | 3,12  | 3,00  | 2,92  | 2,84  | 2,76  | 2,67  | 2,58  | 2,49     |
| 20                   | 8,10  | 5,85  | 4,94  | 4,43  | 4,10  | 3,87  | 3,70  | 3,56  | 3,46  | 3,37  | 3,30  | 3,23  | 3,18  | 3,13  | 3,09  | 3,05  | 2,94  | 2,86  | 2,78  | 2,69  | 2,61  | 2,52  | 2,42     |

continua...

**Tabela 2** – Limites unilaterais de F no nível de 1% de probabilidade (continuação).

$n_1$  = número de graus de liberdade do numerador

$n_2$  = número de graus de liberdade do denominador

| $n_2 \backslash n_1$ | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 20   | 24   | 30   | 40   | 60   | 120  | $\infty$ |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------|
| 21                   | 8,02 | 5,78 | 4,87 | 4,37 | 4,04 | 3,81 | 3,64 | 3,51 | 3,40 | 3,31 | 3,24 | 3,17 | 3,12 | 3,07 | 3,03 | 2,99 | 2,88 | 2,80 | 2,72 | 2,64 | 2,55 | 2,46 | 2,36     |
| 22                   | 7,95 | 5,72 | 4,82 | 4,31 | 3,99 | 3,76 | 3,59 | 3,45 | 3,35 | 3,26 | 3,18 | 3,12 | 3,07 | 3,02 | 2,98 | 2,94 | 2,83 | 2,75 | 2,67 | 2,58 | 2,50 | 2,40 | 2,31     |
| 23                   | 7,88 | 5,66 | 4,76 | 4,26 | 3,94 | 3,71 | 3,54 | 3,41 | 3,30 | 3,21 | 3,14 | 3,07 | 3,02 | 2,97 | 2,93 | 2,89 | 2,78 | 2,70 | 2,62 | 2,54 | 2,45 | 2,35 | 2,26     |
| 24                   | 7,82 | 5,61 | 4,72 | 4,22 | 3,90 | 3,67 | 3,50 | 3,36 | 3,26 | 3,17 | 3,09 | 3,03 | 2,98 | 2,93 | 2,89 | 2,85 | 2,74 | 2,66 | 2,58 | 2,49 | 2,40 | 2,31 | 2,21     |
| 25                   | 7,77 | 5,57 | 4,68 | 4,18 | 3,85 | 3,63 | 3,46 | 3,32 | 3,22 | 3,13 | 3,05 | 2,99 | 2,94 | 2,89 | 2,85 | 2,81 | 2,70 | 2,62 | 2,54 | 2,45 | 2,36 | 2,27 | 2,17     |
| 26                   | 7,72 | 5,53 | 4,64 | 4,14 | 3,82 | 3,59 | 3,42 | 3,29 | 3,18 | 3,09 | 3,02 | 2,96 | 2,91 | 2,86 | 2,81 | 2,77 | 2,66 | 2,58 | 2,50 | 2,42 | 2,33 | 2,23 | 2,13     |
| 27                   | 7,68 | 5,49 | 4,60 | 4,11 | 3,78 | 3,56 | 3,39 | 3,26 | 3,15 | 3,06 | 2,98 | 2,93 | 2,88 | 2,83 | 2,78 | 2,74 | 2,63 | 2,55 | 2,47 | 2,38 | 2,29 | 2,20 | 2,10     |
| 28                   | 7,64 | 5,45 | 4,57 | 4,07 | 3,75 | 3,53 | 3,36 | 3,23 | 3,12 | 3,03 | 2,95 | 2,90 | 2,85 | 2,80 | 2,75 | 2,71 | 2,60 | 2,52 | 2,44 | 2,35 | 2,26 | 2,17 | 2,06     |
| 29                   | 7,60 | 5,42 | 4,54 | 4,04 | 3,73 | 3,50 | 3,33 | 3,20 | 3,09 | 3,00 | 2,92 | 2,87 | 2,82 | 2,77 | 2,73 | 2,68 | 2,57 | 2,49 | 2,41 | 2,33 | 2,23 | 2,14 | 2,03     |
| 30                   | 7,56 | 5,39 | 4,51 | 4,02 | 3,70 | 3,47 | 3,30 | 3,17 | 3,07 | 2,98 | 2,90 | 2,84 | 2,79 | 2,74 | 2,70 | 2,66 | 2,55 | 2,47 | 2,39 | 2,30 | 2,21 | 2,11 | 2,01     |
| 40                   | 7,31 | 5,18 | 4,31 | 3,83 | 3,51 | 3,29 | 3,12 | 2,99 | 2,89 | 2,80 | 2,73 | 2,66 | 2,61 | 2,56 | 2,52 | 2,49 | 2,37 | 2,29 | 2,20 | 2,11 | 2,02 | 1,92 | 1,80     |
| 60                   | 7,08 | 4,98 | 4,13 | 3,65 | 3,34 | 3,12 | 2,95 | 2,82 | 2,72 | 2,63 | 2,56 | 2,50 | 2,45 | 2,40 | 2,35 | 2,32 | 2,20 | 2,12 | 2,03 | 1,94 | 1,84 | 1,73 | 1,60     |
| 120                  | 6,85 | 4,79 | 3,95 | 3,48 | 3,17 | 2,96 | 2,79 | 2,66 | 2,56 | 2,47 | 2,40 | 2,34 | 2,29 | 2,24 | 2,19 | 2,16 | 2,03 | 1,95 | 1,86 | 1,76 | 1,66 | 1,53 | 1,38     |
| $\infty$             | 6,63 | 4,61 | 3,78 | 3,32 | 3,02 | 2,80 | 2,64 | 2,51 | 2,41 | 2,32 | 2,24 | 2,18 | 2,12 | 2,07 | 2,04 | 1,99 | 1,88 | 1,79 | 1,70 | 1,59 | 1,47 | 1,32 | 1,00     |

**Tabela 3** - Valores de t nos níveis de 10% a 0,1% de probabilidade.

| G. L. DO RESÍDUO | 10%  | 5%    | 2%    | 1%    | 0,1%   |
|------------------|------|-------|-------|-------|--------|
| 1                | 6,31 | 12,71 | 31,82 | 63,66 | 636,62 |
| 2                | 2,92 | 4,30  | 6,97  | 9,92  | 31,60  |
| 3                | 2,35 | 3,18  | 4,54  | 5,84  | 12,94  |
| 4                | 2,13 | 2,78  | 3,75  | 4,60  | 8,61   |
| 5                | 2,02 | 2,57  | 3,37  | 4,03  | 6,86   |
| 6                | 1,94 | 2,45  | 3,14  | 3,71  | 5,96   |
| 7                | 1,90 | 2,36  | 3,10  | 3,50  | 5,41   |
| 8                | 1,86 | 2,31  | 2,90  | 3,36  | 5,04   |
| 9                | 1,83 | 2,26  | 2,82  | 3,25  | 4,78   |
| 10               | 1,81 | 2,23  | 2,76  | 3,17  | 4,59   |
| 11               | 1,80 | 2,20  | 2,72  | 3,11  | 4,44   |
| 12               | 1,78 | 2,18  | 2,68  | 3,06  | 4,32   |
| 13               | 1,77 | 2,16  | 2,65  | 3,01  | 4,22   |
| 14               | 1,76 | 2,14  | 2,62  | 2,98  | 4,14   |
| 15               | 1,75 | 2,13  | 2,60  | 2,95  | 4,07   |
| 16               | 1,75 | 2,12  | 2,58  | 2,92  | 4,02   |
| 17               | 1,74 | 2,11  | 2,57  | 2,90  | 3,97   |

continua...

**Tabela 3** - Valores de **t** nos níveis de 10% a 0,1% de probabilidade (continuação).

| G. L. DO RESÍDUO | 10%  | 5%   | 2%   | 1%   | 0,1% |
|------------------|------|------|------|------|------|
| 18               | 1,73 | 2,10 | 2,55 | 2,88 | 3,92 |
| 19               | 1,73 | 2,09 | 2,54 | 2,86 | 3,88 |
| 20               | 1,73 | 2,09 | 2,53 | 2,84 | 3,85 |
| 21               | 1,72 | 2,08 | 2,52 | 2,83 | 3,82 |
| 22               | 1,72 | 2,07 | 2,51 | 2,82 | 3,79 |
| 23               | 1,71 | 2,07 | 2,50 | 2,81 | 3,77 |
| 24               | 1,71 | 2,06 | 2,49 | 2,80 | 3,75 |
| 25               | 1,71 | 2,06 | 2,49 | 2,79 | 3,73 |
| 26               | 1,71 | 2,06 | 2,48 | 2,78 | 3,71 |
| 27               | 1,70 | 2,05 | 2,47 | 2,77 | 3,69 |
| 28               | 1,70 | 2,05 | 2,47 | 2,76 | 3,67 |
| 29               | 1,70 | 2,04 | 2,46 | 2,76 | 3,66 |
| 30               | 1,70 | 2,04 | 2,46 | 2,75 | 3,65 |
| 40               | 1,68 | 2,02 | 2,42 | 2,70 | 3,55 |
| 60               | 1,67 | 2,00 | 2,39 | 2,66 | 3,46 |
| 120              | 1,65 | 1,98 | 2,36 | 2,62 | 3,37 |
| ∞                | 1,65 | 1,96 | 2,33 | 2,58 | 3,29 |

**Tabela 4** - Valores da amplitude total estudentizada (q), para uso no teste de Tukey, no nível de 5% de probabilidade.

I = número de tratamentos

n' = número de graus de liberdade do resíduo

| n' \ I | I     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|        | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    | 16    | 17    | 18    | 19    | 20    |
| 1      | 17,97 | 26,98 | 32,82 | 37,08 | 40,41 | 43,12 | 45,40 | 47,36 | 49,07 | 50,59 | 51,96 | 53,20 | 54,33 | 55,36 | 56,32 | 57,22 | 58,04 | 58,83 | 59,56 |
| 2      | 6,09  | 8,33  | 9,80  | 10,88 | 11,74 | 12,44 | 13,03 | 13,54 | 13,99 | 14,39 | 14,75 | 15,08 | 15,33 | 15,65 | 15,91 | 16,14 | 16,37 | 16,57 | 16,77 |
| 3      | 4,50  | 5,91  | 6,83  | 7,50  | 8,04  | 8,48  | 8,85  | 9,18  | 9,46  | 9,72  | 9,95  | 10,15 | 10,35 | 10,53 | 10,69 | 10,84 | 10,98 | 11,11 | 11,24 |
| 4      | 3,93  | 5,04  | 5,76  | 6,29  | 6,71  | 7,05  | 7,35  | 7,60  | 7,83  | 8,03  | 8,21  | 8,37  | 8,53  | 8,66  | 8,79  | 8,91  | 9,03  | 9,13  | 9,23  |
| 5      | 3,64  | 4,60  | 5,22  | 5,67  | 6,03  | 6,33  | 6,58  | 6,80  | 7,00  | 7,17  | 7,32  | 7,47  | 7,60  | 7,72  | 7,83  | 7,93  | 8,03  | 8,12  | 8,21  |
| 6      | 3,46  | 4,34  | 4,90  | 5,31  | 5,63  | 5,90  | 6,12  | 6,32  | 6,49  | 6,65  | 6,79  | 6,92  | 7,03  | 7,14  | 7,24  | 7,34  | 7,43  | 7,51  | 7,59  |
| 7      | 3,34  | 4,17  | 4,68  | 5,06  | 5,36  | 5,61  | 5,82  | 6,00  | 6,16  | 6,30  | 6,43  | 6,55  | 6,66  | 6,76  | 6,85  | 6,94  | 7,02  | 7,10  | 7,17  |
| 8      | 3,26  | 4,04  | 4,53  | 4,89  | 5,17  | 5,40  | 5,60  | 5,77  | 5,92  | 6,05  | 6,18  | 6,29  | 6,39  | 6,48  | 6,57  | 6,65  | 6,73  | 6,80  | 6,87  |
| 9      | 3,20  | 3,95  | 4,42  | 4,76  | 5,02  | 5,24  | 5,43  | 5,60  | 5,74  | 5,87  | 5,98  | 6,09  | 6,19  | 6,28  | 6,36  | 6,44  | 6,51  | 6,58  | 6,64  |
| 10     | 3,15  | 3,88  | 4,33  | 4,65  | 4,91  | 5,12  | 5,31  | 5,46  | 5,60  | 5,72  | 5,83  | 5,94  | 6,03  | 6,11  | 6,19  | 6,27  | 6,34  | 6,41  | 6,47  |
| 11     | 3,11  | 3,82  | 4,26  | 4,57  | 4,82  | 5,03  | 5,20  | 5,35  | 5,49  | 5,61  | 5,71  | 5,81  | 5,90  | 5,98  | 6,06  | 6,13  | 6,20  | 6,27  | 6,33  |
| 12     | 3,08  | 3,77  | 4,20  | 4,51  | 4,75  | 4,95  | 5,12  | 5,27  | 5,40  | 5,51  | 5,62  | 5,71  | 5,80  | 5,88  | 5,95  | 6,02  | 6,09  | 6,15  | 6,21  |
| 13     | 3,06  | 3,74  | 4,15  | 4,45  | 4,69  | 4,89  | 5,05  | 5,19  | 5,32  | 5,43  | 5,53  | 5,63  | 5,71  | 5,79  | 5,86  | 5,93  | 6,00  | 6,06  | 6,11  |
| 14     | 3,03  | 3,70  | 4,11  | 4,41  | 4,64  | 4,83  | 4,99  | 5,13  | 5,25  | 5,36  | 5,46  | 5,55  | 5,64  | 5,71  | 5,79  | 5,85  | 5,92  | 5,97  | 6,03  |
| 15     | 3,01  | 3,67  | 4,08  | 4,37  | 4,60  | 4,78  | 4,94  | 5,08  | 5,20  | 5,31  | 5,40  | 5,49  | 5,57  | 5,65  | 5,72  | 5,79  | 5,85  | 5,90  | 5,96  |
| 16     | 3,00  | 3,65  | 4,05  | 4,33  | 4,56  | 4,74  | 4,90  | 5,03  | 5,15  | 5,26  | 5,35  | 5,44  | 5,52  | 5,59  | 5,66  | 5,73  | 5,79  | 5,84  | 5,90  |
| 17     | 2,98  | 3,63  | 4,02  | 4,30  | 4,52  | 4,71  | 4,86  | 4,99  | 5,11  | 5,21  | 5,31  | 5,39  | 5,47  | 5,54  | 5,61  | 5,68  | 5,73  | 5,79  | 5,84  |

continua...

**Tabela 4** - Valores da amplitude total estudentizada (q), para uso no teste de Tukey, no nível de 5% de probabilidade (continuação).

I = número de tratamentos

n' = número de graus de liberdade do resíduo

| $\begin{matrix} I \\ n' \end{matrix}$ | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18   | 19   | 20   |
|---------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 18                                    | 2,97 | 3,61 | 4,00 | 4,28 | 4,50 | 4,67 | 4,82 | 4,96 | 5,07 | 5,17 | 5,27 | 5,35 | 5,43 | 5,50 | 5,57 | 5,63 | 5,69 | 5,74 | 5,79 |
| 19                                    | 2,96 | 3,59 | 3,98 | 4,25 | 4,47 | 4,65 | 4,79 | 4,92 | 5,04 | 5,14 | 5,23 | 5,32 | 5,39 | 5,46 | 5,53 | 5,59 | 5,65 | 5,70 | 5,75 |
| 20                                    | 2,95 | 3,58 | 3,96 | 4,23 | 4,45 | 4,62 | 4,77 | 4,90 | 5,01 | 5,11 | 5,20 | 5,28 | 5,36 | 5,43 | 5,49 | 5,55 | 5,61 | 5,66 | 5,71 |
| 24                                    | 2,92 | 3,53 | 3,90 | 4,17 | 4,37 | 4,54 | 4,68 | 4,81 | 4,92 | 5,01 | 5,10 | 5,18 | 5,25 | 5,32 | 5,38 | 5,44 | 5,49 | 5,55 | 5,59 |
| 30                                    | 2,89 | 3,49 | 3,85 | 4,10 | 4,30 | 4,46 | 4,60 | 4,72 | 4,82 | 4,92 | 5,00 | 5,08 | 5,15 | 5,21 | 5,27 | 5,33 | 5,38 | 5,43 | 5,48 |
| 40                                    | 2,86 | 3,44 | 3,79 | 4,04 | 4,23 | 4,39 | 4,52 | 4,64 | 4,74 | 4,82 | 4,90 | 4,98 | 5,04 | 5,11 | 5,16 | 5,22 | 5,27 | 5,31 | 5,36 |
| 60                                    | 2,83 | 3,40 | 3,74 | 3,98 | 4,16 | 4,31 | 4,44 | 4,55 | 4,65 | 4,73 | 4,81 | 4,88 | 4,94 | 5,00 | 5,06 | 5,11 | 5,15 | 5,20 | 5,24 |
| 120                                   | 2,80 | 3,36 | 3,69 | 3,92 | 4,10 | 4,24 | 4,36 | 4,47 | 4,56 | 4,64 | 4,71 | 4,78 | 4,84 | 4,90 | 4,95 | 5,00 | 5,04 | 5,09 | 5,13 |
| $\infty$                              | 2,77 | 3,31 | 3,63 | 3,86 | 4,03 | 4,17 | 4,29 | 4,39 | 4,47 | 4,55 | 4,62 | 4,69 | 4,74 | 4,80 | 4,85 | 4,89 | 4,93 | 4,97 | 5,01 |

| $\begin{matrix} I \\ n' \end{matrix}$ | 22   | 24   | 26   | 28   | 30   | 32   | 34   | 36   | 38   | 40   | 50   | 60   | 70   | 80   | 90   | 100  |
|---------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 30                                    | 5,56 | 5,64 | 5,71 | 5,77 | 5,83 | 5,89 | 5,94 | 5,99 | 6,04 | 6,08 | 6,27 | 6,42 | 6,54 | 6,65 | 6,74 | 6,83 |
| 40                                    | 5,44 | 5,51 | 5,58 | 5,64 | 5,70 | 5,75 | 5,80 | 5,85 | 5,89 | 5,93 | 6,11 | 6,26 | 6,38 | 6,48 | 6,57 | 6,65 |
| 60                                    | 5,32 | 5,39 | 5,45 | 5,51 | 5,57 | 5,62 | 5,66 | 5,71 | 5,75 | 5,79 | 5,96 | 6,09 | 6,21 | 6,30 | 6,39 | 6,46 |
| 120                                   | 5,20 | 5,27 | 5,33 | 5,38 | 5,43 | 5,48 | 5,53 | 5,57 | 5,61 | 5,64 | 5,80 | 5,93 | 6,04 | 6,13 | 6,21 | 6,28 |
| $\infty$                              | 5,08 | 5,14 | 5,20 | 5,25 | 5,30 | 5,35 | 5,39 | 5,43 | 5,46 | 5,50 | 5,65 | 5,76 | 5,86 | 5,95 | 6,02 | 6,09 |

**Tabela 5** - Valores da amplitude total estudentizada (z), para uso no teste de Duncan, no nível de 5% de probabilidade.

i = número de médias abrangidas pelo contraste

n' = número de graus de liberdade do resíduo

| n' \ i | i     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|        | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 12    | 14    | 16    | 18    | 20    | 50    | 100   |
| 1      | 18,00 | 18,00 | 18,00 | 18,00 | 18,00 | 18,00 | 18,00 | 18,00 | 18,00 | 18,00 | 18,00 | 18,00 | 18,00 | 18,00 | 18,00 | 18,00 |
| 2      | 6,09  | 6,09  | 6,09  | 6,09  | 6,09  | 6,09  | 6,09  | 6,09  | 6,09  | 6,09  | 6,09  | 6,09  | 6,09  | 6,09  | 6,09  | 6,09  |
| 3      | 4,50  | 4,50  | 4,50  | 4,50  | 4,50  | 4,50  | 4,50  | 4,50  | 4,50  | 4,50  | 4,50  | 4,50  | 4,50  | 4,50  | 4,50  | 4,50  |
| 4      | 3,93  | 4,01  | 4,02  | 4,02  | 4,02  | 4,02  | 4,02  | 4,02  | 4,02  | 4,02  | 4,02  | 4,02  | 4,02  | 4,02  | 4,02  | 4,02  |
| 5      | 3,64  | 3,74  | 3,79  | 3,83  | 3,83  | 3,83  | 3,83  | 3,83  | 3,83  | 3,83  | 3,83  | 3,83  | 3,83  | 3,83  | 3,83  | 3,83  |
| 6      | 3,46  | 3,58  | 3,64  | 3,68  | 3,68  | 3,68  | 3,68  | 3,68  | 3,68  | 3,68  | 3,68  | 3,68  | 3,68  | 3,68  | 3,68  | 3,68  |
| 7      | 3,35  | 3,47  | 3,54  | 3,58  | 3,60  | 3,61  | 3,61  | 3,61  | 3,61  | 3,61  | 3,61  | 3,61  | 3,61  | 3,61  | 3,61  | 3,61  |
| 8      | 3,26  | 3,39  | 3,47  | 3,52  | 3,55  | 3,56  | 3,56  | 3,56  | 3,56  | 3,56  | 3,56  | 3,56  | 3,56  | 3,56  | 3,56  | 3,56  |
| 9      | 3,20  | 3,34  | 3,41  | 3,47  | 3,50  | 3,52  | 3,52  | 3,52  | 3,52  | 3,52  | 3,52  | 3,52  | 3,52  | 3,52  | 3,52  | 3,52  |
| 10     | 3,15  | 3,30  | 3,37  | 3,43  | 3,46  | 3,47  | 3,47  | 3,47  | 3,47  | 3,47  | 3,47  | 3,47  | 3,47  | 3,48  | 3,48  | 3,48  |
| 11     | 3,11  | 3,27  | 3,35  | 3,39  | 3,43  | 3,44  | 3,45  | 3,46  | 3,46  | 3,46  | 3,46  | 3,46  | 3,47  | 3,48  | 3,48  | 3,48  |
| 12     | 3,08  | 3,23  | 3,33  | 3,36  | 3,40  | 3,42  | 3,44  | 3,44  | 3,46  | 3,46  | 3,46  | 3,46  | 3,47  | 3,48  | 3,48  | 3,48  |
| 13     | 3,06  | 3,21  | 3,30  | 3,35  | 3,38  | 3,41  | 3,42  | 3,44  | 3,45  | 3,45  | 3,46  | 3,46  | 3,47  | 3,47  | 3,47  | 3,47  |
| 14     | 3,03  | 3,18  | 3,27  | 3,33  | 3,37  | 3,39  | 3,41  | 3,42  | 3,44  | 3,45  | 3,46  | 3,46  | 3,47  | 3,47  | 3,47  | 3,47  |
| 15     | 3,01  | 3,16  | 3,25  | 3,31  | 3,36  | 3,38  | 3,40  | 3,42  | 3,43  | 3,44  | 3,45  | 3,46  | 3,47  | 3,47  | 3,47  | 3,47  |
| 16     | 3,00  | 3,15  | 3,23  | 3,30  | 3,34  | 3,37  | 3,39  | 3,41  | 3,43  | 3,44  | 3,45  | 3,46  | 3,47  | 3,47  | 3,47  | 3,47  |
| 17     | 2,98  | 3,13  | 3,22  | 3,28  | 3,33  | 3,36  | 3,38  | 3,40  | 3,42  | 3,44  | 3,45  | 3,46  | 3,47  | 3,47  | 3,47  | 3,47  |

continua...

**Tabela 5** - Valores da amplitude total estudentizada (z), para uso no teste de Duncan, no nível de 5% de probabilidade (continuação).

i = número de médias abrangidas pelo contraste

n' = número de graus de liberdade do residuo

| $\begin{matrix} i \\ n' \end{matrix}$ | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 12   | 14   | 16   | 18   | 20   | 50   | 100  |
|---------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 18                                    | 2,97 | 3,12 | 3,21 | 3,27 | 3,32 | 3,35 | 3,37 | 3,39 | 3,41 | 3,43 | 3,45 | 3,46 | 3,47 | 3,47 | 3,47 | 3,47 |
| 19                                    | 2,96 | 3,11 | 3,19 | 3,26 | 3,31 | 3,35 | 3,37 | 3,39 | 3,41 | 3,43 | 3,44 | 3,46 | 3,47 | 3,47 | 3,47 | 3,47 |
| 20                                    | 2,95 | 3,10 | 3,18 | 3,25 | 3,30 | 3,34 | 3,36 | 3,38 | 3,40 | 3,43 | 3,44 | 3,46 | 3,46 | 3,47 | 3,47 | 3,47 |
| 22                                    | 2,93 | 3,08 | 3,17 | 3,24 | 3,29 | 3,32 | 3,35 | 3,37 | 3,39 | 3,42 | 3,44 | 3,45 | 3,46 | 3,47 | 3,47 | 3,47 |
| 24                                    | 2,92 | 3,07 | 3,15 | 3,22 | 3,28 | 3,31 | 3,34 | 3,37 | 3,38 | 3,41 | 3,44 | 3,45 | 3,46 | 3,47 | 3,47 | 3,47 |
| 26                                    | 2,91 | 3,06 | 3,14 | 3,21 | 3,27 | 3,30 | 3,34 | 3,36 | 3,38 | 3,41 | 3,43 | 3,45 | 3,46 | 3,47 | 3,47 | 3,47 |
| 28                                    | 2,90 | 3,04 | 3,13 | 3,20 | 3,26 | 3,30 | 3,33 | 3,35 | 3,37 | 3,40 | 3,43 | 3,45 | 3,46 | 3,47 | 3,47 | 3,47 |
| 30                                    | 2,89 | 3,04 | 3,12 | 3,20 | 3,25 | 3,29 | 3,32 | 3,35 | 3,37 | 3,40 | 3,43 | 3,44 | 3,46 | 3,47 | 3,47 | 3,47 |
| 40                                    | 2,86 | 3,01 | 3,10 | 3,17 | 3,22 | 3,27 | 3,30 | 3,33 | 3,35 | 3,39 | 3,42 | 3,44 | 3,46 | 3,47 | 3,47 | 3,47 |
| 60                                    | 2,83 | 2,98 | 3,08 | 3,14 | 3,20 | 3,24 | 3,28 | 3,31 | 3,33 | 3,37 | 3,40 | 3,43 | 3,45 | 3,47 | 3,48 | 3,48 |
| 100                                   | 2,80 | 2,95 | 3,05 | 3,12 | 3,18 | 3,22 | 3,26 | 3,29 | 3,32 | 3,36 | 3,40 | 3,42 | 3,45 | 3,47 | 3,53 | 3,53 |
| $\infty$                              | 2,77 | 2,92 | 3,02 | 3,09 | 3,15 | 3,19 | 3,23 | 3,26 | 3,29 | 3,34 | 3,38 | 3,41 | 3,44 | 3,47 | 3,61 | 3,67 |

**Tabela 6** - Valores de  $t_d$  no nível de 5%, para uso no teste de Dunnett.

I - 1 = número de graus de liberdade de tratamentos

n' = número de graus de liberdade do resíduo

| $I - 1 \backslash n'$ | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 15   | 20   |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 5                     | 2,57 | 3,03 | 3,29 | 3,48 | 3,62 | 3,73 | 3,82 | 3,90 | 3,97 | 4,03 | 4,09 | 4,14 | 4,26 | 4,42 |
| 6                     | 2,45 | 2,86 | 3,10 | 3,26 | 3,39 | 3,49 | 3,57 | 3,64 | 3,71 | 3,76 | 3,81 | 3,86 | 3,97 | 4,11 |
| 7                     | 2,36 | 2,75 | 2,97 | 3,12 | 3,24 | 3,33 | 3,41 | 3,47 | 3,53 | 3,58 | 3,63 | 3,67 | 3,78 | 3,91 |
| 8                     | 2,31 | 2,67 | 2,88 | 3,02 | 3,13 | 3,22 | 3,29 | 3,35 | 3,41 | 3,46 | 3,50 | 3,54 | 3,64 | 3,76 |
| 9                     | 2,26 | 2,61 | 2,81 | 2,95 | 3,05 | 3,14 | 3,20 | 3,26 | 3,32 | 3,36 | 3,40 | 3,44 | 3,53 | 3,65 |
| 10                    | 2,23 | 2,57 | 2,76 | 2,89 | 2,99 | 3,07 | 3,14 | 3,19 | 3,24 | 3,29 | 3,33 | 3,36 | 3,45 | 3,57 |
| 11                    | 2,20 | 2,53 | 2,72 | 2,84 | 2,94 | 3,02 | 3,08 | 3,14 | 3,19 | 3,23 | 3,27 | 3,30 | 3,39 | 3,50 |
| 12                    | 2,18 | 2,50 | 2,68 | 2,81 | 2,90 | 2,98 | 3,04 | 3,09 | 3,14 | 3,18 | 3,22 | 3,25 | 3,34 | 3,45 |
| 13                    | 2,16 | 2,48 | 2,65 | 2,78 | 2,87 | 2,94 | 3,00 | 3,06 | 3,10 | 3,14 | 3,18 | 3,21 | 3,29 | 3,40 |
| 14                    | 2,14 | 2,46 | 2,63 | 2,75 | 2,84 | 2,91 | 2,97 | 3,02 | 3,07 | 3,11 | 3,14 | 3,18 | 3,26 | 3,36 |
| 15                    | 2,13 | 2,44 | 2,61 | 2,73 | 2,82 | 2,89 | 2,95 | 3,00 | 3,04 | 3,08 | 3,12 | 3,15 | 3,23 | 3,33 |
| 16                    | 2,12 | 2,42 | 2,59 | 2,71 | 2,80 | 2,87 | 2,92 | 2,97 | 3,02 | 3,06 | 3,09 | 3,12 | 3,20 | 3,30 |
| 17                    | 2,11 | 2,41 | 2,58 | 2,69 | 2,78 | 2,85 | 2,90 | 2,95 | 3,00 | 3,03 | 3,07 | 3,10 | 3,18 | 3,27 |
| 18                    | 2,10 | 2,40 | 2,56 | 2,68 | 2,76 | 2,83 | 2,89 | 2,94 | 2,98 | 3,01 | 3,05 | 3,08 | 3,16 | 3,25 |
| 19                    | 2,09 | 2,39 | 2,55 | 2,66 | 2,75 | 2,81 | 2,87 | 2,92 | 2,96 | 3,00 | 3,03 | 3,06 | 3,14 | 3,23 |

continua...

**Tabela 6** - Valores de  $t_d$  no nível de 5%, para uso no teste de Dunnett (continuação).

$I - 1$  = número de graus de liberdade de tratamentos

$n'$  = número de graus de liberdade do resíduo

| $I - 1$<br>$n'$ | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 15   | 20   |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 20              | 2,09 | 2,38 | 2,54 | 2,65 | 2,73 | 2,80 | 2,86 | 2,90 | 2,95 | 2,98 | 3,02 | 3,05 | 3,12 | 3,22 |
| 24              | 2,06 | 2,35 | 2,51 | 2,61 | 2,70 | 2,76 | 2,81 | 2,86 | 2,90 | 2,94 | 2,97 | 3,00 | 3,07 | 3,16 |
| 30              | 2,04 | 2,32 | 2,47 | 2,58 | 2,66 | 2,72 | 2,77 | 2,81 | 2,86 | 2,89 | 2,92 | 2,95 | 3,02 | 3,11 |
| 40              | 2,02 | 2,29 | 2,44 | 2,54 | 2,62 | 2,68 | 2,73 | 2,77 | 2,81 | 2,85 | 2,87 | 2,90 | 2,97 | 3,06 |
| 60              | 2,00 | 2,27 | 2,41 | 2,51 | 2,59 | 2,64 | 2,69 | 2,73 | 2,77 | 2,80 | 2,83 | 2,86 | 2,92 | 3,00 |
| 120             | 1,98 | 2,24 | 2,38 | 2,47 | 2,55 | 2,60 | 2,65 | 2,69 | 2,73 | 2,76 | 2,79 | 2,81 | 2,87 | 2,95 |
| $\infty$        | 1,96 | 2,21 | 2,35 | 2,44 | 2,51 | 2,57 | 2,61 | 2,65 | 2,69 | 2,72 | 2,74 | 2,77 | 2,83 | 2,91 |



**Tabela 8** - Valores críticos do teste de Hartley no nível de 1% de probabilidade.

g = número de grupos

r - 1 = número de graus de liberdade de cada grupo

| r - 1 \ g | g      |       |       |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-----------|--------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|           | 2      | 3     | 4     | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     | 11     | 12     |
| 2         | 199,00 | 448,0 | 729,0 | 1036,0 | 1362,0 | 1705,0 | 2063,0 | 2432,0 | 2813,0 | 3204,0 | 3605,0 |
| 3         | 47,50  | 85,0  | 120,0 | 151,0  | 184,0  | 216,0  | 249,0  | 281,0  | 310,0  | 337,0  | 361,0  |
| 4         | 23,20  | 37,0  | 49,0  | 59,0   | 69,0   | 79,0   | 89,0   | 97,0   | 106,0  | 113,0  | 120,0  |
| 5         | 14,90  | 22,0  | 28,0  | 33,0   | 38,0   | 42,0   | 46,0   | 50,0   | 54,0   | 57,0   | 60,0   |
| 6         | 11,10  | 15,5  | 19,1  | 22,0   | 25,0   | 27,0   | 30,0   | 32,0   | 34,0   | 36,0   | 37,0   |
| 7         | 8,89   | 12,1  | 14,5  | 16,5   | 18,4   | 20,0   | 22,0   | 23,0   | 24,0   | 26,0   | 27,0   |
| 8         | 7,50   | 9,9   | 11,7  | 13,2   | 14,5   | 15,8   | 16,9   | 17,9   | 18,9   | 19,8   | 21,0   |
| 9         | 6,54   | 8,5   | 9,9   | 11,1   | 12,1   | 13,1   | 13,9   | 14,7   | 15,3   | 16,0   | 16,6   |
| 10        | 5,85   | 7,4   | 8,6   | 9,6    | 10,4   | 11,1   | 11,8   | 12,4   | 12,9   | 13,4   | 13,9   |
| 12        | 4,91   | 6,1   | 6,9   | 7,6    | 8,2    | 8,7    | 9,1    | 9,5    | 9,9    | 10,2   | 10,6   |
| 15        | 4,07   | 4,9   | 5,5   | 6,0    | 6,4    | 6,7    | 7,1    | 7,3    | 7,5    | 7,8    | 8,0    |
| 20        | 3,32   | 3,8   | 4,3   | 4,6    | 4,9    | 5,1    | 5,3    | 5,5    | 5,6    | 5,8    | 5,9    |
| 30        | 2,63   | 3,0   | 3,3   | 3,4    | 3,6    | 3,7    | 3,8    | 3,9    | 4,0    | 4,1    | 4,2    |
| 60        | 1,96   | 2,2   | 2,3   | 2,4    | 2,4    | 2,5    | 2,5    | 2,6    | 2,6    | 2,7    | 2,7    |
| ∞         | 1,00   | 1,0   | 1,0   | 1,0    | 1,0    | 1,0    | 1,0    | 1,0    | 1,0    | 1,0    | 1,0    |

Tabela 9 - Coeficientes para interpolação de polinômios ortogonais: 3 a 7 níveis.

|   | n = 3 NÍVEIS |         | n = 4 NÍVEIS |         |         | n = 5 NÍVEIS |         |         |         |
|---|--------------|---------|--------------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|
|   | 1º GRAU      | 2º GRAU | 1º GRAU      | 2º GRAU | 3º GRAU | 1º GRAU      | 2º GRAU | 3º GRAU | 4º GRAU |
|   | - 1          | + 1     | - 3          | + 1     | - 1     | - 2          | + 2     | - 1     | + 1     |
|   | 0            | - 2     | - 1          | - 1     | + 3     | - 1          | - 1     | + 2     | - 4     |
|   | + 1          | + 1     | + 1          | - 1     | - 3     | 0            | - 2     | 0       | + 6     |
|   |              |         | + 3          | + 1     | + 1     | + 1          | - 1     | - 2     | - 4     |
|   |              |         |              |         |         | + 2          | + 2     | + 1     | + 1     |
| K | 2            | 6       | 20           | 4       | 20      | 10           | 14      | 10      | 70      |
| M | 1            | 3       | 2            | 1       | 10 / 3  | 1            | 1       | 5 / 6   | 35 / 12 |

| n = 6 NÍVEIS |         |         |         |         | n = 7 NÍVEIS |         |         |         |         |        |
|--------------|---------|---------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|--------|
| 1º GRAU      | 2º GRAU | 3º GRAU | 4º GRAU | 5º GRAU | 1º GRAU      | 2º GRAU | 3º GRAU | 4º GRAU | 5º GRAU |        |
| - 5          | + 5     | - 5     | + 1     | - 1     | - 3          | + 5     | - 1     | + 3     | - 1     |        |
| - 3          | - 1     | + 7     | - 3     | + 5     | - 2          | 0       | + 1     | - 7     | + 4     |        |
| - 1          | - 4     | + 4     | + 2     | - 10    | - 1          | - 3     | + 1     | + 1     | - 5     |        |
| + 1          | - 4     | - 4     | + 2     | + 10    | 0            | - 4     | 0       | + 6     | 0       |        |
| + 3          | - 1     | - 7     | - 3     | - 5     | + 1          | - 3     | - 1     | + 1     | + 5     |        |
| + 5          | + 5     | + 5     | + 1     | + 1     | + 2          | 0       | - 1     | - 7     | - 4     |        |
|              |         |         |         |         | + 3          | + 5     | + 1     | + 3     | + 1     |        |
| K            | 70      | 84      | 180     | 28      | 252          | 28      | 84      | 6       | 154     | 84     |
| M            | 2       | 3 / 2   | 5 / 3   | 7 / 12  | 21 / 10      | 1       | 1       | 1 / 6   | 7 / 12  | 7 / 20 |

$$P_1 = x$$

$$P_2 = x^2 - \frac{n^2 - 1}{12}$$

$$P_3 = x^3 - \frac{3n^2 - 7}{20} x$$

Tabela 10 - Coeficientes para interpolação de polinômios ortogonais: 8 a 10 níveis.

| n = 8 NÍVEIS |            |            |            |            |        | n = 9 NÍVEIS |            |            |            |            | n = 10 NÍVEIS |            |            |            |            |
|--------------|------------|------------|------------|------------|--------|--------------|------------|------------|------------|------------|---------------|------------|------------|------------|------------|
| 1º<br>GRAU   | 2º<br>GRAU | 3º<br>GRAU | 4º<br>GRAU | 5º<br>GRAU |        | 1º<br>GRAU   | 2º<br>GRAU | 3º<br>GRAU | 4º<br>GRAU | 5º<br>GRAU | 1º<br>GRAU    | 2º<br>GRAU | 3º<br>GRAU | 4º<br>GRAU | 5º<br>GRAU |
| - 7          | + 7        | - 7        | + 7        | - 7        |        | - 4          | + 28       | - 14       | + 14       | - 4        | - 9           | + 6        | - 42       | + 18       | - 6        |
| - 5          | + 1        | + 5        | - 13       | + 23       |        | - 3          | + 7        | + 7        | - 21       | + 11       | - 7           | + 2        | + 14       | - 22       | + 14       |
| - 3          | - 3        | + 7        | - 3        | - 17       |        | - 2          | - 8        | + 13       | - 11       | - 4        | - 5           | - 1        | + 35       | - 17       | - 1        |
| - 1          | - 5        | + 3        | + 9        | - 15       |        | - 1          | - 17       | + 9        | + 9        | - 9        | - 3           | - 3        | + 31       | + 3        | - 11       |
| + 1          | - 5        | - 3        | + 9        | + 15       |        | 0            | - 20       | 0          | + 18       | 0          | - 1           | - 4        | + 12       | + 18       | - 6        |
| + 3          | - 3        | - 7        | - 3        | + 17       |        | + 1          | - 17       | - 9        | + 9        | + 9        | + 1           | + 4        | - 12       | - 18       | + 6        |
| + 5          | + 1        | - 5        | - 13       | - 23       |        | + 2          | - 8        | - 13       | - 11       | + 4        | + 3           | + 3        | - 31       | - 3        | + 11       |
| + 7          | + 7        | + 7        | + 7        | + 7        |        | + 3          | + 7        | - 7        | - 21       | - 11       | + 5           | + 1        | - 35       | + 17       | + 1        |
|              |            |            |            |            |        | + 4          | + 28       | + 14       | + 14       | + 4        | + 7           | - 2        | - 14       | + 22       | - 14       |
|              |            |            |            |            |        |              |            |            |            |            | + 9           | - 6        | + 42       | - 18       | + 6        |
| K            | 168        | 168        | 264        | 616        | 2.184  | 60           | 2.772      | 990        | 2.002      | 468        | 330           | 132        | 8.580      | 2.860      | 780        |
| M            | 2          | 1          | 2 / 3      | 7 / 12     | 7 / 10 | 1            | 3          | 5 / 6      | 7 / 12     | 3 / 20     | 2             | 1 / 2      | 5 / 3      | 5 / 12     | 1 / 10     |

$$P_1 = x$$

$$P_2 = x^2 - \frac{n^2 - 1}{12}$$

$$P_3 = x^3 - \frac{3n^2 - 7}{20} x$$

